

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO SINH VIÊN NGÀNH KINH TẾ TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG “HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH” (HỌC PHẦN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH)

Nguyễn Chiến Thắng¹,
Thái Thị Vân Anh^{2,*}

¹Trường Đại học Vinh;

²Trường Cao đẳng Kinh tế - Kế hoạch Đà Nẵng

+ Tác giả liên hệ • Email: vananh050379@gmail.com

Article history

Received: 24/10/2023

Accepted: 02/11/2023

Published: 20/11/2023

Keywords

Mathematical modeling,
mathematical modeling
capacity, linear equation
systems, linear algebra,
students

ABSTRACT

Mathematics is an important tool to solve practical problems, including those in the field of economics. In the training program for Economics students, teaching advanced Mathematics modules aims at helping learners improve their ability to use mathematical knowledge to solve practical problems in economics. The study proposes a mathematical modeling process in teaching Math modules for Economics students and illustrates this process in teaching content "Linear equation systems" in the Algebra module to develop mathematical modeling capacity for students. To develop mathematical modeling capacity for students through the mathematical modeling process in teaching Mathematics subjects effectively, lecturers need to invest time in researching documents, learning about practice and flexibly applying teaching methods for specific content.

1. Mở đầu

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, những kiến thức và kỹ năng toán học cơ bản đã giúp con người giải quyết các vấn đề trong thực tiễn cuộc sống một cách có hệ thống và chính xác, góp phần thúc đẩy xã hội phát triển (Bộ GD-ĐT, 2018). Trong giảng dạy môn Toán cho sinh viên (SV) ngành Kinh tế, việc sử dụng các mô hình toán học để mô phỏng và dự báo có vai trò rất quan trọng, giúp SV phát triển các năng lực nói chung, năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) nói riêng để phân tích và giải quyết các vấn đề về kinh tế trong thực tiễn.

Trong quá trình dạy học các học phần Toán cao cấp, SV thường gặp nhiều khó khăn trong việc nắm vững kiến thức toán học (Hoàng Văn Thắng và Phạm Văn Nghĩa, 2020; Phạm Mỹ Hạnh, 2019). Nội dung học phần “Đại số tuyến tính” được dạy học cho SV ngành Kinh tế hiện nay chú trọng tính ứng dụng trong kinh tế, điều này được thể hiện trong giáo trình Toán cao cấp cho các SV ngành Kinh tế (Lê Đình Thủy, 2010; Lê Văn Hốt, 2000). Khi giải các bài toán kinh tế dựa trên các mô hình toán học, SV sẽ phát triển được các năng lực học tập, hiểu được ý nghĩa việc ứng dụng toán học trong lĩnh vực kinh tế và yêu thích học tập môn Toán hơn. Do đó, mô hình hóa các bài toán thực tiễn trong dạy học các học phần Toán cao cấp là một trong những phương pháp giảng dạy hiệu quả, giúp SV phát huy tính tích cực học tập, đồng thời nâng cao chất lượng đào tạo để đáp ứng yêu cầu của chuẩn đầu ra đối với SV ngành Kinh tế. Bài báo trình bày một số vấn đề về MHHTH, đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học các học phần môn Toán cho SV ngành Kinh tế và minh họa quy trình này trong dạy học kiến thức “Hệ phương trình tuyến tính” thuộc học phần Đại số tuyến tính nhằm phát triển năng lực MHHTH cho SV.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Mô hình hóa toán học

- *Khái niệm Mô hình hóa toán học:*

Theo Greer (1997), MHHTH là sự chuyển đổi giữa thực tiễn và toán học. Theo tác giả Phan Thị Tình (2012), “tình huống thực tiễn” là một tình huống mà trong khách thể có chứa đựng những phần tử là những yếu tố thực tiễn, MHHTH là quá trình biểu diễn lại những vấn đề thực tiễn theo ngôn ngữ toán học trong việc tìm kiếm phương án giải quyết các tình huống. Haines và Crouch (2001) mô tả MHHTH như là một quá trình có tính chu kỳ, trong đó các vấn đề thực tiễn được biểu diễn lại bằng ngôn ngữ toán học và giải quyết trong môi trường toán học; sau đó kết quả sẽ được kiểm tra lại trong thực tiễn. Nghiên cứu của Trần Vui (2014) khẳng định MHHTH là quá trình giải quyết những vấn đề thực tiễn bằng các công cụ toán học. Theo Đồng Thị Hồng Ngọc (2022), MHHTH là một quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học bằng cách biểu diễn lại với ngôn ngữ toán học, thiết lập, sáng

tạo mô hình toán học và giải quyết trên mô hình đó; mô hình sẽ được thay đổi nếu phương án giải quyết chưa phù hợp với yêu cầu thực tiễn ban đầu, hoặc cải tiến, sáng tạo để có thể dự đoán cho tình huống mới.

Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi, MHHTH là quá trình chuyển đổi từ các vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học.

- *Năng lực MHHTH*: Theo Blum và Jensen (2007), năng lực toán học là khả năng sẵn sàng hành động để đáp ứng những thách thức toán học của một tình huống nhất định; năng lực MHHTH là một năng lực thành phần của năng lực toán học, là khả năng thực hiện các giai đoạn của quy trình MHHTH trong một bối cảnh nhất định. Theo Haines và Crouch (2001), năng lực MHHTH được đánh giá qua 8 yếu tố: đơn giản hóa các giả thuyết; làm rõ mục tiêu; xác định vấn đề, gán biến, tham số và hằng số; xác định bài toán toán học; chọn mô hình; biểu diễn đồ họa; đánh giá kết quả trong tình huống thực. Đỗ Thị Thanh (2020) cho rằng, năng lực MHHTH là khả năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH là khả năng biểu diễn quá trình liên quan đến việc xây dựng và kiểm chứng các mô hình toán học, thực hiện tất cả các giai đoạn của quá trình mô hình hóa nhằm giải quyết vấn đề/tình huống thực tiễn đã đặt ra.

Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi, có thể hiểu “năng lực MHHTH” là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình mô hình hóa nhằm giải quyết vấn đề toán học được đặt ra.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực MHHTH gồm các thành tố sau: (1) Sử dụng các mô hình toán học (gồm: công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tế; (2) Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp (Bộ GD-ĐT, 2018).

2.2. Đề xuất quy trình mô hình hóa toán học

Từ các nghiên cứu của Theo Blum và Leiß (2005), Đồng Thị Hồng Ngọc (2022), chúng tôi đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học các học phần môn Toán cho SV ngành Kinh tế gồm 5 bước như sau:

- *Bước 1: Quan sát, xây dựng giả thuyết*. Ở bước này, giảng viên (GgV) cần hướng dẫn SV quan sát hiện tượng trong thế giới thực, xây dựng giả thuyết. SV cần xác định các dữ liệu đầu vào (chẳng hạn như các hằng số, tham số, biến số,...), các vấn đề cần giải quyết. Ở bước này có nhiều cơ hội phát triển cho SV thành tố 1, 2 của năng lực MHHTH.

- *Bước 2: Xây dựng mô hình toán học*. Để xây dựng mô hình toán học, trước tiên SV cần xác định được các dữ liệu như: hằng số, tham số và biến số,... GgV cho SV xây dựng mô hình toán học bằng cách thiết lập mối liên hệ giữa các dữ liệu thông qua các phương trình, bất phương trình hoặc quy tắc mô tả mối liên hệ giữa các biến số. Bước 3 có nhiều cơ hội phát triển cho SV thành tố 1, 2 và 3 của năng lực MHHTH.

- *Bước 3: Giải quyết mô hình*. Sau khi xây dựng mô hình, GgV có thể hướng dẫn SV sử dụng các phương pháp phân tích, tối ưu hoặc mô phỏng để tìm ra giải pháp cho mô hình. Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho SV thành tố 2, 3 của năng lực MHHTH.

- *Bước 4: Kiểm tra, đánh giá kết quả và phát triển mô hình*. Cuối cùng, sau khi giải quyết mô hình, cần kiểm tra và đánh giá kết quả để đảm bảo tính hợp lý, phù hợp với thực tiễn. GgV hướng dẫn SV đánh giá lại mô hình, nhận định và cải tiến phương pháp giải để nâng cao chất lượng của mô hình hoặc lời giải của bài toán. Ngoài ra, dựa trên mô hình đã có, GgV có thể hướng dẫn SV tạo ra một mô hình mới. Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho SV thành tố 1, 2, 3 của năng lực MHHTH.

Trong quá trình áp dụng quy trình MHHTH ở trên trong dạy học, GgV cần linh hoạt vận dụng các bước và điều chỉnh kết quả thực hiện tại từng bước để đạt được mô hình hiệu quả nhất, đáp ứng các mục tiêu giảng dạy phù hợp với đối tượng người học cụ thể. Ngoài ra, người học có thể chủ động đề xuất lời giải và xây dựng mô hình từ các tình huống có vấn đề trong thực tế, GgV sẽ hỗ trợ đánh giá mô hình và kết quả tìm được từ dữ liệu đầu vào.

