

# MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC” (TOÁN 10)

Nguyễn Thị Mỹ Hằng<sup>1,+</sup>,  
Nguyễn Thị Thắm<sup>2</sup>,  
Nguyễn Thị Phương Thảo<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Vinh; <sup>2</sup>Trường THPT Hương Sơn, tỉnh Hà Tĩnh;  
<sup>3</sup>Trường THPT Quỳnh Lưu 3, tỉnh Nghệ An  
+ Tác giả liên hệ • Email: [nguyenmyhang3008@gmail.com](mailto:nguyenmyhang3008@gmail.com)

## Article history

Received: 08/01/2024

Accepted: 29/02/2024

Published: 05/5/2024

## Keywords

Methods, mathematical modeling competence, quantitative relations in triangles, grade 10 Math

## ABSTRACT

The current direction of educational innovation is to strongly shift the educational process from mainly equipping knowledge to comprehensively developing learners' competence and qualities. Mathematical modeling competence is considered one of the core competencies to be formed and developed for students in teaching Mathematics in high schools. This study proposes some measures to develop mathematical modeling competence for students in teaching the topic “Quantum relations in triangles” (Math 10). Each measure has illustrative examples and analysis to clarify the manifestations of mathematical modeling competence to facilitate teachers' application. It's critical for teachers to flexibly apply these measures in the teaching process in accordance with learners' characteristics, teaching content and practical classroom conditions.

## 1. Mở đầu

Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã nêu rõ, môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho HS năng lực toán học bao gồm các thành phần cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH); năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Như vậy, năng lực MHHTH là một trong những năng lực cần được hình thành và phát triển cho HS trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học môn Toán là tổ chức cho người học thực hiện tốt quy trình mô hình hóa một tình huống, bài toán thực tiễn tương thích với kiến thức toán học mà người học cần lĩnh hội (Cao Thị Hà và Nguyễn Xuân Dũng, 2023). Thực tiễn dạy học môn Toán cho thấy, nhiều HS còn những hạn chế nhất định về năng lực MHHTH, chẳng hạn như: các em gặp khó khăn khi giải các bài toán thực tiễn; lựa chọn, xác định mô hình toán học của bài toán thực tiễn; đánh giá, điều chỉnh các mô hình,... Do đó, dạy học phát triển năng lực MHHTH cho HS là vấn đề cần được tăng cường quan tâm nghiên cứu và triển khai ở các trường phổ thông.

Chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10) có nhiều nội dung gắn với thực tiễn, thuận lợi cho GV có thể khai thác để phát triển năng lực MHHTH cho HS. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày về MHHTH, năng lực MHHTH, xây dựng một số biện pháp sư phạm nhằm phát triển cho HS năng lực MHHTH trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10).

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Khái niệm “mô hình hóa toán học” và “năng lực mô hình hóa toán học”

- *Mô hình hóa toán học*: Theo Edwards và Hamson (2001), MHHTH là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tiễn sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Theo Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Hiếu Nhi (2021): “MHHTH là quá trình tìm hiểu, khám phá các tình huống xuất phát từ thực tiễn và bằng các công cụ và ngôn ngữ toán học, đưa các tình huống thực tiễn đó về mô hình toán học. Từ đó, vận dụng kiến thức, kỹ năng toán học để giải quyết các tình huống được đặt ra” (tr 7). Theo Phạm Thị Diệu Thùy và Dương Thị Hà (2018), MHHTH là quá trình tạo ra các mô hình toán học để giải quyết vấn đề toán học; mô hình toán học được xây dựng bằng cách chuyển các vấn đề từ thực tiễn thông qua phương tiện ngôn ngữ viết sang ngôn ngữ biểu tượng, kí hiệu.

Trong bài báo này, chúng tôi quan niệm MHHTH là quá trình chuyển đổi một bài toán, tình huống thực tiễn sang một bài toán toán học bằng cách thiết lập và giải quyết mô hình toán học để mô tả tình huống đặt ra trong

bài toán thực tiễn, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, điều chỉnh mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

- *Năng lực mô hình hóa toán học*: Theo Blomhøj và Jensen (2007), năng lực MHHTH là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quy trình mô hình hóa trong dạy học môn Toán nhằm giải quyết các vấn đề toán học được đặt ra. Theo Đỗ Thị Thanh (2020), năng lực MHHTH là kỹ năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH. Theo Maab (2006), năng lực MHHTH bao gồm các kỹ năng và khả năng thực hiện quá trình MHHTH nhằm đạt được mục tiêu xác định, sẵn sàng đưa ra những hành động. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH là khả năng vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn, hay là khả năng áp dụng những hiểu biết toán học để chuyển một tình huống thực tiễn về dạng toán học. Từ các quan điểm trên, có thể hiểu năng lực MHHTH là khả năng thực hiện được đầy đủ các bước của quá trình MHHTH trong một vấn đề, tình huống thực tiễn cho trước.

