PHÁT HIỆN VÀ SỬA CHỮA SAI LẦM CỦA HỌC SINH TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Trương Thị Dung,
Thái Thị Hồng Lam+

Trường Đại học Vinh
+ Tác giả liên hệ ● Email: hlamdhv@gmail.com

Article history
Received: 11/11/2023
Accepted: 30/11/2023
Published: 05/02/2024

Keywords
Detect and correct mistakes, teaching Math, high schools

ABSTRACT
Teaching math problem solving creates good opportunities for learners to experience and practice practical activities and apply mathematical knowledge and methods to solve problems inside and outside of Math. The reality of teaching Mathematics shows that anticipating students' struggles and mistakes in advance to help them proactively prevent, detect and correct them is an essential task for teachers. The study proposes a math solving teaching process to help students detect and correct mistakes in high schools with specific directions and illustrative examples in each step. Once mistakes in solving math problems are pointed out clearly, students can absorb knowledge actively, thereby learning with motivation and deepening their knowledge, contributing to improving the effectiveness of Math teaching.

1. Mở đầu

Khi đề cập vai trò của sai lầm (SL) trong quá trình nhận thức, Kahane và cộng sự (1997) cho rằng: SL cũng có tác dụng tích cực, có ích trong việc xây dựng tri thức, đặc biệt là khi xem xét lại các tri thức đã biết trước đây; theo Polya (2010): Không được tiếc thời gian để phân tích trên giờ học các SL của HS. Bất kì một SL nào cũng có thể làm cho HS kém đi nếu như GV không chú ý ngay đến SL đó và hướng dẫn HS nhận ra, sửa chữa, khắc phục SL (Nguyễn Văn Thuận và Nguyễn Hữu Hậu, 2010; Đào Văn Trung, 2001; Trương Thị Dung, 2017). Trong quá trình giải toán, HS thường gặp không ít những khó khăn và mắc phải một số SL. Một trong số những nguyên nhân dẫn đến SL đó có thể là do HS chưa nắm vững kiến thức, thực hiện các phép biến đổi, các phép toán còn nhầm lẫn,… và cũng có thể do GV chưa chú trọng một cách đúng mức trong việc phát hiện, uốn nắn và sửa chữa SL cho HS. Việc xác định các lỗi tiềm ẩn của HS để có cách tiếp cận phù hợp là rất quan trọng nhằm đạt được kết quả học tập tích cực (Hoth et al., 2022). Mặt khác, HS sau nhiều lần gặp khó khăn, SL trong giải toán thường có tâm lí tự ti, chán nản và đôi khi có tâm lí sợ học môn Toán. Để khắc phục và sửa chữa SL cho HS, GV cần tạo động cơ học tập, giúp HS tham gia học tập và sửa chữa SL một cách tự nguyện, tích cực và hào hứng (Trần Phương và Nguyễn Đức Tấn, 2013). Do vậy, trong dạy học giải toán, GV cần tạo ra các tình huống dạy học phù hợp để HS phát hiện SL, tìm ra nguyên nhân và cách khắc phục, từ đó góp phần kích thích và gợi nhu cầu học tập cho HS (Fetsch & Yang, 2002).

Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một số SL thường gặp của HS THPT trong dạy học giải toán và đề xuất quy trình dạy học giải toán giúp HS phát hiện và sửa chữa SL ở trường THPT thông qua các bước và có ví dụ minh họa cụ thể.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số sai lầm thường gặp của học sinh trong dạy học giải toán ở trường trung học phổ thông

Trên cơ sở tìm hiểu các tài liệu nghiên cứu về các SL của HS trong dạy học môn Toán của Lê Thống Nhất (1996), Nguyễn Văn Thuận và Nguyễn Hữu Hậu (2010), cùng với thực tiễn dạy học môn Toán ở THPT, chúng tôi nhận thấy trong dạy học giải toán, HS thường mắc một số SL phổ biến sau đây: - SL1: SL khi thực hiện hoạt động phân chia các trường hợp riêng trong quá trình giải toán; - SL2: SL do HS không xét các điều kiện xác định để các biểu thức của phương trình có nghĩa; - SL3: SL do không nắm vững nội hàm của khái niệm hoặc điều kiện áp dụng của định lí, tính chất vào quá trình giải toán; - SL4: SL trong quá trình thiết lập, chuyển đổi bài toán thành bài toán mới tương đương; - SL5: SL trong quá trình suy luận; - SL6: SL liên quan đến quan sát trực quan khi giải các bài toán hình học; - SL7: SL trong quá trình thực hiện các phép toán.