2.3. Minh họa việc dạy học nội dung “Hệ phương trình tuyến tính” (học phần Đại số tuyến tính) nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành Kinh tế

Hiện nay, các môn học trang bị kiến thức toán học và áp dụng kiến thức đó vào việc phân tích các mô hình kinh tế được đưa vào giảng dạy ở nhiều trường đại học. Đối với SV ngành Kinh tế, học phần Đại số tuyến tính được đưa vào năm thứ nhất, đây là kiến thức cơ sở, là nền tảng cho SV học các môn học chuyên ngành. Trong dạy học nội dung “Hệ phương trình tuyến tính”, GgV có thể đưa ra tình huống gắn với lĩnh vực kinh tế thông qua ví dụ sau:

Ví dụ 1: Một cửa hàng trà sữa có bán các loại sau: trà sữa truyền thống, trà sữa trân châu đường đen, trà sữa trân châu trắng, trà sữa Oreo Cake Cream. Một ngày, số li trà sữa truyền thống bán được gấp 4 lần số li trà sữa Oreo Cake

Cream và số li trà sữa trân châu đường đen gấp đôi số li trà sữa Oreo Cake Cream; tổng số li trà sữa truyền thống và trân châu đường đen bán được là 600. Tổng số li trà sữa 4 loại trên bán được trong một ngày là 825. Hỏi cửa hàng đã bán được mỗi loại bao nhiêu li trà sữa trong một ngày?

Hướng dẫn

- *Bước 1: Quan sát, xây dựng giả thuyết.* GgV hướng dẫn SV xác định những thông tin và yêu cầu của tình huống đưa ra.

+ *Dữ liệu đã biết:* Số li trà sữa truyền thống bán được gấp 4 lần số li trà sữa Oreo Cake Cream; số li trà sữa trân châu đường đen gấp đôi số li trà sữa Oreo Cake Cream; tổng số li trà sữa truyền thống và trân châu đường đen bán được là 600 li. Tổng số li trà sữa 4 loại trên bán được trong ngày là 825.

+ *Dữ liệu cần tìm:* Số li trà sữa mỗi loại đã bán được trong ngày.

- *Bước 2: Xây dựng mô hình toán học.* GgV cho SV xác định các biến số và điều kiện của biến: Gọi x, y, z, t là số li trà sữa truyền thống, trân châu đường đen, trân châu trắng, Oreo Cake Cream tương ứng bán được trong một ngày. Ta có x, y, z, t là các giá trị nguyên, không âm.

GgV cho SV xác định mối liên hệ giữa các biến số thông qua các dữ liệu của bài toán.

Số li trà sữa truyền thống bán được gấp 4 lần số li trà sữa Oreo Cake Cream: $x = 4t$.

Số li trà sữa trân châu đường đen gấp đôi số li trà sữa Oreo Cake Cream: $y = 2t$.

Tổng số li trà sữa truyền thống và trân châu đường đen bán được là 600 li: $x + y = 600$.

Tổng số li trà sữa 4 loại trên bán được trong ngày là 825 li: $x + y + z + t = 825$.

Từ đó, GgV yêu cầu SV đề xuất mô hình toán học của bài toán: Mô hình toán học của bài toán chính là một hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x - 4t = 0 \\ y - 2t = 0 \\ x + y = 600 \\ x + y + z + t = 825 \end{cases}$$

- *Bước 3: Giải quyết mô hình.* GgV có thể yêu cầu SV dùng phương pháp thế hoặc phương pháp Gauss để giải hệ trên, được kết quả là: $x = 400, y = 200, z = 125, t = 100$.

- *Bước 4: Kiểm tra, đánh giá kết quả và phát triển mô hình.*

+ *Kiểm tra, đánh giá kết quả:* GgV yêu cầu SV trả lời kết quả của bài toán trên: Cửa hàng bán được 400 li trà sữa truyền thống, 200 li trà sữa trân châu đường đen, 125 li trà sữa trân châu trắng, 100 li trà sữa Oreo Cake Cream. Kiểm tra kết quả thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ *Phát triển mô hình:*

GgV có thể đặt các câu hỏi sau:

Câu hỏi 1: Nếu giá bán 1 li trà sữa các loại: trà sữa truyền thống, trà sữa trân châu đường đen, trà sữa trân châu trắng, Oreo Cake Cream tương ứng là 25000, 20000, 24000, 30000 (đồng) thì doanh thu ngày hôm đó của cửa hàng là bao nhiêu?

