

# DAY HỌC GIẢI TOÁN NỘI DUNG “CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP” (TOÁN 10) THÔNG QUA TRANH LUẬN KHOA HỌC: MỘT NGHIÊN CỨU TRƯỜNG HỢP

Nguyễn Ái Quốc

Trường Đại học Sài Gòn  
Email: [naquoc@sgu.edu.vn](mailto:naquoc@sgu.edu.vn)

## Article history

Received: 14/11/2023

Accepted: 20/12/2023

Published: 05/3/2024

## Keywords

Mathematical communication competency, scientific debate, operations on sets, 10th grade math

## ABSTRACT

According to the 2018 General Education Curriculum for Mathematics, mathematical communication competence is one of the five core elements of mathematical competency to be formed and developed for high school students. Therefore, in teaching Mathematics, teachers need to focus on developing students' mathematical communication competency. This study proposes a process for teaching math problem solving through scientific debates to develop students' mathematical communication competency. This process is illustrated in teaching math problem solving with the topic “Math operations on sets” (Math 10) at Nguyen Huu Huan High School, Ho Chi Minh City. The study puts students in the context of calculating the number of elements of a set through the stages of a scientific debate, allowing students to share ideas about solutions to problems, present mathematical arguments, give feedback and refute incorrect statements to promote the development of the four components of mathematical communication competency.

## 1. Mở đầu

Năng lực giao tiếp toán học (NLGTTH) là một trong 5 năng lực toán học cốt lõi, được quy định trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Do vậy, trong quá trình dạy học môn Toán, GV không chỉ chú trọng đến kiến thức HS cần được lĩnh hội mà còn phải giúp các em hình thành và phát triển năng lực toán học, trong đó có NLGTTH. NLGTTH được đề cập từ cuối thế kỉ XX và đã có nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu. Theo Inprasitha và cộng sự (2012): Quá trình dạy học rất cần đến giao tiếp, nghiên cứu về giao tiếp rất quan trọng trong dạy học và giáo dục toán học. Nguyễn Tiến Trung và Bùi Gia Hiếu (2015) đã nghiên cứu về dạy học phát triển NLGTTH cho HS THPT thông qua các biểu diễn trực quan toán học. Lê Thái Bảo Thiên Trung và Vương Vĩnh Phát (2019) đã vận dụng các giai đoạn khác nhau của phương pháp ACODESA dựa trên học tập hợp tác, tranh luận khoa học (TLKH) để thiết kế một tình huống dạy học đạo hàm nhằm giúp HS hiểu rõ hơn về ý nghĩa hình học của đạo hàm, góp phần phát triển NLGTTH cho HS. Đỗ Thị Trinh và Đinh Tiến Nguyễn (2022) đã đề xuất 3 biện pháp phát triển NLGTTH cho HS trong dạy học nội dung “Lượng giác” ở trường THPT; các biện pháp này có mối quan hệ chặt chẽ, bổ sung cho nhau và đảm bảo tính logic. Vương Vĩnh Phát (2022) đưa ra quy trình dạy học môn Toán với giai đoạn TLKH, vai trò của TLKH đối với sự phát triển NLGTTH của HS trong dạy học Giải tích.

Nội dung “Các phép toán trên tập hợp” bao gồm những kiến thức cơ bản và quan trọng trong chương trình môn Toán 10. Việc học tập nội dung này tạo cơ hội cho HS hình thành và phát triển NLGTTH, trong đó các ngôn ngữ toán học và kí hiệu toán học được sử dụng để trình bày các lập luận và chứng minh. Thực tế dạy học cho thấy, một số HS vẫn còn mắc sai lầm khi các em chuyển đổi từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ tập hợp và ngôn ngữ kí hiệu, nên gặp khó khăn khi trình bày lời giải các bài toán liên quan đến phép toán trên tập hợp.

Bài báo trình bày một kết quả nghiên cứu về phát triển NLGTTH cho HS trong dạy học nội dung “Các phép toán trên tập hợp” (Toán 10) thông qua TLKH, tại Trường THPT Nguyễn Hữu Huân, TP. Hồ Chí Minh.