Ngoài ra, HS thường có những kiểu SL khác, như: đọc không kĩ đề bài, chưa có sự kết nối trong sử dụng ngôn ngữ toán học và ngôn ngữ thông thường,… Tìm hiểu đúng các kiểu SL của HS là việc làm cần thiết để GV có được biện pháp dạy học phù hợp, giúp các em phát hiện và kịp thời sửa chữa những SL.

2.2. Đề xuất quy trình dạy học giải toán giúp học sinh phát hiện và sửa chữa sai lầm ở trường trung học phổ thông

Để giúp HS phát hiện và sửa chữa SL trong dạy học giải toán ở trường THPT, chúng tôi xây dựng các bước dạy học như sau:

Bước 1: Tạo cơ hội cho HS tiếp cận với các SL. Với mục đích giúp HS được tiếp cận với các SL trong quá trình học tập một cách tự nhiên, GV có thể tạo cơ hội cho HS tiếp cận SL thông qua các tình huống dạy học sau:

- *Sử dụng những SL của HS trong quá trình các em phát biểu ý kiến trong giờ học.* Để hạn chế những SL, theo chúng tôi, cách tốt nhất là cho HS được "trải nghiệm" với SL. Nếu được yêu cầu giúp bạn phát hiện những SL, nhầm lẫn trong phát biểu, có thể các em sẽ rất hứng thú. Trong tình huống này, GV có thể yêu cầu HS nhận xét về phát biểu của bạn xem đã đúng hay chưa, cần điều chỉnh gì không, nhận xét và tìm nguyên nhân dẫn đến SL và cách khắc phục.

- *Sử dụng tình huống dạy học có chứa SL.* Trong quá trình dạy học, GV có thể chủ động tạo ra các tình huống sư phạm có chứa những SL, khai thác các tình huống này nhằm giúp HS phát hiện và sửa chữa SL. Sự đa dạng về trình độ của HS và số lượng của SL là những vấn đề cần quan tâm khi thiết kế các tình huống dạy học. Thông thường, nếu chỉ đơn thuần cung cấp cho HS kiến thức, lời giải đẹp thì độ bền vững của những kiến thức lĩnh hội được sẽ giảm đi rất nhiều. HS sẽ có ấn tượng và nhớ lâu hơn với những kiến thức nhận được trong tình huống dạy học có chứa SL.

Bước 2: Hướng dẫn HS cách thức để phát hiện được những SL và khắc phục SL trong dạy học giải toán ở trường THPT. Chỉ ra cho HS những SL là cần thiết, tuy nhiên hướng dẫn, trang bị kiến thức để giúp các em biết phát hiện ra SL cũng có vai trò rất quan trọng. Để giúp cho HS phát hiện được những SL, GV có thể hướng dẫn các em một số cách để phát hiện SL như: - Thử lại kết quả xem có thỏa mãn yêu cầu của bài toán hay không; - Kiểm tra tính đầy đủ của việc xét các trường hợp; - Kiểm tra tính chính xác, logic của các luận cứ (dựa trên những tiên đề, định nghĩa, định lí đã biết); - Kiểm tra tính logic của các luận chứng (các phép suy luận được sử dụng trong chứng minh); - Kiểm tra tính đúng đắn trong quá trình thiết lập và chuyển đổi bài toán thành bài toán tương đương.

2.3. Minh họa một số tình huống dạy học cụ thể nhằm hướng dẫn học sinh phát hiện và sửa chữa sai lầm trong dạy học giải toán ở trường trung học phổ thông

Tình huống 1: SL của HS do không xét các điều kiện xác định để các biểu thức của phương trình có nghĩa (SL2).

Ví dụ 1. Khi giải phương trình $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$ (1), GV đưa ra một tình huống giải bài toán như sau:

Ta có: $\dfrac{x!}{(x-3)!} + \dfrac{x!}{2!(x-2)!} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \dfrac{x(x-1)}{2} = 14x \Leftrightarrow x(2x^2 - 5x - 25) = 0$ (2).

Phương trình (2) có các nghiệm là x = 0; x = 5 và x = 5/2. Vậy, phương trình đã cho có các nghiệm là x = 0; x = 5 và x = 5/2.