Câu hỏi 2: Để đạt doanh thu là 25 triệu một ngày, cửa hàng phải bán ít nhất bao nhiêu li trà sữa mỗi loại?

Để giải đáp câu hỏi thứ nhất, SV chỉ cần thực hiện phép nhân hai ma trận, trong đó ma trận thứ nhất là số li trà sữa truyền thống, trân châu đường đen, trân châu trắng và Oreo Cake Cream đã bán được, ma trận thứ hai là giá bán từng loại sản phẩm.

$$\text{Ta có: } \begin{bmatrix} 400 & 200 & 125 & 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 25 \\ 20 \\ 24 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20000 \end{bmatrix}$$

Doanh thu ngày hôm đó của cửa hàng là 20 triệu đồng.

Để cửa hàng đạt doanh thu 25 triệu một ngày thì bài toán sẽ có nhiều lời giải, GgV có thể cho SV phân chia các tình huống theo các trường hợp cơ bản sau:

Trường hợp 1: Tăng số lượng trà sữa Oreo Cake Cream bán được, vì giá bán trà sữa Oreo Cake Cream là cao nhất và số li trà sữa Oreo Cake Cream của hàng bán được hiện là thấp nhất. SV có thể đề xuất các chính sách khuyến mãi, kích cầu nhằm tăng số lượng sản phẩm bán được.

Trường hợp 2: Tăng số lượng li trà sữa truyền thống bán được, vì trà sữa truyền thống có số lượng bán được nhiều nhất.

Trường hợp 3: Tăng giá bán của mỗi loại sản phẩm. Tuy nhiên, đối với trường hợp này nếu tăng giá, thì theo quy luật cung cầu, số lượng sản phẩm bán được có thể sẽ thấp hơn so với ban đầu, SV cần đề xuất việc tăng giá phù hợp để doanh thu đạt mục tiêu 25 triệu đồng.

Trường hợp 4: Giảm giá các sản phẩm. Trong trường hợp này cần xem xét đến chi phí sản xuất, GgV có thể bổ sung thêm thông tin về chi phí sản xuất, để đảm bảo cửa hàng đạt doanh thu 25 triệu đồng.

Vì đây là bài toán mở nên có nhiều đáp án để lựa chọn, GgV có thể bổ sung thêm các yêu cầu khác nhằm tìm ra lời giải tối ưu cho từng trường hợp.

Ví dụ 2: Cung - cầu về gạo của địa phương A theo tổng hợp số liệu đầu năm 2023 được cho bởi bảng sau:

Giá (triệu đồng/tấn)	12	13	14	15	16	17
Lượng cầu	20	19	18	17	16	15
Lượng cung	14	19	24	29	34	39

Hãy xác định phương trình hàm cung, hàm cầu? Tìm giá của gạo tại thời điểm cân bằng thị trường?

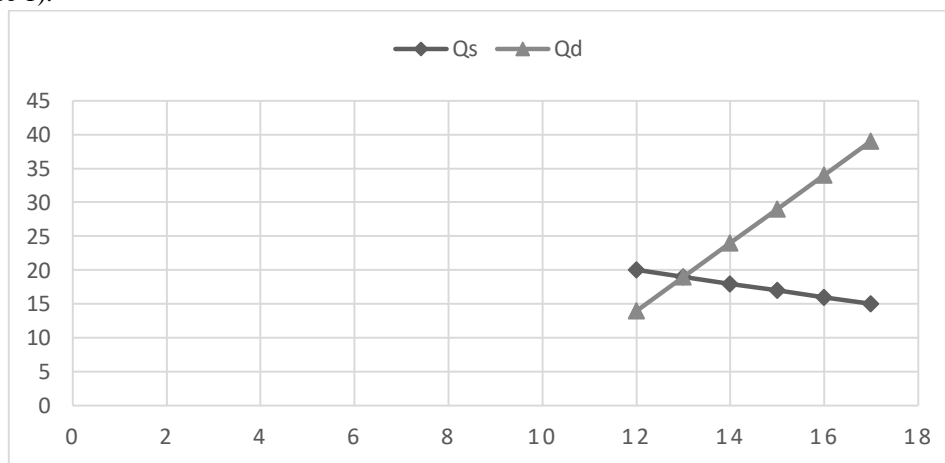
- Bước 1: Quan sát, xây dựng giả thuyết. GgV hướng dẫn SV xác định các thông tin của bài toán đã cho và yêu cầu của tình huống.