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Năng lực giao tiếp toán học

Tác giả Ngô Công Hoàn (2005) đã định nghĩa: Giao tiếp là hình thức đặc trưng cho mối quan hệ giữa con người với con người, qua đó nảy sinh sự tiếp xúc tâm lí và được biểu hiện ở sự trao đổi thông tin, hiểu biết, rung cảm và tác động qua lại. Theo Đặng Thị Thủy (2019): NLGTTH là khả năng sử dụng các con số, kí hiệu, hình ảnh, biểu đồ,

sơ đồ và từ ngữ để diễn đạt ý tưởng, giải pháp, nội dung toán học và sự hiểu biết của bản thân thông qua lời nói, ánh mắt, cử chỉ, điệu bộ phù hợp với đối tượng giao tiếp; đọc hiểu, biết lắng nghe, tiếp thu và tôn trọng ý kiến của người khác. Theo Niss (2003), NLGTTH bao gồm khả năng hiểu các thông điệp qua giao tiếp bằng chữ viết, hình ảnh hoặc văn bản, trong nhiều ngữ cảnh về các vấn đề có nội dung toán học.

Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi có thể hiểu NLGTTH là khả năng hiểu, phân tích, đánh giá, nhận xét các vấn đề toán học, bao gồm vốn tri thức toán học, kỹ năng sử dụng ngôn ngữ toán học, biểu diễn toán học và khả năng diễn đạt, giải thích ý tưởng một cách rõ ràng, mạch lạc.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, các thành tố và biểu hiện tương ứng của NLGTTH của HS THPT gồm: (1) Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết, được trình bày dưới dạng văn bản hay do người khác nói hoặc viết ra: - Nghe hiểu, đọc hiểu và ghi tóm tắt được các thông tin toán học cơ bản, trọng tâm trong văn bản nói hoặc viết; - Biết phân tích, lựa chọn, trích xuất được các thông tin toán học cần thiết từ văn bản nói hoặc viết; - Biết kết nối, liên kết, tổng hợp thông tin toán học từ các tài liệu khác nhau; (2) Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng toán học, biện pháp đưa ra trong sự tương tác với người khác: - Trình bày đầy đủ, chính xác, logic các nội dung, ý tưởng toán học; - Tham gia thảo luận, tranh luận về các nội dung và ý tưởng toán học với người khác; - Giải thích mạch lạc, rõ ràng suy nghĩ của mình về các biện pháp và biết lập luận toán học chặt chẽ; (3) Sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic,...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác: - Sử dụng một cách hợp lí ngôn ngữ toán học, kết hợp với ngôn ngữ thông thường để biểu đạt các lập luận, chứng minh các mệnh đề toán học; - Phân tích, so sánh, đánh giá và lựa chọn được các ý tưởng toán học phù hợp; (4) Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến toán học: - Tự tin khi trình bày, diễn đạt các nội dung toán học; - Khi tham gia thảo luận, tranh luận, biết giải thích các nội dung toán học một cách rõ ràng, lập luận chặt chẽ để khẳng định hay bác bỏ một mệnh đề toán học nào đó (Bộ GD-ĐT, 2018).

## 2.2. Tranh luận khoa học trong dạy học môn Toán

Trong phương pháp dạy học truyền thống, HS thường chỉ nhận biết và nhớ lại các kiến thức toán học mà không được khuyến khích phân biện và TLKH. Điều này sẽ không giúp HS phát triển NLGTTH một cách tích cực. Theo Bibby (2014): *“Tranh luận là thử nghiệm các ý tưởng bằng cách không đồng ý với người khác. Sử dụng tranh luận trong lớp học có thể giúp HS phát triển các kỹ năng như: tư duy trừu tượng, tư duy phân tích, diễn thuyết, sử dụng ngôn ngữ, đặt câu hỏi/kiểm tra chéo, nghiên cứu, phân biệt đúng/sai từ các ý kiến, làm việc nhóm/hợp tác”* (tr 9). TLKH là một công cụ giáo dục cho phép GV làm cho lớp học của mình có một văn hóa chung về kiến thức và thực hành phương pháp khoa học (Charlot et al., 2015). Khi TLKH, HS phải sử dụng các kiến thức và kỹ năng toán học để đưa ra lập luận, chứng minh hoặc bác bỏ một quan điểm hay một giả thuyết. HS cần lắng nghe và đánh giá các lập luận của bạn, cùng tranh luận để tìm ra chân lí hoặc giải pháp tốt nhất. Qua đó, HS rèn luyện được kỹ năng diễn đạt các ý tưởng một cách rõ ràng và mạch lạc; kỹ năng sử dụng từ vựng và kí hiệu toán học để mô tả các mối liên hệ, tình huống, mô hình và giải thích các ý tưởng toán học.