Theo Bộ GD-ĐT (2018), năng lực MHHTH của HS THPT gồm có các biểu hiện sau: (1) Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn; Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp: Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được.

## 2.2. Đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

Để xây dựng các biện pháp phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10), chúng tôi dựa trên các biểu hiện của năng lực MHHTH của HS THPT. Với mỗi biện pháp, GV cần thiết kế các hoạt động dạy học tương thích với các biểu hiện đó nhằm giúp HS chiếm lĩnh được kiến thức trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10).

### 2.2.1. Tổ chức dạy học các khái niệm, định lí cho học sinh thông qua giải bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

\* *Mục đích của biện pháp*: Giúp HS khám phá được các khái niệm, định lí toán học thông qua việc thiết lập được mô hình toán học trong quá trình giải bài toán thực tiễn. Biện pháp này có nhiều cơ hội phát triển cho HS năng lực MHHTH thông qua biểu hiện 1 và 2.

\* *Cách thức thực hiện biện pháp*: Để thực hiện biện pháp, GV cần hướng dẫn cho HS thiết lập được mô hình toán học, giải được mô hình toán học vừa thiết lập. Từ đó, GV thể chế hóa tri thức cần giảng dạy (khái niệm, định lí, hệ quả, công thức,...) từ quá trình giải quyết vấn đề.

*Ví dụ 1*: Trong dạy học định lí Sin, GV đưa ra bài toán thực tiễn sau: *Các nhà khảo cổ học tìm được chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ. Để xác định đường kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm A, B, C trên chiếc đĩa và đo được độ dài cạnh AC và độ lớn góc B của tam giác ABC (xem hình 1). Em hãy giúp các nhà khảo cổ xác định độ dài đường kính của chiếc đĩa theo độ dài cạnh AC và độ lớn góc B.*

GV hướng dẫn cho HS: Đường kính chiếc đĩa bị vỡ chính là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do vậy, HS có thể xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng cách dựng giao điểm của hai đường trung trực của đoạn thẳng AB và AC. GV hướng dẫn HS tạo một tam giác vuông có một góc bằng góc B bằng cách kẻ đường kính AA' (AA' gấp đôi cạnh AO).

Xét tam giác vuông ACA' có góc C vuông, góc  $\widehat{AA'C}$  bằng góc B. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Áp dụng tỉ số lượng giác trong tam giác vuông ACA', ta thu được  $\sin B = \sin \widehat{AA'C} = \frac{AC}{AA'} = \frac{AC}{2R}$  (xem hình 2). HS trả lời cho bài toán ban đầu: Đường kính của chiếc đĩa bị

vỡ là:  $2R = \frac{AC}{\sin B}$ .



Hình 1. Chiếc đĩa cổ bị vỡ  
(Nguồn: Đỗ Đức Thái và cộng sự  
(2022, tr 72))

Từ đó, GV thể chế hóa tri thức cho HS là nội dung định lí Sin: Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a, AC = b, AB = c$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp là

$$R. \text{ Khi đó: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

2.2.2. Hướng dẫn học sinh thiết lập quy trình mô hình hóa toán học để giải bài toán thực tiễn chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

\* Mục đích của biện pháp: Giúp HS thiết lập được quy trình mô hình hóa để giải các bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). Biện pháp này có nhiều cơ hội cho HS phát triển năng lực MHHTH thông qua cả 3 biểu hiện 1, 2, 3 của năng lực này.

\* Cách thức thực hiện biện pháp: Đề hướng dẫn HS xây dựng quy trình MHHTH trong dạy học giải bài toán thực tiễn, GV hướng dẫn HS thực hiện theo các giai đoạn sau:

- *Giai đoạn 1:* Xây dựng quy trình MHHTH để giải bài toán thực tiễn.

- *Giai đoạn 2:* Nhận xét, chỉnh sửa và hoàn thiện quy trình. Quy trình được xây dựng có thể gồm các bước sau: (1) Xây dựng mô hình của bài toán thực tiễn, xác định các dữ kiện; (2) Thiết lập mô hình toán học cho bài toán thực tiễn; (3) Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vào giải quyết những vấn đề toán học trong mô hình toán học được thiết lập; (4) Kiểm tra, đánh giá kết quả.

