

# PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY VÀ LẬP LUẬN TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN NỘI DUNG “GIẢM MỘT SỐ ĐI MỘT SỐ LẦN” (TOÁN 3)

Phạm Huyền Trang<sup>1</sup>,  
Nguyễn Ngọc Giang<sup>2+</sup>,  
Nguyễn Huy Thao<sup>2</sup>,  
Trương Thị Kim Tiên<sup>3</sup>,  
Hoàng Thiên Kim<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2;  
<sup>2</sup>Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh;  
<sup>3</sup>Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh;  
<sup>4</sup>Trường Tiểu học, THCS, THPT Việt Úc, Thành phố Hồ Chí Minh  
+ Tác giả liên hệ • Email: giangnn@hub.edu.vn

## Article history

Received: 27/12/2023

Accepted: 31/01/2024

Published: 20/3/2024

## Keywords

Mathematical competency,  
mathematical thinking and  
reasoning, reducing a number  
by a number, math 3

## ABSTRACT

Currently, the general education Curriculum in Mathematics is designed in the direction of developing learners' qualities and competencies. In particular, the capacity to think and reason mathematically is one of the five mathematical competencies that need to be formed and developed for students in teaching Mathematics. “Reduce a number by a number” is a fundamental topic in the Math 3 program, offering multiple opportunities to develop students' mathematical thinking and reasoning abilities. The study presents a process for teaching math problem solving in elementary schools to develop students' mathematical thinking and reasoning competency and illustrates this process with the topic “Reduce a number by a number” (Math 3). The proposed process includes several steps, each of which contributes to the formation and development of elements of mathematical thinking and reasoning competency for students.

## 1. Mở đầu

Hiện nay, để thực hiện mục tiêu đổi mới căn bản, toàn diện GD-ĐT, Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã nêu rõ: môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho HS năng lực toán học, bao gồm các thành phần cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học (TD&LLTH); năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Như vậy, năng lực TD&LLTH là 1 trong 5 năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS ở trường phổ thông.

Trên thế giới đã có nhiều nghiên cứu về năng lực TD&LLTH. Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế (OECD) đã tập trung vào vai trò cũng như cách thức giúp HS bồi dưỡng năng lực TD&LLTH (OECD, 2018). Qomariyah và Darmayanti (2023) nghiên cứu cách đo lường năng lực TD&LLTH. Ở Việt Nam, gần đây đã có nhiều nghiên cứu về năng lực TD&LLTH như: Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023) đề cập việc phát triển năng lực TD&LLTH thông qua áp dụng kiến thức, kỹ năng vào thực tiễn. Phạm Thị Kim Châu và Nguyễn Văn Bé (2023) đề cập dạy học chủ đề “Số và phép tính” trong chương trình Toán 5 theo hướng phát triển năng lực TD&LLTH cho HS. Phạm Thị Kim Châu (2022) đã đề cập quá trình phát triển năng lực TD&LLTH cho HS lớp 4 trong dạy học môn Toán,... Nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3) là nội dung cơ bản được trong chương trình sách giáo khoa Toán 3. Tuy nhiên, nghiên cứu về năng lực TD&LLTH trong dạy học nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3) là chủ đề còn ít được đề cập, nghiên cứu. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một số vấn đề về năng lực TD&LLTH, đưa ra quy trình dạy học giải toán ở tiểu học nhằm phát triển năng lực TD&LLTH cho HS và minh họa quy trình này trong dạy học giải toán nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3).

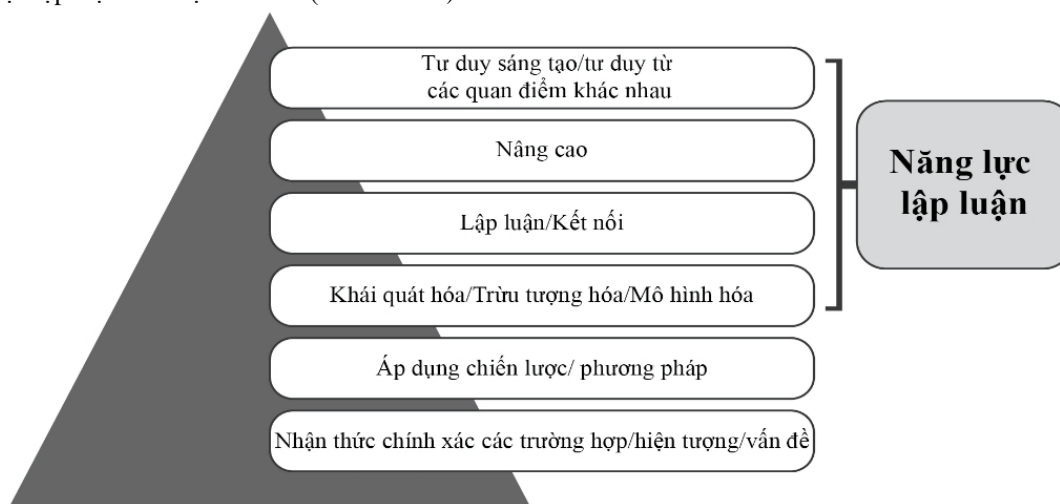
## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Năng lực tư duy và lập luận toán học