- *Phát hiện SL*: GV cho HS thử lại kết quả của bài toán, với x = 0 không thỏa mãn yêu cầu về điều kiện của x. Như vậy lời giải trên đã có SL.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL*: Do HS không đặt điều kiện để A_x^3 và C_x^{x-2} có nghĩa (SL2). Khi giải các bài toán liên quan đến phương trình chứa công thức tính số chỉnh hợp, tổ hợp, HS cần đặt điều kiện để các biểu thức có nghĩa.

- *Cách khắc phục*: GV hướng dẫn HS cần đặt điều kiện cho các biểu thức A_x^3 và C_x^{x-2} có nghĩa.

- *Lời giải đúng*: Điều kiện $\begin{cases} 3 \le x \\ 0 \le x-2 \le x \\ x-2 \in N, x \in N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 3 \\ x \in N \end{cases}$ (*).

Khi đó, phương trình (1) tương đương với: $\dfrac{x!}{(x-3)!} + \dfrac{x!}{2!(x-2)!} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \dfrac{x(x-1)}{2} = 14x$

$\Leftrightarrow x(2x^2 - 5x - 25) = 0$ (2).

Giải phương trình (2), ta được các nghiệm là x = 0; x = 5 và x = 5/2. Đối chiếu với điều kiện (*), ta được nghiệm của phương trình là x = 5.

Tình huống 2: SL của HS khi thực hiện hoạt động phân chia các trường hợp riêng trong quá trình giải toán (SL1) và trong quá trình thiết lập, chuyển đổi bài toán thành bài toán mới tương đương (SL4)

Ví dụ 2: Tìm *m* để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $m3^x + 3^{-x} + 4 = 0$ (1).

GV đưa ra tình huống giải bài toán có chứa SL như sau:

Đặt $y=3^x$, phương trình (1) có dạng $my^2+4y+1=0$ (2). Coi (2) là phương trình bậc hai đối với y thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất khi phương trình (2) phải có nghiệm duy nhất, tức là $\Delta'=4-m=0$ hay $m=4$.

- *Phát hiện SL:* GV cho HS thử lại kết quả của bài toán, với $m=4$ thì $3^x=-\dfrac{1}{2}$, phương trình (1) vô nghiệm. Như vậy lời giải trên đã có SL.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL*: Lời giải trên đã mắc một số SL sau:

+ Không đặt điều kiện cho ẩn y (y > 0) dẫn đến không nhận ra sự tương ứng giữa tính có nghiệm duy nhất của phương trình (1) với số nghiệm dương của phương trình (2). Đây là SL trong quá trình thiết lập và chuyển đổi bài toán thành bài toán tương đương (SL4).

+ HS không xét trường hợp $m=0$ (SL không xét hết các trường hợp riêng - SL1).

- *Cách khắc phục*: Đặt $y=3^x$, GV hướng dẫn cho HS đặt điều kiện $y>0$. Phương trình (1) có dạng $my^2+4y+1=0$ (2). Tiếp đó, GV hướng dẫn để HS nhận thấy (1) có nghiệm duy nhất khi và chỉ (2) có nghiệm dương duy nhất.

- *Lời giải đúng*: Đặt $y=3^x$ (y > 0), phương trình (1) có dạng $my^2+4y+1=0$ (2).

Nếu $m=0$ thì (2) có nghiệm duy nhất $y=-\dfrac{1}{4}$ (loại);

Nếu $m\neq 0$ thì (2) là phương trình bậc hai đối với y có $\Delta'=4-m$. Xét 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Phương trình (2) có nghiệm kép, khi đó $\Delta'=4-m=0$ hay $m=4$, lúc đó (2) có nghiệm duy nhất $y=-\dfrac{1}{2}$ (loại).

Trường hợp 2: Phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu, lúc đó $m<0$.

Vậy, với $m<0$ thì phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Ví dụ 3: Tính $L=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}$.

GV đưa ra một lời giải của bài toán như sau:

Ta có: $L=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{\sqrt{2x^2+3}}{x}}{\frac{x+1}{x}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}=2$.