- *Giai đoạn 3:* Thực hiện giải bài toán thực tiễn thuộc chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10) theo các bước của quy trình.

Trong bài báo này, chúng tôi tập trung trình bày giai đoạn 3 của quy trình trên, tức là quá trình GV hướng dẫn HS thực hiện các bước (1), (2), (3) và (4) của quy trình MHHTH.

*Ví dụ 2:* Một con đường giao thông do phải tránh ngọn núi nên đã đi theo đường gấp khúc xung quanh núi (xem hình 3).

Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi nối thẳng từ A đến D. Em hãy đề xuất phương án để có thể tính được chiều dài đường hầm đó? Quá trình GV hướng dẫn HS thực hiện quy trình MHHTH như sau:

- *Bước 1:* Xây dựng mô hình của bài toán thực tiễn, xác định các dữ kiện. GV yêu cầu HS tóm tắt những thông tin chính của vấn đề: Một con đường giao thông hiện tại đi theo đường gấp khúc ABCD (xem hình 3), hãy đề xuất phương án để tính chiều dài AD của đường hầm đó?

- *Bước 2:* Thiết lập mô hình toán học. GV có thể đặt các câu hỏi nhằm hướng dẫn HS chọn mô hình toán học phù hợp:

+ Để tính chiều dài đường hầm AD, ta cần sử dụng kiến thức nào? (Câu trả lời mong đợi: Ta có thể sử dụng hệ thức lượng trong tam giác, cụ thể là định lí Sin, định lí Cosin).

+ Để tính chiều dài đường hầm AD, ta cần tính các yếu tố nào? (Câu trả lời mong đợi: Độ dài cạnh AC, độ lớn góc  $\widehat{ACD}$ ).

+ Làm thế nào để tính chiều dài đoạn AC? (Câu trả lời mong đợi: Sử dụng định lí Cosin trong tam giác ABC).

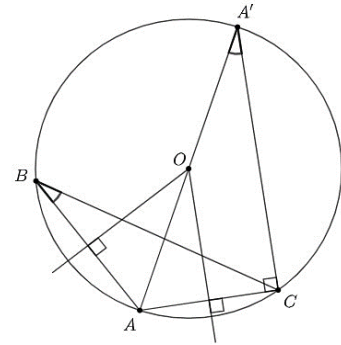
+ Em hãy phát biểu bài toán toán học của bài toán thực tiễn ban đầu? (Câu trả lời mong đợi: Cho tứ giác ABCD có  $AB = 8, CB = 6, CD = 12, \widehat{ABC} = 105^\circ, \widehat{BCD} = 135^\circ$ . Tính độ dài cạnh AD?

- *Bước 3:* Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vào giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán học được thiết lập. GV hướng dẫn HS giải bài toán toán học và đưa ra câu trả lời trong toán học (xem hình 4):

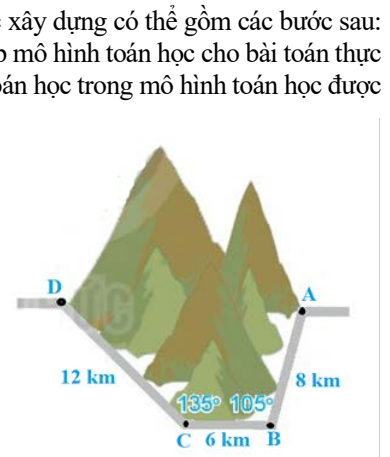
Trong tam giác  $ABC$ , ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 105^\circ \approx 124,85.$$

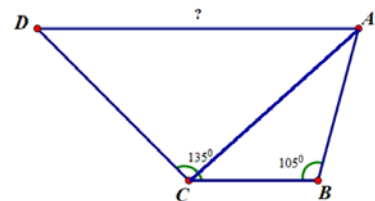
Do đó  $AC \approx 11,17$ .



Hình 2



Hình 3. Con đường giao thông tránh ngọn núi (Nguồn: Hà Huy Khoái và cộng sự (2022, tr 43))



Hình 4

$$\text{Mặt khác: } \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} = \frac{AC}{\sin \widehat{ABC}} \Rightarrow \sin \widehat{ACB} = \frac{AB \cdot \sin \widehat{ABC}}{AC} \approx 0,69. \text{ Suy ra } \widehat{ACB} \approx 44^\circ.$$

Do đó  $\widehat{ACD} \approx 135^\circ - 44^\circ = 91^\circ$ . Trong tam giác  $ACD$ , ta có:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos \widehat{ACD} \approx 124,85 + 144 - 2 \cdot 11,17 \cdot 12 \cdot \cos 91^\circ \approx 273,53. \text{ Vậy } AD \approx 16,54.$$

- *Bước 4:* Kiểm tra, đánh giá kết quả. GV đánh giá kết quả thu được là phù hợp với thực tiễn và đưa ra câu trả lời cho vấn đề thực tiễn: Chiều dài đường hầm khoảng 16,54 km.