Trên thế giới có nhiều quan niệm khác nhau về năng lực TD&LLTH. Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế (Organization for Economic Cooperation and Development (OECD)) cho rằng, năng lực TD&LLTH được thể hiện thông qua việc: (1) Xác định, nhận biết, tổ chức, kết nối và biểu diễn thông tin; (2) Biết cách xây dựng, trừu tượng

hóa, đánh giá, giải thích suy luận; (3) Biết cách phản biện, bác bỏ và điều chỉnh suy luận của mình (OECD, 2018). Hội đồng GV toán Quốc gia Hoa Kỳ (NCTM) đưa ra một quan điểm khác về năng lực TD&LLTH khi cho rằng, kiến thức toán học thường phát triển theo hình xoắn ốc; khám phá và dự đoán là các hoạt động của năng lực TD&LLTH mà một HS cần hình thành và phát triển; HS cần được tạo cơ hội để trình bày suy luận cũng như cách nghĩ của mình cho người khác, cần được phát hiện, sửa chữa sai lầm cũng như phản biện lại lập luận của người khác (NCTM, 2020). Theo Gonzalez và cộng sự (2021), năng lực TD&LLTH là khả năng kết luận, phân tích, đánh giá, khái quát hóa, kết nối, tích hợp, tìm giải pháp cho các vấn đề. Một quan điểm khác của Xin và cộng sự (2022) cho rằng, năng lực TD&LLTH là một kỹ năng quan trọng và cần thiết để hiểu các khái niệm toán học, áp dụng các ý tưởng toán học vào xây dựng kiến thức mới. Theo Qomariyah và Darmayanti (2023), năng lực TD&LLTH là khả năng đưa ra các nhận định trong việc giải quyết vấn đề để đi đến kết luận.

Trên đây là một số quan điểm coi năng lực TD&LLTH là một năng lực. Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu khác lại coi năng lực TD&LLTH gồm có 2 năng lực thành phần riêng biệt là năng lực tư duy toán học và năng lực lập luận toán học. Theo Niss (2003), năng lực TD&LLTH là sự kết hợp của hai loại năng lực, đó là năng lực tư duy toán học và năng lực lập luận toán học. Năng lực tư duy toán học thể hiện qua việc: (1) Năng lực đặt câu hỏi, hiểu các câu trả lời trong toán học; (2) Hiểu và thực hiện được những mở rộng cũng như đặc biệt hóa khái niệm đã cho; (3) Mở rộng phạm vi khái niệm bằng cách trừu tượng hóa một số tính chất, khái quát hóa các kết quả; (4) Phân biệt các khẳng định toán học (bao gồm các khẳng định có điều kiện (nếu - thì), các phát biểu, giả định, định nghĩa, lí luận, giả thuyết,...). Năng lực lập luận toán học thể hiện qua việc: (1) Theo dõi và đánh giá chuỗi các lập luận, thay đổi bằng các lập luận, đánh giá khác; (2) Hiểu các chứng minh toán học, biết thay thế các lập luận toán học bằng các lập luận toán học khác; (3) Phát hiện các ý tưởng cơ bản trong phần lập luận đã đưa ra (đặc biệt là chứng minh), bao gồm cả sự phân biệt các ý tưởng, chi tiết chính; (4) Chia các lập luận toán học theo ý chính và phụ, biến đổi các lập luận trong quá trình tìm tòi, khám phá thành các minh chứng đúng đắn. Đồng quan điểm với Niss (2002), Mumcui và Akturk (2017) cũng coi năng lực TD&LLTH gồm hai năng lực là năng lực tư duy toán học và năng lực lập luận toán học. Theo đó, năng lực lập luận toán học là yếu tố quan trọng, là mục tiêu hướng tới của quá trình dạy học môn Toán. HS có năng lực lập luận toán học sẽ biết vận dụng toán học vào các vấn đề của thực tiễn cuộc sống. Cấu trúc của năng lực lập luận toán học như sau (xem sơ đồ 1):



