

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN THỰC TIỄN (TOÁN 10)

Nguyễn Ái Quốc^{1,+},
Nguyễn Vũ Quỳnh Như²

¹Trường Đại học Sài Gòn;

²Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

+ Tác giả liên hệ • Email: naquoc@sgu.edu.vn

Article history

Received: 28/12/2023

Accepted: 29/01/2024

Published: 20/3/2024

Keywords

Competencies, mathematical modeling, practical problems, students, math grade 10

ABSTRACT

According to the 2018 General Education Curriculum, mathematical modeling competency is one of the components of mathematical competency that needs to be formed and developed for students. Mathematical modeling competency helps students solve practical problems by using mathematical models to convert practical problems into mathematical problems. This study presents a mathematical modeling process in teaching practical problems solving and illustrates the process in teaching practical problems solving in the Math 10 program at Phu Nhuan High School, Ho Chi Minh City. The experimental teaching results show that solving practical problems through the mathematical modeling process has developed elements of mathematical modeling competency for students.

1. Mở đầu

Theo mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018: môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho HS năng lực toán học, bao gồm các thành phần cốt lõi như năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH); năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Do vậy, năng lực MHHTH là một năng lực cơ bản, cần hình thành và phát triển cho HS phổ thông. Năng lực MHHTH cho phép người học vận dụng các kiến thức toán học đã lĩnh hội vào giải quyết các vấn đề của thực tiễn, bằng cách chuyển đổi bài toán thực tiễn thành bài toán toán học thông qua mô hình toán học, sau khi giải được bài toán toán học sẽ trả lời cho bài toán thực tiễn ban đầu.

Trong những năm gần đây, đã có nhiều nghiên cứu ở trong và ngoài nước về phát triển năng lực MHHTH của HS phổ thông. Nghiên cứu của Lê Hồng Quang (2019) đề xuất khung năng lực MHHTH của HS THPT, làm căn cứ để nghiên cứu các biện pháp nâng cao năng lực MHHTH cho HS. Duong và cộng sự (2019) đã xây dựng các bài toán thực tiễn liên quan đến định lý Sin, định lý Cosin và tiến hành thực nghiệm trên 46 HS lớp 10A1 Trường THPT Phan Thanh Giang, tỉnh Bến Tre; sau đó, nhóm tác giả sử dụng phương pháp phân tích định tính (thang đo) để đánh giá các mức độ đạt được của năng lực MHHTH của HS. Hojgaard (2021) cho rằng, việc phát triển năng lực MHHTH và năng lực giải quyết vấn đề toán học của HS như hai mục tiêu học tập cơ bản khác nhau; sự phân biệt như vậy sẽ tạo điều kiện thuận lợi cho việc xây dựng chương trình học tập phù hợp với HS,... Bên cạnh đó, vẫn có những cách làm mới trong từng nội dung cụ thể trong dạy học môn Toán để phát triển năng lực MHHTH cho HS.

Bài báo trình bày một số vấn đề lí luận, đưa ra quy trình MHHTH trong dạy học giải các bài toán thực tiễn ở THPT và minh họa quy trình này trong dạy học giải bài toán thực tiễn ở lớp 10 (Toán 10) tại Trường THPT Phú Nhuận, quận Phú Nhuận, TP. Hồ Chí Minh.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số vấn đề lí luận

2.1.1. Mô hình hóa toán học

Theo Swetz và Hartzler (1991), “mô hình” là một minh họa được thiết kế để mô tả cấu trúc, cách vận hành của một hiện tượng, hệ thống hay khái niệm. Theo Lê Thị Hoài Châu (2014), MHHTH là sự giải thích bằng toán học cho một hệ thống ngoài toán học với các câu hỏi xác định mà người ta đặt ra, là một tập hợp các phần tử có tác động qua lại lẫn nhau theo một nguyên lí, quy tắc đặc trưng. Theo Greer (1997), MHHTH là sự chuyển đổi giữa thực tiễn và toán học. Edwards và Hamson (2001) cho rằng, MHHTH là một quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học bằng việc thiết lập các mô hình toán học, sau đó giải quyết, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cần. Theo Barreto (2010), MHHTH là một mô hình trừu tượng, sử dụng ngôn

ngữ toán học như đồ thị, phương trình, hàm số, kí hiệu,... để biểu diễn, mô tả đặc điểm của một sự vật, hiện tượng, hay một đối tượng thực đang được nghiên cứu.