- *Phát hiện SL:* Trong cách giải trên, để khử dạng $\dfrac{\infty}{\infty}$, HS đã chia cả tử và mẫu của phân thức $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}$ cho *x*.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL*: HS đã SL khi viết $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x}=\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}$ và thực hiện các phép biến đổi $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x}=\sqrt{\dfrac{2x^2+3}{x^2}}=\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}$, hoặc $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x}=\dfrac{\sqrt{x^2\left(2+\frac{3}{x^2}\right)}}{x}=\dfrac{x\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}{x}=\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}$ là không đúng (sử dụng không đúng các phép biến đổi $\dfrac{\sqrt{A}}{B}=\sqrt{\dfrac{A}{B^2}}$ và $\sqrt{A^2B}=A\sqrt{B}$, do HS đã không xét các trường hợp $x\to+\infty$ và $x\to-\infty$ (SL1)).

- *Cách khắc phục*: Khi thực hiện các phép biến đổi, GV nhắc HS các phép biến đổi $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x}=\sqrt{\dfrac{2x^2+3}{x^2}}=\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}$ và $\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x}=\dfrac{\sqrt{x^2\left(2+\frac{3}{x^2}\right)}}{x}=\dfrac{x\sqrt{2+\frac{3}{x^2}}}{x}=\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}$ chỉ đúng khi $x>0$.

- *Lời giải đúng*: $L=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2\left(2+\dfrac{3}{x^2}\right)}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{|x|\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}}{\dfrac{x}{|x|}+\dfrac{1}{|x|}}$.

Ta có hai trường hợp:

$$L=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=2 \text{ và } L=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{2x^2+3}}{x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{2+\dfrac{3}{x^2}}}{-1+\dfrac{1}{-x}}=-2.$$

Ví dụ 4: Biết rằng $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x+y=m\\x^2+y^2=-m^2+6\end{cases}$, tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $M=xy-6(x+y)$.

GV đưa ra một tình huống giải bài toán như sau:

Ta có: $x^2+y^2=-m^2+6\Leftrightarrow(x+y)^2-2xy=-m^2+6$. Do $x+y=m$ nên $xy=m^2-3$. Suy ra: $M=xy-6(x+y)=m^2-3-6m=(m-3)^2-12$. Giá trị nhỏ nhất của M là -12, đạt được khi *m = 3.*

Vì M là hàm số bậc hai, với hệ số của m^2 là số dương nên M không có giá trị lớn nhất.

- *Phát hiện SL*: GV cho HS thử lại kết quả của bài toán, HS sẽ nhận thấy khi m = 3 thì hệ đã cho vô nghiệm. Như vậy, lời giải trên đã có SL.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL:* HS không chú ý đến điều kiện của m để tồn tại x và y. Do đó đã dẫn đến bài toán không tương đương (SL4).

- *Cách khắc phục:* GV cần lưu ý cho HS tìm điều kiện của m để tồn tại x và y.

- *Lời giải đúng:* Ta có: $x^2+y^2=-m^2+6\Leftrightarrow(x+y)^2-2xy=-m^2+6$. Vì $x+y=m$ nên $xy=m^2-3$. Theo định lí Viét đảo thì x và y là các nghiệm của phương trình $t^2-mt+m^2-3=0$ (1). Nhận thấy x và y tồn tại khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm, hay $m\in[-2;2]$. Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $f(m)=m^2-6m-3$ với $m\in[-2;2]$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(m)=m^2-6m-3$ với $m\in[-2;2]$, ta có giá trị nhỏ nhất của M là -11, đạt được khi *m* = 2; giá trị lớn nhất của M là 13, đạt được khi *m* = -2.

Tình huống 3: SL của HS trong quá trình suy luận (SL5).

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm *M*(4; 3; 4), song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

GV đưa ra một tình huống giải bài toán như sau: Gọi $\overrightarrow{n_p}(a;b;c)$ $(a^2+b^2+c^2\neq0)$ là vectơ pháp tuyến của (P). Khi đó, phương trình của mặt phẳng $(P):a(x-4)+b(y-3)+c(z-4)=0$. Vì $(P)//\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta}=0$, trong đó $\overrightarrow{u_\Delta}(-3;2;2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ, suy ra $-3a+2b+2c=0\Leftrightarrow a=\dfrac{2b+2c}{3}$ (1).

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$, bán kính *R = 3* tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow d(I,(P))=R\Leftrightarrow\dfrac{|-3a-b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $(b+c)^2=\left(\dfrac{2b+2c}{3}\right)^2+b^2+c^2\Leftrightarrow 2b^2-5bc+2c^2=0$ (3).

Nhận thấy, nếu $c = 0$ thì từ (1) và (3) suy ra *a = b = 0* (loại); nếu $c \neq 0$, từ (3) suy ra $\frac{b}{c} = 2$, hoặc $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$.