2.2.3. *Tổ chức cho học sinh thực hành và trải nghiệm trong dạy học giải toán chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)*

\* *Mục đích của biện pháp:* Tổ chức cho HS vận dụng các kiến thức, kỹ năng toán học vào thực hành, trải nghiệm để giải quyết vấn đề thực tiễn. Từ đó, các em sẽ đánh giá mô hình nào phù hợp, cách giải nào tối ưu. Thực hiện biện pháp này sẽ tạo cơ hội phát triển cho HS năng lực MHHTH thông qua cả 3 biểu hiện.

\* *Cách thức thực hiện biện pháp:* Tổ chức cho HS đo đạc một số yếu tố hình học trong thực tiễn hoặc đo đạc một số yếu tố hình học trên mô hình. Quá trình triển khai biện pháp thông qua các hoạt động: - GV giao nhiệm vụ cho các nhóm HS (xác định số đo của các yếu tố hình học của mô hình thực tiễn hoặc của mô hình mô phỏng); - Các nhóm thực hiện nhiệm vụ (xác định mô hình toán học của bài toán thực tiễn); - Các nhóm báo cáo kết quả thực hiện nhiệm vụ (trả lời cách thức thực hiện, kết quả của bài toán toán học và kết quả của bài toán thực tiễn ban đầu); - GV nhận xét, đánh giá.

Trong bài báo này, chúng tôi tập trung vào tổ chức cho HS đo đạc một số yếu tố hình học trên mô hình mô phỏng thông qua ví dụ sau:

*Ví dụ 3:* Có một chiếc đĩa hình tròn bị vỡ (xem hình 5). GV tổ chức cho HS tính độ dài bán kính đường tròn chiếc đĩa bằng cách thiết lập mô hình mô phỏng là các miếng bìa được cắt thành các hình có kích thước như chiếc đĩa bị vỡ và yêu cầu HS tính độ dài bán kính đường tròn chiếc đĩa thông qua miếng bìa.



Hình 5. Chiếc đĩa bị vỡ  
(Nguồn: Các tác giả)

Lớp học được chia thành các nhóm học tập, mỗi nhóm thảo luận để tìm phương án xác định bán kính đường tròn của chiếc đĩa (coi mỗi miếng bìa được mô phỏng cho chiếc đĩa bị vỡ). Sau đó, GV tổ chức đánh giá mức độ hoàn thành nhiệm vụ học tập của các nhóm. Các nhóm thảo luận để đưa ra phương án giải quyết vấn đề. Mỗi nhóm trình bày phương án của mình trên giấy A0. Các nhóm sử dụng các thước kẻ và compa để đo đạc, đưa ra các công thức tính toán để minh họa cho phương án giải quyết của nhóm.

Tóm tắt một số phương án thường được các nhóm đưa ra như sau:

*Phương án 1:* Chọn 3 điểm  $A, B, C$  trên đường tròn chiếc đĩa tạo thành tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn. HS dựng các đường trung trực của hai đoạn thẳng  $AB, AC$  bằng thước kẻ và compa, xác định giao điểm của hai đường trung trực chính là tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ , đo độ dài  $OA = R$  bằng thước đo độ dài.

*Phương án 2:* Chọn 3 điểm  $A, B, C$  trên đường tròn chiếc đĩa, được tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn. Xác định được độ dài 3 cạnh  $AB, AC, BC$  bằng thước đo độ dài, giả sử  $AB = c, AC = b, BC = a$ . HS tính được diện tích tam giác  $ABC$  dựa vào công thức Hê-rông:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , với  $p = \frac{a+b+c}{2}$  là nửa chu vi. Từ