Có thể hiểu, “MHHTH” là sự chuyển đổi từ vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học thông qua ngôn ngữ toán học (như: kí hiệu, bảng, biểu đồ,...), là quá trình lập đi lập lại các thao tác tổng hợp, phân tích, giải thích, đối chiếu. Từ đó, giải quyết các vấn đề thực tiễn đặt ra và cải tiến nếu cách giải quyết chưa hợp lí hoặc không thể chấp nhận. Quá trình này yêu cầu người thực hiện phải có hiểu biết về toán học và vận dụng kinh nghiệm cá nhân, liên kết giữa các lĩnh vực khác nhau trong thực tiễn để giải quyết vấn đề đặt ra.

2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Maaß (2006) định nghĩa năng lực MHHTH bao gồm các kĩ năng và khả năng thực hiện quy trình MHHTH nhằm đạt được mục tiêu xác định. Kaiser (2007) cho rằng, năng lực MHHTH đặc trưng cho khả năng thực hiện toàn bộ quy trình MHHTH và phản ánh về quá trình đó. Theo Henning và Keune (2004), năng lực MHHTH là tổ hợp những thuộc tính của cá nhân người học như kiến thức, kĩ năng, thái độ và sự sẵn sàng tham gia vào hoạt động MHHTH nhằm đảm bảo cho hoạt động đó đạt hiệu quả; nghiên cứu này còn xác định năng lực MHHTH một cách chi tiết, bao gồm khả năng xây dựng mô hình, thông dịch giữa thế giới thực và thế giới toán học, làm việc với mô hình toán học như chính xác hóa và đánh giá các mô hình toán, phản ánh về kết quả của các mô hình đó điều chỉnh quy trình mô hình hóa nếu cần thiết. Theo Blomhøj và Jensen (2007), năng lực MHHTH là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quy trình MHHTH với một tình huống cho trước. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH được cho là sự sẵn sàng của một ai đó để thực hiện tất cả các phần của quy trình MHHTH trong một tình huống nhất định. Theo Đỗ Thị Thanh (2020): Năng lực MHHTH là khả năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH.

Như vậy, có thể hiểu “năng lực MHHTH” là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của một quy trình MHHTH để giải quyết một vấn đề, bài toán thực tiễn. Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán của Bộ GD-ĐT (2018), năng lực MHHTH của HS THPT gồm có 03 thành tố với các biểu hiện tương ứng như sau: (1) Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh các yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được.