Với $\frac{b}{c} = 2$, chọn *b = 2* và *c = 1* thì *a = 2.* Khi đó (P): *2x + 2y + z – 18 = 0* (4).

Với $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$, chọn *b = 1* và *c = 2* thì *a = 2.* Khi đó (P): *2x + y + 2z – 19 = 0* (5).

- *Phát hiện SL:* GV cho HS thử lại kết quả của bài toán, với (P): *2x + 2y + z – 18 = 0* không thỏa mãn yêu cầu về điều kiện của (P). Vậy, lời giải trên đã có SL.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL*: Bài toán đặt ra là xác định mặt phẳng (P) thỏa mãn các yêu cầu, nhưng trong lập luận HS đã ngộ nhận rằng luôn tồn tại mặt phẳng (P) thỏa mãn, từ đó tiếp tục đi đến việc xác định được phương trình của mặt phẳng (P) (SL5). Vì vậy, HS không chú ý kiểm tra lại mỗi mặt phẳng có phương trình (4) hoặc (5) có thỏa mãn yêu cầu của bài toán hay không.

- *Cách khắc phục:* GV hướng dẫn HS phân biệt đây là bài toán có dạng điều kiện cần và đủ. Khi đó, cần giải bài toán điều kiện cần trước để tìm được phương trình của mặt phẳng (P). Sau đó thử lại các kết quả.

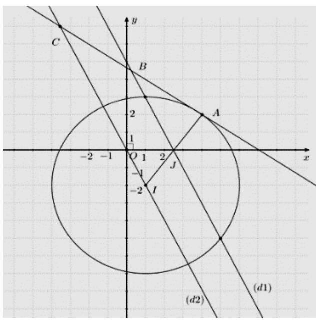
- *Lời giải đúng:* Trước hết đưa ra cách giải như tình huống ở trên. Kết quả (P) có phương trình dạng (4) hoặc (5). Tiếp đến, lấy một điểm cụ thể trên đường thẳng Δ, chẳng hạn điểm *A(6; 2; 2)*. Thay tọa độ điểm *A* vào vế trái của phương trình (4), ta có 2.6 + 2.2 + 2 - 18 = 0, suy ra *A* thuộc (P). Mặt khác $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$, từ đó suy ra $\Delta \subset (P)$ (không thỏa mãn điều kiện $\Delta \,//\, (P)$).

Tương tự, thay tọa độ điểm A vào vế trái của phương trình (5), ta có 2.6 + 2.2 + 2 - 19 = -1 $\neq$ 0, suy ra *A* không thuộc (P). Kết hợp với kết quả $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$, suy ra $\Delta \,//\, (P)$. Vậy (P) có phương trình: 2x + y + 2z - 19 = 0 thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Tình huống 4: SL của HS trong quá trình quan sát trực quan khi giải các bài toán hình học (SL6) và khi thực hiện hoạt động phân chia các trường hợp riêng trong quá trình giải toán (SL1).

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn *(C)* có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 5 = 0$, $d_2: 2x + y = 0$. Lập phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn *(C)* tại A cắt d_1, d_2 lần lượt tại B và C sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AC.

GV đưa ra một tình huống giải bài toán như sau (xem hình 1):



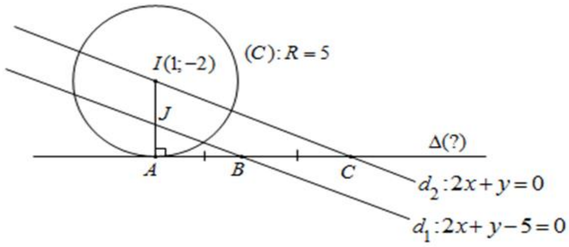
Hình 1

Quan sát hình 1, ta thấy J là trung điểm của IA và điểm J thuộc trục hoành. Do đó, tọa độ điểm J là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, suy ra $J\left(\frac{5}{2}; 0\right)$. Vì $I(1; -2)$ và $J\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ là trung điểm của IA nên $A(4; 2)$. Khi đó Δ đi qua $A(4; 2)$ và nhận $\overrightarrow{IA} = (3; 4)$ là một vectơ pháp tuyến nên có phương trình $3(x-4) + 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 20 = 0$. Vậy, đường thẳng cần tìm có phương trình: $3x + 4y - 20 = 0$.