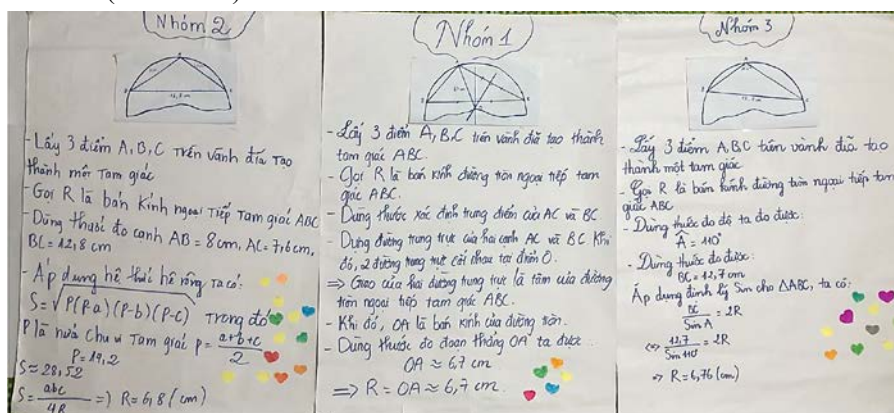
đó, xác định độ dài bán kính theo công thức  $R = \frac{abc}{4S}$ .

*Phương án 3:* Chọn 3 điểm  $A, B, C$  trên đường tròn của chiếc đĩa, được tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn. Đo độ dài cạnh  $BC$  bằng thước đo độ dài và độ lớn góc  $BAC$  bằng thước đo độ. Áp dụng định lý Sin trong tam giác  $ABC$  để tính độ dài bán kính theo công thức:  $R = \frac{BC}{2 \sin \widehat{BAC}}$ .

Mỗi nhóm trưng bày poster của mình (giấy A0) ở các góc của lớp học. GV cho mỗi nhóm cử đại diện thuyết minh và giải thích các phương án mà nhóm đã đề xuất. HS tìm hiểu cách thức giải quyết vấn đề của từng nhóm. GV tổng kết về quá trình làm việc của các nhóm. Một bài toán thực tiễn có thể có nhiều mô hình toán học, các em cần



biết lựa chọn, thiết lập mô hình toán học để thuận lợi trong việc đo đạc và tính toán. Một số kết quả thu được của HS được minh họa như sau (xem hình 6):



Hình 6. Một số kết quả của HS (Nguồn: Các tác giả thu được từ thực tiễn dạy học)

### 3. Kết luận

Bài báo đã đề xuất được một số biện pháp dạy học đều hướng tới phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). Thông qua quá trình MHHTH các bài toán, tình huống thực tiễn nhằm giúp HS hứng thú hơn trong học tập, phát huy năng lực của từng cá nhân và thấy được ứng dụng của toán học trong thực tiễn. Để giải quyết các vấn đề phức tạp của cuộc sống, con người thường cần sử dụng một mô hình để nghiên cứu thử nghiệm trước khi đưa ra kết luận chính thức. Phát triển năng lực MHHTH cho HS là một nhiệm vụ phức tạp, đòi hỏi GV cần dành nhiều thời gian, công sức trong việc xây dựng các tình huống, bài toán thực tiễn, giúp các em biết liên hệ toán học với thực tiễn.

### Tài liệu tham khảo

- Blomhøj, M., & Jensen, T. (2007). What’s all the fuss about competencies? In Blum, P. L., Galbraith, H., Henn, M., Niss, (Eds): *Modelling and Applications in Mathematics Education* (ICMI Study 14), 45-56, Springer.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Cao Thị Hà, Nguyễn Xuân Dũng (2023). Phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học Hàm số ở lớp 10 trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 19(3), 21-27.
- Đỗ Đức Thái (tổng chủ biên kiêm chủ biên), Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, Phạm Minh Phương, Phạm Hoàng Quân (2022). *Toán 10*. NXB Đại học Sư phạm.
- Đỗ Thị Thanh (2020). Dạy học giải bài toán xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục*, số đặc biệt kì 1 tháng 5, 131-137.
- Edwards, D., & Hamson, M. (2001). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke: Palgrave.
- Hà Huy Khoái (tổng chủ biên), Cung Thế Anh, Trần Văn Tấn, Đặng Hùng Thắng (đồng chủ biên), Hạ Vũ Anh, Trần Mạnh Cường, Phan Thị Hà Dương, Nguyễn Đạt Đăng, Phạm Hoàng Hà, Đặng Đình Hanh, Phan Thanh Hồng, Nguyễn Thị Kim Sơn, Dương Anh Tuấn, Nguyễn Chu Gia Vượng (2022). *Toán 10*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Maab, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Nguyễn Dương Hoàng, Nguyễn Hiếu Nhi (2021). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Dãy số - Cấp số cộng - cấp số nhân” (Đại số và Giải tích 12). *Tạp chí Giáo dục*, 512, 7-10.
- Phạm Thị Diệu Thùy, Dương Thị Hà (2018). Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học cơ sở trong dạy học giải toán bằng cách lập phương trình. *Tạp chí Giáo dục*, 422, 31-34.