2.2. Quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học giải các bài toán thực tiễn ở trường trung học phổ thông

Đã có nhiều nghiên cứu đưa ra quy trình MHHTH. Các quy trình tuy có các giai đoạn, các bước khác nhau nhưng cũng có nhiều nét tương đồng. Theo Blum và Leiss (2007), quy trình MHHTH gồm các bước sau: - Bước 1: Đọc hiểu nhiệm vụ đã cho và xây dựng mô hình cho tình huống đó; - Bước 2: Đơn giản hóa và xác định các biến phù hợp nhằm xây dựng mô hình thực của tình huống; - Bước 3: Từ cơ sở mô hình thực, chuyển sang mô hình toán; - Bước 4: Giải bài toán bằng kiến thức toán học để tìm kết quả; - Bước 5: Chuyển kết quả toán học thành trở lại giải quyết vấn đề của thực tiễn; - Bước 6: Xác định tính phù hợp của kết quả với mô hình thực; - Bước 7: Trình bày cách giải quyết cho tình huống thực. Quy trình MHHTH của Swetz và Hartzler (1991) gồm 4 giai đoạn như sau: - Giai đoạn 1: Quan sát các tình huống thực tiễn, phác thảo các tình huống và phát hiện các yếu tố quan trọng (như biến số, tham số) có tác động đến vấn đề đó; - Giai đoạn 2: Lập giả thuyết về mối quan hệ giữa các yếu tố thông qua ngôn ngữ toán học, từ đó phác họa mô hình toán học tương ứng; - Giai đoạn 3: Áp dụng các phương pháp và công cụ toán học phù hợp để mô hình hóa và phân tích mô hình; - Giai đoạn 4: Thông báo kết quả, đối chiếu mô hình với thực tiễn và đưa ra kết luận. Nguyễn Danh Nam (2015) đưa ra quy trình MHHTH gồm các bước: - Bước 1: Tìm hiểu, xây dựng cấu trúc, làm sáng tỏ, phân tích, đơn giản hóa vấn đề, xác định giả thuyết, tham số, biến số trong phạm vi của vấn đề thực tế; - Bước 2: Thiết lập mối liên hệ giữa các giả thuyết khác nhau đã đưa ra; - Bước 3: Xây dựng bài toán bằng cách lựa chọn và sử dụng ngôn ngữ toán học mô tả tình huống thực tiễn; - Bước 4: Sử dụng kiến thức toán học phù hợp để giải bài toán; - Bước 5: Hiểu được lời giải của bài toán, ý nghĩa của mô hình toán học trong bối cảnh thực tế; - Bước 6: Kiểm nghiệm mô hình (ưu điểm và hạn chế), kiểm tra tính hợp lí và tối ưu của mô hình đã xây dựng; - Bước 7: Thông báo, giải thích, dự đoán, cải tiến mô hình hoặc xây dựng mô hình có độ phức tạp cao hơn, phù hợp với thực tế.

Từ các nghiên cứu ở trên, trong bài báo này, chúng tôi vận dụng quy trình MHHTH của Swetz và Hartzler (1991) để xây dựng quy trình MHHTH vì quy trình này gồm 4 giai đoạn, phù hợp với quá trình giải toán. Quy trình MHHTH trong dạy học giải bài toán thực tiễn được chúng tôi xây dựng gồm 4 bước như sau:

- *Bước 1: Lập mô hình mô phỏng thực tiễn:* Chọn lọc, xác định các yếu tố, dữ kiện quan trọng của bài toán thực tiễn và mối liên hệ giữa chúng.

- *Bước 2: Thiết lập mô hình toán học:* Thiết lập mô hình toán học mô tả tình huống ban đầu, nghĩa là sử dụng ngôn ngữ toán học để biểu diễn mối liên hệ giữa các yếu tố đã xác định ở bước 1.

- *Bước 3: Giải bài toán toán học đã thiết lập ở bước 2:* Sử dụng các công cụ toán học phù hợp để giải quyết vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.

- *Bước 4: Đối chiếu, kiểm nghiệm kết quả trong thực tiễn:* Xem xét tính hợp lí, mức độ phù hợp của kết quả vừa tìm được trong ngữ cảnh thực tiễn và đưa ra kết luận.

Trong quá trình thực hiện các bước của một quy trình MHHTH để giải bài toán thực tiễn, HS có cơ hội phát triển các thành tố của năng lực MHHTH như: xác định mô hình phù hợp cho tình huống thực tiễn, giải quyết vấn đề toán học trong mô hình đã thiết lập và trở lại trả lời cho vấn đề của thực tiễn.

2.3. Dạy học giải bài toán thực tiễn (Toán 10) nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh ở Trường Trung học phổ thông Phú Nhuận, quận Phú Nhuận, Thành phố Hồ Chí Minh

Dưới đây, chúng tôi trình bày một kết quả dạy học giải toán ở lớp 10A12 Trường THPT Phú Nhuận, quận Phú Nhuận, TP. Hồ Chí Minh (vào tháng 9/2023). Số HS tham gia thực nghiệm là 50 em. Thực nghiệm được tiến hành trong thời gian 45 phút, tương ứng với 1 tiết học, ngay sau khi HS đã học định lí Cosin và định lí Sin.