Sơ đồ 1. Cấu trúc của năng lực lập luận toán học theo Mumcui và Akturk (2017)

Tiếp theo, Mumcui và Akturk (2017) cũng đưa ra quan điểm về năng lực tư duy toán học. Năng lực tư duy toán học bao gồm các hoạt động lí luận, mô phỏng và tạo mối liên kết giữa các ý tưởng, bao gồm các kỹ năng giúp HS vận dụng kiến thức toán học vào các tình huống thực tiễn. Cấu trúc của năng lực tư duy toán học được thể hiện ở sơ đồ 2 (trang bên).

Như vậy, thông qua các nghiên cứu ở trên cho thấy, có nhiều quan điểm khác nhau về năng lực TD&LLTH. Có quan điểm coi năng lực TD&LLTH chỉ là một năng lực, nhưng cũng có quan điểm coi năng lực TD&LLTH gồm hai năng lực thành phần là năng lực tư duy toán học và năng lực lập luận toán học. Trong từng năng lực thành phần

thì cách hiểu và cách xây dựng cũng khác nhau. Tuy nhiên, dù cách xây dựng, định nghĩa năng lực TD&LLTH có khác nhau thì vẫn có điểm chung. Đó là những thuật ngữ mô tả nội hàm của TD&LLTH thường là “hiểu”, “suy luận”, “lí luận”, “mô phỏng”, “tạo mối liên kết”, “vận dụng”, “phân biệt”, “khái quát hóa”, “tương tự”, “đặc biệt hóa”,... Trong bài báo này, chúng tôi thống nhất khái niệm “năng lực TD&LLTH” với quan điểm của Chương trình giáo dục phổ thông 2018: TD&LLTH là năng lực thực hiện được các thao tác tư duy như: so sánh, phân tích, tổng hợp, đặc biệt hóa, khái quát, tương tự, quy nạp, diễn dịch; chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận; giải thích hoặc điều chỉnh được cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học (Bộ GD-ĐT, 2018).



Sơ đồ 2. Cấu trúc của năng lực tư duy toán học theo Alkan và Guzel (2005)

Cũng theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, các thành tố của năng lực TD&LLTH của HS tiểu học bao gồm các hoạt động sau: - Thực hiện được các thao tác tư duy (ở mức độ đơn giản), đặc biệt là biết quan sát, tìm kiếm sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống quen thuộc và mô tả được kết quả của việc quan sát; - Nêu được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận; - Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Bước đầu chỉ ra được chứng cứ và lập luận có cơ sở, có lí lẽ trước khi kết luận (Bộ GD-ĐT, 2018).

## 2.2. Quy trình dạy học giải toán ở tiểu học nhằm phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh

Dựa trên các thành tố của năng lực TD&LLTH của HS theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán của Bộ GD-ĐT (2018), nghiên cứu của Phạm Thị Kim Châu và Nguyễn Văn Bé (2023), Nguyễn Văn Thuận và cộng sự (2023), chúng tôi đưa ra quy trình dạy học giải toán ở tiểu học nhằm phát triển năng lực TD&LLTH cho HS gồm các bước sau:

- *Bước 1. Lựa chọn bài toán, xác định các dữ liệu cần thiết.* Không phải bài toán nào ở tiểu học cũng có nhiều cơ hội phát triển năng lực TD&LLTH cho HS, GV cần chọn lọc những bài toán phù hợp. Bài toán phát triển được năng lực TD&LLTH thường là bài toán có lời văn mà để giải bài toán cần phải sử dụng các thao tác tư duy như so sánh, phân tích, tổng hợp,... Bước này có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1 của năng lực TD&LLTH cho HS.

- *Bước 2. Định hướng tìm tòi lời giải bài toán.* GV phân tích, gợi mở vấn đề, đặt câu hỏi nhằm giúp HS tìm ra lời giải bài toán. Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho HS thành tố 1 và 2 của năng lực TD&LLTH.