## 2.3. Quy trình dạy học giải toán thông qua tranh luận khoa học nhằm phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh

Để phát triển NLGTTH cho HS trong dạy học giải toán, chúng tôi sử dụng quy trình dạy học có pha TLKH của Arsac và cộng sự (1992) gồm 4 giai đoạn như sau:

*Giai đoạn 1: Nghiên cứu cá nhân.* GV chuyển giao nhiệm vụ toán học cho HS. Giai đoạn này có nhiều cơ hội phát triển cho HS thành tố 1, 2 và 3 của NLGTTH.

*Giai đoạn 2: Nghiên cứu theo nhóm.* Trong giai đoạn 2, HS chuyển sang làm việc theo nhóm. Giai đoạn này có nhiều cơ hội phát triển cho HS cả 4 thành tố của NLGTTH.

*Giai đoạn 3: Tranh luận chung giữa các nhóm.* Trong giai đoạn 3, các nhóm tranh luận trước lớp về giải pháp cho vấn đề. Giai đoạn này có nhiều cơ hội phát triển cho HS cả 4 thành tố của NLGTTH.

*Giai đoạn 4: Thể chế hóa.* GV nêu lại kiến thức, làm rõ các quy trình giải quyết vấn đề, xác định giải pháp chính xác cho vấn đề. Giai đoạn này có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1 của NLGTTH.

#### 2.4. Dạy học giải toán nội dung “Các phép toán trên tập hợp” (Toán 10) thông qua tranh luận khoa học nhằm phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh

Sau đây, chúng tôi tiến hành thực nghiệm dạy học giải toán nội dung “Các phép toán trên tập hợp” (Toán 10) trong thời gian 1 tiết (45 phút), với 96 HS lớp 10 (chia thành 20 nhóm) - Trường THPT Nguyễn Hữu Huân, TP. Hồ Chí Minh. Thời gian tiến hành thực nghiệm là tháng 9/2023.

*Bài toán:* HS lớp 12 có thể đăng kí xét tuyển vào trường đại học A thông qua 3 phương thức: xét tuyển thẳng, xét tuyển bằng kết quả kì thi THPT quốc gia và xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực. Ban tuyển sinh của trường A thống kê được 699 HS đăng kí xét tuyển, trong đó có 300 HS xét tuyển bằng kết quả của cả 2 kì thi THPT quốc gia và đánh giá năng lực, số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi THPT quốc gia bằng  $\frac{2}{3}$  số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực, số HS được xét tuyển thẳng bằng  $\frac{1}{12}$  số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực. Hỏi có bao nhiêu HS đăng kí xét tuyển vào trường đại học A chỉ bằng một trong 2 phương thức xét tuyển bằng kết quả thi, biết HS đã được xét tuyển thẳng thì không cần dùng kết quả các kì thi để xét tuyển nữa.

Chúng tôi chọn tình huống này nhằm đi đến thể chế hóa cách tìm số phần tử của tập hợp trong bài toán thực tiễn khi đã biết trước số phần tử của phân giao, chỉ ra ưu điểm của việc sử dụng biểu đồ Venn trong quá trình làm bài. Thông qua tổ chức cho HS TLKH để đi đến việc tính số phần tử của tập hợp bằng cách thiết lập phương trình bậc nhất, HS thảo luận, tìm ra cách tính số phần tử của tập hợp cũng như phát triển cả 4 thành tố của NLGTT.

*Giai đoạn 1: Làm việc cá nhân.* GV chuyển giao nhiệm vụ tính số HS đăng kí xét tuyển vào trường đại học A chỉ bằng một trong 2 phương thức xét tuyển bằng kết quả thi. Mục tiêu của giai đoạn này nhằm phát triển thành tố 1, 2 và 3 của NLGTT.