Bài toán thực tiễn: Đèn pha rọi biển là loại đèn thường được lắp đặt trên tàu thuyền (xem hình 1). Đèn gắn trên tàu sẽ giúp tàu có thể nhận diện rõ các vật cản trên biển để tránh các tai nạn. Một chiếc tàu đánh cá quyết định dừng lại và thả neo tại một vị trí cách bờ biển 2,5km. Để quan sát sự vật xung quanh và có hướng xử lí kịp thời, ngư dân bật một chiếc đèn pha chiếu xoay sáng xuyên đêm, biết chiếc đèn này có thể chiếu sáng xa tới 250m. Cùng lúc đó, một chiếc du thuyền đang di chuyển theo hướng song song với đường bờ biển. Tại vị trí cách tàu đánh cá 500m, thuyền trưởng quan sát và thấy đường ngắm của anh ta tới tàu đánh cá hợp với đường đi của du thuyền một góc 20° . Hỏi chiều dài của đoạn đường du thuyền đi mà được chiếu sáng bởi ánh đèn pha của tàu đánh cá trên là bao nhiêu?



Hình 1. Đèn pha rọi biển

(Nguồn: <https://img.msf.org/AssetLink/w86ntk732j5e8fu11v10f0624vyf1cpa.jpg>)

Đối với bài toán trên, HS cần hiểu rõ vị trí tương đối của du thuyền so với tàu đánh cá trên biển để xây dựng mô hình toán học phù hợp, từ đó xác định đúng đoạn đường cần tính. Ngoài ra, khi sử dụng định lí Cosin hoặc định lí Sin để tính độ dài đoạn đường du thuyền đi mà được chiếu sáng, HS sẽ tìm được câu trả lời cho tình huống ban đầu. Lớp học được chia thành 10 nhóm (mỗi nhóm 5 HS) tham gia thực nghiệm. GV tổ chức cho các nhóm giải bài toán thực tiễn dựa trên các bước của quy trình MHHTH như sau:

Bước 1: Lập mô hình mô phỏng thực tiễn. GV phát phiếu học tập có nội dung là bài toán thực tiễn cho 10 nhóm, yêu cầu các nhóm xác định những thông tin, dữ liệu cần thiết của bài toán. Trong quá trình HS lập mô hình mô phỏng thực tiễn, GV cần đặt ra các câu hỏi gợi mở, liên quan đến các dữ kiện trong tình huống như: vị trí của tàu đánh cá so với bờ? Hướng di chuyển của du thuyền? Vị trí tương đối của du thuyền so với tàu đánh cá (khoảng cách, góc

đo)? Hướng chiếu sáng của đèn pha? Ở bước này, HS cần thiết lập mối liên hệ giữa các dữ kiện: hướng di chuyển của du thuyền so với tàu đánh cá, khoảng cách giữa tàu đánh cá và du thuyền, khoảng cách chiếu sáng xa nhất của đèn pha,... Thông qua giai đoạn này, HS có được những nhận định ban đầu về bài toán thực tiễn, có cơ sở để thiết lập mô hình toán học phù hợp trong bước tiếp theo.

Kết quả thu được: 100% HS tham gia thực nghiệm đều xác định được đầy đủ các thông tin của bài toán thực tiễn: tàu đánh cá cách bờ 2,5km; đèn pha chiếu sáng và chiếu xa tới 250m; du thuyền di chuyển song song với bờ; du thuyền hiện cách tàu đánh cá 500m; góc hợp bởi đường ngắm của thuyền trưởng với đường đi của du thuyền là 20° . Ngoài ra, trong khi xem xét bài làm của các nhóm, chúng tôi nhận thấy nhóm 3 và 4 có chú ý đến thông tin gây nhiễu "vị trí cách bờ biển 2,5km". Minh chứng là việc cả hai nhóm đều thể hiện giả thiết này vào mô hình toán học của mình, tuy vậy không thấy sự tham gia của giả thiết "vị trí cách bờ biển 2,5km" trong lời giải của hai nhóm. Điều này cho thấy, mặc dù có chú ý đến thông tin gây nhiễu của bài toán, nhưng khi giải quyết vấn đề, HS vẫn biết cách chọn lọc, lựa chọn các giả thiết có ý nghĩa để sử dụng.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học. Sau khi HS đã xác định được các thông tin, dữ kiện quan trọng của bài toán thực tiễn, GV yêu cầu HS thể hiện mối liên hệ giữa các yếu tố thông qua mô hình toán học. Nhìn chung, các nhóm đã xây dựng được mô hình toán học là tam giác có hai cạnh bên lần lượt là khoảng cách giữa tàu đánh cá và du thuyền, khoảng cách chiếu sáng xa nhất của đèn pha, có cạnh đáy hợp với cạnh bên thứ nhất một góc 20° . Bài toán toán học mà HS cần xác định là tính chiều dài một cạnh của một tam giác khi biết chiều dài hai cạnh còn lại và số đo của một góc hợp bởi cạnh cần tính chiều dài và một trong hai cạnh còn lại.