+ Dữ liệu đã biết: Bảng số liệu cung - cầu về gạo của địa phương A.

+ Dữ liệu cần tìm: Phương trình hàm cung, hàm cầu? Tìm giá của gạo tại thời điểm cân bằng thị trường?

- Bước 2: Xây dựng mô hình toán học. GgV hướng dẫn SV thiết lập các biến số và điều kiện của biến: Gọi Q_d là hàm số chỉ lượng cầu, Q_s là hàm số chỉ lượng cung, P là giá bán thì phương trình hàm cung, hàm cầu tương ứng có dạng: $Q_d = aP + b$; $Q_s = cP + d$ trong đó a, b, c, d là các tham số.

Từ các số liệu của tình huống đưa ra, SV có thể xác định được mối liên hệ tuyến tính giữa giá bán và lượng cầu, giá bán và lượng cung. Để giải thích rõ hơn mối quan hệ này, GgV có thể yêu cầu SV vẽ biểu đồ minh họa cụ thể (xem biểu đồ 1):



Biểu đồ 1

Từ biểu đồ 1, SV xác định đồ thị của Q_s, Q_d là đường thẳng. Để xác định tham số trong các phương trình, ta lấy 2 điểm bất kỳ mà các đường thẳng đi qua $Q_d = aP + b$; $Q_s = cP + d$. Khi đó, mô hình cân bằng thị trường có dạng:

$$\begin{cases} Q_d = aP + b \\ Q_s = cP + d \\ Q_d = Q_s \end{cases}$$

- *Bước 3: Giải quyết mô hình.* GgV hướng dẫn SV thay các giá trị để tìm ra hàm cung, hàm cầu và tìm các giá trị đó từ mô hình đã thiết lập trong bước 2.

Chọn $(P = 12; Q_d = 20), (P = 13; Q_d = 19)$, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 20 = 12a + b \\ 19 = 13a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 32 \end{cases}.$$

Khi đó, phương trình hàm cầu là: $Q_d = -P + 32$.

Chọn $(P = 12; Q_s = 14), (P = 13; Q_s = 19)$, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 14 = 12c + d \\ 19 = 13c + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ d = -46 \end{cases}.$$

Ta có phương trình hàm cung là: $Q_s = 5P - 46$.

Mô hình cân bằng thị trường có dạng:
$$\begin{cases} Q_d = -P + 32 \\ Q_s = 5P - 46 \\ Q_d = Q_s \end{cases}.$$

Giải hệ phương trình tuyến tính trên, ta được: $P = 13$. Vậy, giá của gạo tại thời điểm cân bằng thị trường là 13 triệu đồng/tấn.

- *Bước 5: Kiểm tra, đánh giá kết quả và phát triển mô hình.*

+ *Kiểm tra, đánh giá kết quả:* Thay giá trị tương ứng các số liệu đã cho ở đề bài đều thỏa mãn phương trình hàm cung và hàm cầu. Giá tại thời điểm cân bằng đối chiếu với biểu đồ 1 là chính xác.

+ *Phát triển mô hình:* GgV có thể nêu các câu hỏi để phát triển mô hình:

Câu hỏi 1: Nếu chính phủ áp đặt một mức giá gạo là 14 triệu đồng/tấn thì điều gì sẽ xảy ra?

Câu hỏi 2: Chọn tình huống cho số liệu về lượng cung, cầu, giá của hai loại hàng hóa và lập mô hình cân bằng thị trường, xác định giá tại thời điểm cân bằng?

Dựa vào bảng số liệu, SV dễ dàng trả lời câu hỏi 1, với mức giá 14 triệu đồng/tấn thì $Q_s > Q_d$, như vậy xảy ra hiện tượng gạo trên thị trường dư thừa.

Với câu hỏi 2, GgV có thể chia lớp thành 4 nhóm SV, mỗi nhóm giải quyết 01 tình huống, sau đó báo cáo kết quả trước lớp.