Ở giai đoạn 1, đa số HS đều hiểu được yêu cầu của bài toán. Trong số 96 phiếu trả lời của HS, có 75 phiếu tóm tắt đầy đủ và chi tiết giả thiết của bài toán, hiểu được yêu cầu của bài toán; 5 phiếu xác định không đúng giả thiết và hiểu sai yêu cầu bài toán; 16 phiếu để trống. Trong 80 phiếu có bài giải, có 11 phiếu đặt  $x$  là số phần tử của tập  $A \cap B$  và không tiếp tục giải được bài toán; 47 phiếu đặt được số phần tử của tập cần tìm là  $x$ , trong đó có 15 phiếu thiết lập được phương trình bậc nhất:  $\frac{2}{5}x + 300 + \frac{3}{5}x + \frac{3}{60}x = 699$ , tính ra kết quả đúng  $x = 380$ ; có 16 phiếu gọi  $x$  là số HS được xét tuyển chỉ bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực và thiết lập được phương trình bậc nhất:  $x + \frac{2}{3}x + 300 + \frac{1}{12}x = 699$ , rồi tìm được  $x = 228$ , tính ra số HS cần tìm là:  $\frac{2}{3}x + x = 380$ .

Trong giai đoạn 1, vẫn có một số HS chưa sử dụng được ngôn ngữ toán học để trình bày, diễn đạt các bước xác định số HS cần tìm. Vì đây là một bài toán thực tiễn, các em ngay lập tức gặp khó khăn, nhiều em bỏ cuộc khi thấy cách làm của mình không giải được bài toán.

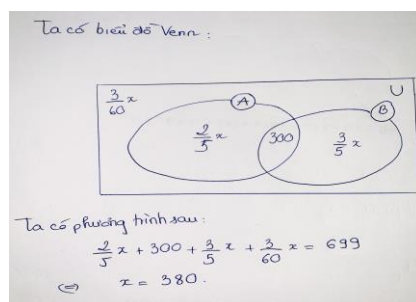
*Giai đoạn 2: Nghiên cứu theo nhóm.* Trong giai đoạn 2, HS chuyển sang làm việc theo nhóm. Tất cả các nhóm đều tìm được hướng giải bài toán. Có 16 nhóm giải thành công bài toán bằng cách lập phương trình bậc nhất, các nhóm còn lại lập phương trình sai, hoặc sử dụng không đúng công thức.

Trong quá trình làm bài theo nhóm, nhìn chung các nhóm hoạt động tích cực để tìm lời giải cho bài toán, phân tích đề bài và chuyển bài toán thực tiễn về ngôn ngữ toán học. Các kĩ năng giao tiếp bằng ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường trong hoạt động nhóm diễn ra sôi nổi. HS trong nhóm hỗ trợ lẫn nhau, bạn biết cách giải thì giảng giải cho bạn chưa biết, bạn chưa biết thì tích cực trao đổi để lĩnh hội kiến thức.

*Giai đoạn 3: Tranh luận giữa các nhóm.* Sau khi kết thúc thời gian làm việc nhóm, GV thu bài làm của các nhóm và tổ chức TLKH giữa các nhóm bằng cách chọn ra một bài làm chưa chính xác của một nhóm để giới thiệu cho cả lớp. Tiếp theo, GV yêu cầu mỗi nhóm đọc hiểu bài làm và đặt câu hỏi cho nhóm đã thực hiện; các nhóm khác đưa ra ý kiến của nhóm mình dưới dạng “đồng ý” hoặc “không đồng ý”. Sau đó, GV chọn thời điểm thích hợp để dừng cuộc tranh luận, chuyển sang bài làm của nhóm khác nếu cuộc tranh luận chưa tìm được câu trả lời đúng, hoặc chuyển sang thể chế hóa nếu cuộc tranh luận đã giải được bài toán và chỉ ra được cách xác định đại lượng cần tìm.

Trong khuôn khổ của bài báo, chúng tôi minh họa phần TLKH thông qua một đoạn TLKH về kết quả giải bài toán của nhóm 3 và nhóm 2:

*GV: Các em cùng theo dõi cách làm của nhóm 3 (xem hình 1).*



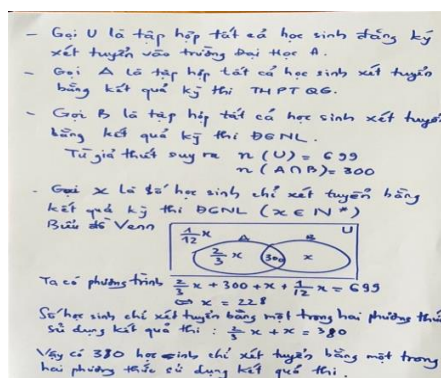
Hình 1. Bài làm có kết quả đúng nhưng chưa hoàn chỉnh của nhóm 3

HS15: Kết quả của nhóm 3 đúng rồi ạ, nhưng chưa trình bày cụ thể cách giải. Em có thắc mắc là tại sao các bạn lại lập được phương trình như vậy ạ?