Kết quả thu được cho thấy, các nhóm đều xây dựng được mô hình toán học. Chẳng hạn: nhóm 3 và nhóm 5 đều xây dựng được mô hình toán học. Trong mô hình toán học của nhóm 3, các dữ kiện đã được thể hiện đầy đủ, ngoài ra có cả dữ kiện thừa là đoạn thẳng có các nét gạch chéo biểu diễn bờ biển và đoạn thẳng BH biểu diễn khoảng cách 2,5km giữa tàu cá và bờ biển. Trong đó, mô hình toán học của nhóm 5 tinh gọn hơn, không có đường thẳng biểu diễn bờ biển và không có đoạn thẳng biểu diễn khoảng cách giữa tàu cá và bờ biển. Ngoài ra, khi được GV yêu cầu trình bày về bài toán toán học cần giải quyết, cả 10 nhóm đều phát biểu được bài toán tính chiều dài một cạnh trong một tam giác khi biết chiều dài hai cạnh còn lại và số đo của một góc hợp bởi cạnh cần tính chiều dài và một trong hai cạnh còn lại.

Bước 3: Giải bài toán toán học đã thiết lập ở bước 2. GV yêu cầu các nhóm giải bài toán toán học đã thiết lập ở bước 2. Sau đó, GV cho đại diện nhóm 3 và nhóm 5 lên trình bày kết quả của nhóm mình (xem hình 2 và 3). Nhóm 3 đã sử dụng định lý Cosin để giải bài toán, còn nhóm 5 đã sử dụng định lý Sin. GV có sự đánh giá lời giải của các nhóm, chỉnh sửa và hoàn thiện lời giải cho bài toán toán học được thiết lập.

Giải: Gọi O là vị trí tàu đánh cá
 A là vị trí ban đầu của du thuyền
 BC là đoạn đường được chiếu sáng

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle OAB$ có:

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 - 2 \cdot OA \cdot AB \cdot \cos A$$

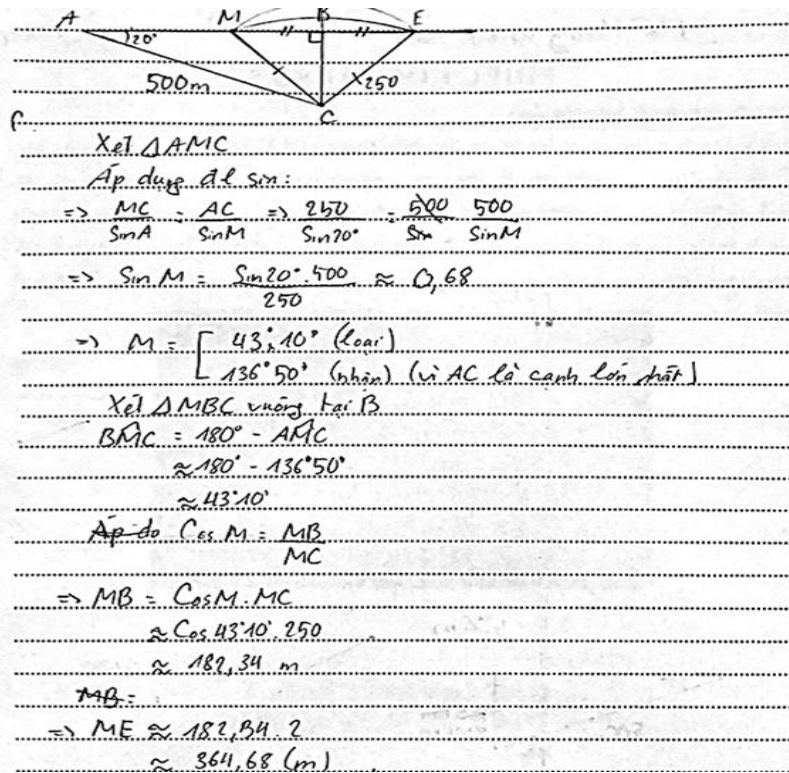
$$\Leftrightarrow 250^2 = 500^2 + AB^2 - 2 \cdot 500 \cdot AB \cdot \cos 20^\circ$$