Các ví dụ trên đã giúp SV phát triển được các thành tố của năng lực MHHTH, rèn luyện được các kỹ năng; chẳng hạn: - *Rèn kỹ năng phân tích dữ liệu:* Quy trình MHHTH thường bắt đầu bằng việc thu thập và phân tích dữ liệu. Điều này giúp SV biết cách biểu đồ hóa dữ liệu, xác định xu hướng và các mối tương quan trong dữ liệu, hiểu sâu hơn về việc ứng dụng toán học vào lĩnh vực kinh tế; - *Phát triển các kỹ năng:* SV sẽ học cách biểu diễn một vấn đề kinh tế thành mô hình toán học, thường là các hệ phương trình tuyến tính. Điều này giúp các em tìm được mối liên hệ giữa các biến và sử dụng toán học để dự đoán và giải quyết các vấn đề; - *Áp dụng kiến thức vào thực tiễn:* Quy trình MHHTH giúp SV thấy rằng toán học không chỉ là lý thuyết mà còn có ứng dụng trong thực tiễn. SV có cơ hội áp dụng kiến thức toán học để giải quyết các vấn đề trong lĩnh vực kinh tế như: dự báo doanh số bán hàng, quản lý rủi ro tài chính hoặc tối ưu hóa chiến lược đầu tư.

3. Kết luận

Trong bối cảnh nền kinh tế ngày càng phát triển, việc áp dụng mô hình toán học vào lĩnh vực kinh tế đang ngày càng được chú trọng. Để đạt hiệu quả trong việc áp dụng quy trình MHHTH trong giảng dạy các học phần môn Toán, GgV cần đầu tư thời gian nghiên cứu tài liệu, tìm hiểu thực tiễn và sử dụng các phương pháp dạy học phù hợp.

Nghiên cứu đã đề xuất quy trình MHHTH vào dạy học nội dung “Hệ phương trình tuyến tính” thuộc học phần Đại số tuyến tính cho SV ngành Kinh tế nhằm phát triển năng lực MHHTH cho các em. Từ thực tiễn dạy học, chúng tôi nhận thấy dạy học mô hình hóa là một cách hiệu quả để giúp SV ngành Kinh tế nắm vững kiến thức toán học cơ bản và biết ứng dụng chúng vào thực tiễn. GgV có thể phát triển quy trình MHHTH cho các nội dung khác, cũng như hướng dẫn, hỗ trợ và đào tạo cho SV để các em có thể áp dụng kiến thức toán học vào lĩnh vực kinh tế hiệu quả hơn.

Tài liệu tham khảo

- Blum, M., & Jensen, T. (2007). What's all the fuss about competencies? In W.Blum, P.L.Galbraith, H.Henn, M.Niss, (Eds): *Modelling and Applications in Mathematics Education* (ICMI Study 14), 45-56, Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). "Filling up" - The problem of independence preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1623-1633). Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đỗ Thị Thanh (2020). Dạy học giải bài toán Xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5*, 131-137.
- Đồng Thị Hồng Ngọc (2022). *Dạy học mô hình hóa trong môn Xác suất và Thống kê cho sinh viên ngành Kinh tế và Quản trị kinh doanh*. Luận án tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường Đại học Thái Nguyên.
- Greer, B. (1997). *Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems*. Learning & Instruction.
- Haines, C., & Crouch, R. (2001). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 20(3), 129-138.
- Hoàng Văn Thắng, Phạm Văn Nghĩa (2020). *Đổi mới nội dung chương trình và phương pháp giảng dạy môn Toán cho các nhà kinh tế tại Trường Đại học Kinh tế Quốc dân*. Kỷ yếu hội thảo khoa học "Đào tạo ngành Toán kinh tế trong bối cảnh hiện nay và các vấn đề liên quan". NXB Đại học Kinh tế Quốc dân, tr 114-133.
- Lê Đình Thúy (2010). *Toán cao cấp cho các nhà Kinh tế*. NXB Thống kê.
- Lê Văn Hốt (2000). *Toán cao cấp*. NXB Đại học Kinh tế TP. Hồ Chí Minh.
- Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Phạm Mỹ Hạnh (2019). Vận dụng phương pháp mô hình hóa trong giảng dạy môn Toán cao cấp cho sinh viên chuyên ngành Kinh tế. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học An Giang*, 22(1), 59-66.
- Phan Thị Tinh (2012). *Tăng cường vận dụng toán học vào thực tiễn trong dạy học môn Xác suất thống kê và môn Quy hoạch tuyến tính cho sinh viên Toán đại học Sư phạm*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- Trần Vui (2014). *Giải quyết vấn đề trong dạy học Toán*. NXB Đại học Huế.