- *Phát hiện SL:* GV cho HS thử xem đường thẳng có phương trình x = 6 có thỏa mãn bài toán hay không. Kết quả cho thấy, bài toán còn có thêm đáp số là đường thẳng x = 6. Như vậy, lời giải trên đã có SL.

- *Nguyên nhân dẫn đến SL:* Trong lời giải, HS đã ngộ nhận đặc điểm của điểm J là trung điểm của đoạn IA và J nằm trên trục hoành (SL6) và chưa xét hết các khả năng về vị trí của đường thẳng cần tìm nên xét thiếu trường hợp đường thẳng có phương trình $x = 6$ (SL1).

- *Cách khắc phục*: GV lưu ý HS phải chứng minh J là trung điểm của IA. Hơn nữa, cần xét hết các khả năng về vị trí của đường thẳng cần tìm để nhận ra điểm J không phải luôn thuộc trục hoành (xem hình 2).



Hình 2

- *Lời giải đúng:* Đường tròn *(C)* có tâm $I(1;-2)$ thuộc d_2 và bán kính $R = 5$. Gọi $d_1 \cap IA = \{J\}$, do $d_1 // d_2$ và *B* là trung điểm của *AC* nên JB là đường trung bình của tam giác IAC, suy ra J là trung điểm của IA. Gọi $J(t;5-2t) \in d_1$, khi đó: $JI = \frac{IA}{2} = \frac{R}{2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow JI^2 = \frac{25}{4} \Leftrightarrow (t-1)^2 + (2t-7)^2 = \frac{25}{4}$. Suy ra $t = \frac{5}{2}; t = \frac{7}{2}$.

Với $t = \frac{5}{2} \Rightarrow J\left(\frac{5}{2};0\right) \Rightarrow A(4;2)$, khi đó Δ đi qua $A(4;2)$ và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (3;4)$, có phương trình là: $3(x-4) + 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 20 = 0$.

Với $t = \frac{7}{2}$, tương tự ta giải được $x = 6$.

Vậy, Δ có phương trình là: $3x + 4y - 20 = 0$, hoặc $x = 6$.

3. Kết luận

Kết quả học tập của HS sẽ được cải thiện rõ rệt khi hạn chế được những SL sơ đẳng hoặc thường gặp cũng như do tư duy và nhận thức chưa đúng. Để góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán, bên cạnh việc giúp HS lĩnh hội được những tri thức toán học, GV cần hiểu phong cách học tập và trình độ nhận thức của HS nhằm hạn chế các SL cho các em. Với những SL trong quá trình giải toán được chỉ ra một cách tường minh, HS sẽ lĩnh hội kiến thức một cách tích cực, hứng thú học tập và khắc sâu kiến thức, từ đó góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán.

Tài liệu tham khảo

Đào Văn Trung (2001). *Làm thế nào để học tốt Toán phổ thông.* NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

Fetsch, R. J., & Yang, R. K. (2002). The effect of competitive and cooperative learning preferences on children's self-perceptions: A comparison of 4-H and non-4-H members. *The Journal of Extension*, *40*(3). https://tigerprints.clemson.edu/joe/vol40/iss3/8

Hoth, J., Larrain, M., & Kaiser, G. (2022). Identifying and dealing with student errors in the mathematics classroom: Cognitive and motivational requirements. *Educational Psychology*, 13. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1057730

Kahane, J. P., Castella, C., Mercier, A., Clarou, P., & Grenoble, I. (1997). *Một số kinh nghiệm giảng dạy Toán ở Pháp*. NXB Giáo dục.

Lê Thống Nhất (1996). *Rèn luyện năng lực giải toán cho học sinh phổ thông trung học thông qua việc phân tích và sửa chữa sai lầm của học sinh khi giải toán*. Luận án Phó tiến sĩ Khoa học Sư phạm - Tâm lí, Trường Đại học Sư phạm Vinh.

Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Hữu Hậu (2010). *Phát hiện và sửa chữa sai lầm cho học sinh trong dạy học Đại số - Giải tích ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.

Polya, G. (2010). *Giải một bài toán như thế nào?* NXB Giáo dục Việt Nam.

Trần Phương, Nguyễn Đức Tấn (2013). *Những sai lầm trong giải toán phổ thông.* NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

Trương Thị Dung (2017). *Tổ chức hoạt động học tập môn Toán cho học sinh trung học phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực phát hiện các quy luật toán học*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.