$$\Leftrightarrow AB^2 - 2 \cdot 500 \cdot \cos 20^\circ \cdot AB + 500^2 - 250^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB = 652,2 \text{ (N)} \\ AB = 287,5 \text{ (N)} \end{cases}$$

Do $652,2 > 287,5$ nên $AC = 652,2$; $AB = 287,5$
 $\Rightarrow BC = AC - AB = 652,2 - 287,5 = 364,7 \text{ (m)}$
 Vậy đoạn được chiếu sáng dài 364,7m

Hình 2. Lời sử dụng định lý Cosin của nhóm 3



Hình 3. Lời giải sử dụng định lý Sin của nhóm 5

Trong số 10 nhóm tham gia thực nghiệm, có 5 nhóm sử dụng định lý Sin để tìm ra chiều dài cạnh còn lại trong tam giác, 3 nhóm sử dụng định lý Cosin để đưa bài toán về việc giải phương trình bậc hai ẩn là độ dài cạnh còn lại trong tam giác và có 2 nhóm sử dụng tỉ số lượng giác. Nhìn chung, các nhóm đều cố gắng vận dụng những kiến thức đã học như định lý Cosin, định lý Sin, tỉ số lượng giác để giải được mô hình toán học đã thiết lập (bài toán toán học).

Bước 4: Đối chiếu, kiểm nghiệm kết quả trong thực tiễn. Sau khi các nhóm đã tìm ra đáp số cho bài toán, GV yêu cầu HS đối chiếu lại kết quả trong ngữ cảnh thực tế, cụ thể là độ dài đoạn đường được chiếu sáng mà mỗi nhóm thu được có phù hợp với bài toán thực tiễn ban đầu hay không. Cụ thể hơn, đoạn đường đi mà du thuyền được chiếu sáng phải nhỏ hơn đoạn đường đi được của du thuyền kể từ khi thuyền trưởng nhìn thấy tàu đánh cá đến khi tàu không còn được chiếu sáng. Kết quả bài làm của các nhóm: Có 9/10 nhóm đã xem xét đến tính hợp lý của chiều dài đoạn đường đi mà du thuyền được chiếu sáng, chỉ có nhóm 6 là không kiểm tra lại tính hợp lý của chiều dài đoạn đường tìm được. Các nhóm còn lại đều xem xét tính hợp lý của kết quả tìm được. Nhóm 4 đã nhận thức được hai nghiệm của phương trình chính là chiều dài của AB và AC, lí giải AB phải nhỏ hơn AC, từ đó tính được giá trị phù hợp của chiều dài đoạn BC.