- *Bước 3. Giải bài toán.* HS hoàn thiện lời giải bài toán. GV sẽ hướng dẫn cho HS trình bày cách giải bài toán một cách logic, chặt chẽ. Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho HS phát triển cả 3 thành tố của năng lực TD&LLTH.

- *Bước 4. Nghiên cứu sâu bài toán.* GV thực hiện nghiên cứu sâu bài toán bằng các thao tác tư duy như khái quát hóa, tương tự, đặc biệt hóa,... Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho HS thành tố 2 và 3 của năng lực TD&LLTH.

## 2.3. Minh họa dạy học giải toán nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3) nhằm phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh

- *Bước 1. Lựa chọn bài toán, xác định các dữ liệu cần thiết.* GV dựa trên nội dung “Giảm một số đi một số lần” để lựa chọn bài toán có lời văn phù hợp, chẳng hạn như bài toán sau:

*Bài toán 1:* Khi thống kê số xe xích lô và số xe ô tô tải ngày hôm nay, một bác tài xế nhận thấy số xe của mỗi loại giảm đi một nửa so với ngày hôm qua. Dưới đây là số xe xích lô và số xe tải của ngày hôm qua, hỏi số xe xích lô và số xe tải của ngày hôm nay là bao nhiêu (xem bảng 1)?

Bảng 1. Số xe xích lô và số xe tải

Phương tiện	Số xe ngày hôm qua	Số xe ngày hôm nay
Số xe xích lô	12	?
Số xe tải	4	?

HS quan sát và xác định được thông tin, đó là ngày hôm qua số xe xích lô là 12 chiếc, số xe tải là 4 chiếc. Cần tìm số xe ngày hôm nay khi biết số xe mỗi loại giảm đi một nửa so với ngày hôm qua.

Như vậy, có thể thấy ở bước 1, HS có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1 của năng lực TD&LLTH. Đó là thực hiện được thao tác tư duy quan sát, tìm kiếm sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống quen thuộc và mô tả được kết quả của việc quan sát.

- *Bước 2. Định hướng tìm tòi lời giải bài toán.* GV cần phân tích, gợi mở để HS xác định được các thông tin của bài toán như: giảm đi một nửa là giảm đi 2 lần; bài toán cho số xe xích lô và xe tải ngày hôm qua, cần tìm số xe xích lô và số xe tải ngày hôm nay. Từ đó, HS cũng có được kiến thức về giảm một số đi một số lần, đó là: Muốn giảm một số đi một số lần, ta lấy số đó chia cho số lần.

Như vậy, có thể thấy ở bước 2, HS có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1 và 2 của năng lực TD&LLTH.

- *Bước 3. Đưa ra lời giải cho bài toán.* GV hướng dẫn cho HS hoàn thiện lời giải bài toán sau khi đã xác định được các thông tin ở bước 2.

Số xe xích lô của ngày hôm nay là:  $12 : 2 = 6$  (xe).

Số xe tải của ngày hôm nay là:  $4 : 2 = 2$  (xe).

Đáp số: 6 xe xích lô, 2 xe tải.

Như vậy, có thể thấy ở bước 3, HS có nhiều cơ hội phát triển cả 3 thành tố của năng lực TD&LLTH.

- *Bước 4. Nghiên cứu sâu bài toán.* GV khắc sâu kiến thức cho HS bằng cách khai thác và phát triển bài toán ban đầu thành các bài toán mới sau:

*Bài toán 2:* Khi thống kê số xe xích lô và số xe tải ngày hôm nay, một bác tài xế nhận thấy số xe của mỗi loại giảm đi 5 lần so với ngày hôm qua. Mỗi xe xích lô có 3 bánh xe, mỗi xe tải có 6 bánh xe. Biết rằng, số xe xích lô và số xe tải của ngày hôm qua lần lượt là 15 và 25.

a) Hỏi số xe xích lô và số xe tải của ngày hôm nay?

b) Tổng số bánh xe xích lô và tổng số bánh xe tải của ngày hôm nay là bao nhiêu?

Để giải bài toán này, HS cần sử dụng kết hợp tính chất giảm một số đi 5 lần, sử dụng phép nhân 3 và phép nhân 6 đã học để đưa ra lời giải của bài toán:

Số xe xích lô của ngày hôm nay là:  $15 : 5 = 3$  (xe).

Số xe tải của ngày hôm nay là:  $25 : 5 = 5$  (xe).