HS22: Do trong hai tập cần tìm (HS chỉ vào biểu đồ Venn) có tập này bằng 2/3 tập kia, nên nếu gọi số HS được xét tuyển chỉ bằng kết quả kì thi THPT quốc gia là 2 phần thì số HS được xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực là 3 phần. Như vậy, một tập là  $\frac{2}{5}x$ , một tập là  $\frac{3}{5}x$ .

HS15: Dạ em đã hiểu ạ.

GV: Bài làm của nhóm 2 có cùng kết quả với nhóm 3 nhưng cách làm rõ ràng hơn. Các em cùng theo dõi nhé (xem hình 2).



Hình 2. Bài làm của nhóm 2

HS43: Thưa thầy, tại sao lại phải đặt x là số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực ạ?

GV: Nhóm 2 giải đáp thắc mắc của bạn nhé.

HS15: Do em nhận thấy giả thiết số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi THPT quốc gia bằng 2/3 số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả kì thi đánh giá năng lực. Nếu đặt x như vậy ta sẽ suy ra được số HS chỉ xét tuyển bằng kết quả thi THPT quốc gia là  $\frac{2}{3}x$  ngay ạ.

HS43: Dạ, em hiểu rồi ạ.

GV: Bài làm của nhóm 2 là khá rõ ràng và cụ thể. Các nhóm hoàn chỉnh bài làm của nhóm mình và rút kinh nghiệm nhé.

**Phân tích đoạn tranh luận:** Kết quả TLKH cho thấy, HS đã xác định được số phần tử của tập hợp bằng cách thiết lập phương trình bậc nhất, hiểu được cách trình bày lời giải bài toán một cách logic. HS nhận ra được có nhiều cách đặt ẩn phụ để tìm số phần tử cần tìm. Tuy cách đặt ẩn khác nhau, nhưng đều tìm ra được đại lượng mà đề bài yêu cầu. Sau quá trình TLKH, HS nhận biết được cách đặt ẩn và thiết lập phương trình bậc nhất một ẩn để giải bài toán.

**Giai đoạn 4: Thể chế hóa.** GV tóm tắt lại cách sử dụng biểu đồ Venn để biểu diễn một tập hợp, cách thức tìm số phần tử của tập hợp bằng cách thiết lập phương trình.

Sau 4 giai đoạn, các nhóm đã có cơ hội phát triển cả 4 thành tố của NLGTTT thông qua các giai đoạn. Cụ thể: Ở giai đoạn 1, HS hiểu nhiệm vụ được giao, đọc hiểu được các dữ liệu từ giả thiết của bài toán. Mỗi em đều sử dụng ngôn ngữ toán học (biểu đồ Venn; kí hiệu về giao, hợp của hai tập hợp,...) để trình bày, diễn đạt các bước xác định số HS đăng kí xét tuyển vào trường đại học A chỉ bằng một trong 2 phương thức xét bằng kết quả thi thông qua



những kiến thức, kinh nghiệm của mình. Từ đó HS có nhiều cơ hội phát triển được thành tố 1, 2 và 3 của NLGTTH. Tuy nhiên, nhiều HS còn gặp một số khó khăn như: chưa phân tích được các số liệu của đề bài, chưa liên kết được kiến thức áp dụng vào giải bài toán. Ở giai đoạn 2, HS được trao đổi, bàn bạc, thảo luận để tìm hướng giải quyết vấn đề nên có nhiều cơ hội phát triển cả 4 thành tố của NLGTTH. HS được trao đổi, thảo luận, trình bày ý tưởng hay phương án của mình cho các thành viên của nhóm; biết phân tích, so sánh các ý tưởng với nhau để thống nhất và đưa ra lời giải chung của nhóm. Ở giai đoạn 3, HS có cơ hội đọc và hiểu lời giải của các nhóm khác, phân tích và đánh giá các ý tưởng toán học, trình bày ý kiến của mình. HS đã nhận thức, đánh giá và chỉ ra được sai lầm trong lời giải của các nhóm, nêu ý kiến về cách giải của nhóm 2 và nhóm 3. Ở giai đoạn 4, sau khi GV tóm tắt lại cách sử dụng biểu đồ Venn để biểu diễn cho một tập hợp, phép giao và hợp của hai tập hợp, cách thức tìm số phần tử của tập hợp bằng cách thiết lập phương trình, HS có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1 của NLGTTH.