Sau khi trải qua 4 bước của quy trình MHHTH, HS đã có cơ hội được phát triển đầy đủ các thành tố của năng lực MHHTH: Ở bước 1, HS tiếp cận tình huống thực tiễn, xác định vấn đề cần giải quyết, xem xét và chọn lọc các thông tin và dữ kiện quan trọng của bài toán thực tiễn. Thông qua bước này, HS hình thành được kĩ năng chọn lọc thông tin, xác định mối liên hệ giữa các dữ kiện, từ đó có cái nhìn tổng quan và cụ thể về vấn đề cần giải quyết. Đây là bước nền tảng, chuẩn bị cho bước 2 là xác định mô hình toán học cho bài toán thực tiễn. Ở bước 2, HS dựa trên các thông tin, dữ kiện và mối liên hệ giữa chúng để tiến hành xác định mô hình toán học phù hợp, đó là hình tam giác có hai cạnh bên biểu diễn cho khoảng cách giữa tàu đánh cá và du thuyền, khoảng cách chiếu sáng xa nhất của đèn pha, góc hợp bởi đường ngắm của thuyền trưởng tới tàu đánh cá và đường đi của du thuyền. Đây là bước tạo cơ hội cho HS phát triển thành tố 1 của năng lực MHHTH cho HS. Ở bước 3, HS vận dụng các kiến thức toán học vào giải quyết bài toán toán học đã xác định từ bước 2. Để tìm chiều dài đoạn đường đi của du thuyền khi được chiếu sáng, HS đã vận dụng định lý Cosin, định lý Sin và tỉ số lượng giác trong tam giác. Đây là bước có nhiều cơ hội phát triển thành tố 2 của năng lực MHHTH cho HS. Sau cùng, ở bước 4, HS xem xét giá trị hợp lý của chiều dài đoạn đường đi của du thuyền khi được chiếu sáng có phù hợp với thực tiễn hay không. Thông qua bước 4, HS có cơ hội phát triển thành tố 2 và 3 của năng lực MHHTH.

3. Kết luận

Trong quá trình dạy học môn Toán, thực hiện mô hình hóa giúp HS hiểu được ý nghĩa, vai trò của kiến thức toán học trong cuộc sống; phát triển khả năng phân tích, suy luận, lập luận và giải quyết vấn đề toán học trong những tình huống khác nhau. Từ đó, HS hứng thú hơn trong học tập, đặc biệt là phát triển được năng lực MHHTH. Thông qua hoạt động MHHTH, HS có cơ hội phát triển các thao tác tư duy, kỹ năng giải quyết vấn đề, đặc biệt là thấy được mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn, yêu thích học tập môn Toán hơn. Như vậy, việc sử dụng quy trình MHHTH trong dạy học giải bài toán thực tiễn sẽ giúp HS phát triển năng lực MHHTH, đáp ứng được mục tiêu dạy học phát triển năng lực toán học cho HS theo yêu cầu đổi mới giáo dục hiện nay.

Tài liệu tham khảo

- Barreto, A. C. (2010). *Reference Center for Mathematical Modeling in Teaching*. Brazilian Precursors.
- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2007). What's all the fuss about competencies? *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 14, 45-56.
- Blum, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, M. Niss, (Eds): *Modelling and Applications in Mathematics Education* (ICMI Study 14), 45-56, Springer.
- Blum, W., & Leiss, D. (2007). *How do students and teachers deal with mathematical modeling problems?* In book: *Mathematical Modelling* (pp. 222-231). Education engineering and economics Chichester: Horwood Publishing.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Duong, H. T., Nguyen, P. L., Bui, P. U., & Le, T. G. (2019). Developing the Competency of Mathematical Modelling: A Case Study of Teaching the Cosine and Sine Theorems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 18(11), 18-37.
- Đỗ Thị Thanh (2020). Dạy học giải bài toán Xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5*, 131-137.
- Edwards, D., & Hamson, M. (2001). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke: Palgrave.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 293-307. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)
- Henning, H., & Keune, M. (2004). Levels of modelling competencies. *New ICMI Study Series*, 10, 225-232.
- Højgaard, T. (2021). Teaching for mathematical competence: The different foci of modelling competency and problem-solving competency. *Quadrante*, 30(2), 101-122.
- Kaiser, G. (2007). *Modelling and modelling competencies in school*. In book: *Mathematical Modelling* (pp.110-119).
- Lê Hồng Quang (2019). Nghiên cứu về khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*, 64(7), 120-129.
- Lê Thị Hoài Châu (2014). Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 65, 5-18.
- Maab, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Nguyễn Danh Nam (2015). Nghiên cứu quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học, Đại học Quốc gia Hà Nội*, 31(3), 1-10.
- Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Swetz, F. J., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.