Tổng số bánh xe xích lô của ngày hôm nay là:  $3 \times 3 = 9$  (bánh).

Tổng số bánh xe tải của ngày hôm nay là:  $5 \times 6 = 30$  (bánh).

GV có thể khắc sâu kiến thức cho HS thông qua việc cho HS giải các bài toán cùng dạng bằng cách thay dữ kiện của bài toán, chẳng hạn như bài toán sau:

*Bài toán 3:* Đầu buổi sáng, trước khi mẹ mang gà và thỏ ra chợ bán, bạn Lan nhận thấy mẹ có 30 con gà và 18 con thỏ. Buổi trưa khi mẹ đi chợ về, Lan nhận thấy số con gà và số con thỏ mỗi loại đều bị giảm đi 3 lần so với đầu buổi sáng.

a) Hỏi số con gà và số con thỏ mỗi loại sau khi mẹ bạn Lan đi chợ về là bao nhiêu?

b) Tổng số chân gà và tổng số chân thỏ sau khi mẹ bạn Lan đi chợ về là bao nhiêu?

Như vậy, có thể thấy ở bước 4, HS có nhiều cơ hội phát triển thành tố 1, 2 và 3 của năng lực TD&LLTH. Đó là thực hiện được thao tác tư duy (ở mức độ đơn giản), biết quan sát, tìm kiếm sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống quen thuộc và mô tả được kết quả của việc quan sát; nêu được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận; nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề.

### 3. Kết luận

Năng lực TD&LLTH có vai trò quan trọng đối với HS. Đối với HS tiểu học, năng lực TD&LLTH không chỉ được thể hiện trong quá trình HS lập luận để giải toán mà còn trong quá trình quan sát, nêu được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí, trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Bài báo đưa ra quy trình dạy học giải toán ở tiểu học nhằm phát triển cho HS năng lực TD&LLTH và minh họa quy trình thông qua dạy học nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3). Quy trình đưa ra gồm 4 bước, mỗi bước đều góp phần hình thành một số thành tố của năng lực TD&LLTH. Để quá trình dạy học đạt được mục tiêu phát triển năng lực TD&LLTH cho HS, GV cần xác định được các biểu hiện cụ thể của mỗi thành tố, từ đó lựa chọn được các hoạt động dạy học cũng như hình thức, phương pháp dạy học phù hợp.

**Tài liệu tham khảo**

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Gonzalez, A., Gallego-Sanchez, I., Gavilan-Izquierdo, J. M., & Puertas, M. L. (2021). Characterizing Levels of Reasoning in Graph Theory. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 17(8). <https://doi.org/10.29333/ejmste/11020>
- Mumcui, H. Y., & Akturk, T. (2017). An analysis of the reasoning skills of pre-service teachers in the context of mathematical thinking. *European Journal of Education Studies*, 3(5), 225-254.
- National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2020). *Standards for the Preparation of Secondary Mathematics Teachers*. Reston.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish KOM project. In A. Gagatsis, & S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education - Athens, Hellas 3-4-5 January 2003* (pp. 116-124). Hellenic Mathematical Society.
- Nguyễn Dương Hoàng, Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận cho học sinh lớp 12 thông qua dạy học thể tích khối đa diện. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 12(02S), 38-47. <https://doi.org/10.52714/dthu.12.02S.2023.1082>
- Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Thị Mỹ Hằng, Nguyễn Thị Xoan (2023). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Đại số tổ hợp” ở trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 23(7), 1-5.
- OECD (2018). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science*.
- Phạm Thị Kim Châu (2022). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh lớp 4 thông qua dạy học môn Toán. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 12(01S), 46-55.
- Phạm Thị Kim Châu, Nguyễn Văn Bé (2023). Dạy học chủ đề Số và phép tính trong Toán 5 theo hướng phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 10(6), 15-20. <https://doi.org/10.52714/dthu.10.6.2021.905>
- Qomariyah, S., & Darmayanti, R. (2023). Development of High School Students' Mathematical Reasoning Ability Instruments on Three Dimension Material. *Journal of Mathematics and Science Education*, 11(1), 249-260.
- Xin, Y. P., Park, J. Y., Tzur, R., & Si, L. (2020). The impact of a conceptual model-based mathematics computer tutor on multiplicative reasoning and problem-solving of students with learning disabilities. *Journal of Mathematical Behavior*, 58. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100762>