### 3. Kết luận

Dạy học giải toán thông qua TLKH đã phát triển các thành tố của NLGTTH cho HS như: - Hoàn thiện khả năng nghe hiểu, đọc hiểu và ghi chép (tóm tắt) các thông tin toán học cơ bản: biết phân tích, chọn lọc thông tin toán học để xác định được dữ kiện và yêu cầu của bài toán; - Trình bày được nội dung, ý tưởng toán học một cách hợp lí, rõ ràng, logic, chặt chẽ hơn; - Biết sử dụng ngôn ngữ toán học, kết hợp với ngôn ngữ thông thường để tóm tắt bài toán, chia sẻ các ý tưởng toán học; - Biết cách làm việc nhóm hiệu quả, chủ động khi phân chia công việc. Khả năng thuyết trình của HS được nâng lên, các em mạnh dạn, tự tin hơn khi trình bày một vấn đề. Bên cạnh đó, HS rèn luyện được khả năng tập trung, thiết lập được thói quen kiểm tra lại bài làm của mình để phát hiện và sửa lỗi sai.

Bài báo đã đề xuất quy trình dạy học giải toán thông qua TLKH nhằm phát triển NLGTTH cho HS và minh họa quy trình này trong dạy học nội dung “Các phép toán trên tập hợp” (Toán 10). Các tình huống dạy học đưa ra để tổ chức tranh luận đã thu hút được sự tham gia của HS. Thông qua quá trình các nhóm tranh luận, các em đã tích cực đưa ra ý kiến, chủ động phát biểu, hiểu sâu hơn và rõ hơn về các phép toán trên tập hợp, nắm được các kỹ thuật tính toán và biết cách đặt ẩn phụ sao cho phù hợp. Do vậy, việc tổ chức hoạt động học tập theo nhóm có pha TLKH đã tạo ra môi trường tương tác, học tập tích cực; HS được chia sẻ ý tưởng, suy nghĩ của cá nhân, học tập lẫn nhau, từ đó góp phần thúc đẩy sự phát triển của NLGTTH.

### Tài liệu tham khảo

- Arsac, G., Chapiron, G., Colonna, A., Germain, G., Guichard, Y., & Mante, M. (1992). *Initiation au raisonnement déductif au collège: une suite de situations permettant l'appropriation des règles du débat mathématique*. Presses Universitaires Lyon.
- Bibby, N. (2014). *Discovering the world through debate: A practical guide to educational debate for debaters, coaches, and judges*. New York: International Debate Education Association.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Charlot, G., Lecorre, T., Legrand, M., & Martino, H. D. (2015). Le debat scientifique en classe : une démarche d'investigation collective pour une culture scientifique commune. *Espace Mathématique Francophone*, 10-14.
- Đặng Thị Thủy (2019). Một số biện pháp phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh cuối cấp tiểu học thông qua dạy học giải toán có lời văn. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt tháng 12*, 156-161.
- Đỗ Thị Trinh, Đinh Tiến Nguyễn (2022). Một số biện pháp phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học nội dung “Lượng giác” ở trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 22(16), 12-16.
- Inprasitha, M., Pattanajak, A., & Inprasitha, N. (2012). A Study of Student's Mathematical Communication in Teacher Professional Development. *Journal of Modern Education Review*, 2(1), 38-46.
- Lê Thái Bảo Thiên Trung, Vương Vĩnh Phát (2019). Nghiên cứu năng lực giao tiếp toán học của học sinh trong một tình huống dạy học đạo hàm. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 16(4), 40-52.
- Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. IMFUFA, Roskilde University, P.O. BOX 260, DK-4000 Roskilde, Denmark.
- Ngô Công Hoàn (2005). *Giao tiếp sư phạm*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- Nguyễn Tiến Trung, Bùi Gia Hiếu (2015). Dạy học phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trung học phổ thông thông qua biểu diễn trực quan toán học. *Tạp chí Giáo dục*, 369, 30-32.
- Vương Vĩnh Phát (2022). Dạy học giải tích bằng hình thức tranh luận khoa học giúp phát triển năng lực giao tiếp toán học của học sinh. *Tạp chí Giáo dục*, 22(3), 7-12.