

VẬN DỤNG LÝ THUYẾT GIÁO DỤC TOÁN HỌC GẮN VỚI THỰC TIỄN TRONG DẠY HỌC ĐỊNH LÝ COSIN (TOÁN 10)

Nguyễn Ái Quốc⁺,
Nguyễn Thùy An

Trường Đại học Sài Gòn
+ Tác giả liên hệ • Email: naquoc@sgu.edu.vn

Article history

Received: 28/02/2024

Accepted: 25/3/2024

Published: 20/6/2024

Keywords

Applying, Realistic
Mathematics education,
cosine theorem, math 10

ABSTRACT

Realistic Mathematics Education (RME) was developed at the Freudenthal Institute in the Netherlands in 1971 based on two perspectives: mathematics must be associated with practice and mathematics is an activity of humans. RME emphasizes the role of teaching starting from situations and problems with real contexts. This study presents a result of teaching experiments on the Cosine theorem through solving a practical problem according to RME Theory including five steps: raising a practical problem, discovering the Cosine theorem, formulating the Cosine theorem, solving Initial practical problems, and applying the Cosine theorem in practice. The experimental results show that the students actively participated in the process of discovering the Cosine theorem through solving learning tasks; Realized the close relationship between mathematics and practice, and developed independence and confidence in learning activities.

1. Mở đầu

Giáo dục toán học gắn với thực tiễn (Realistic Mathematics Education - RME) là một cách thức tiếp cận nền giáo dục toán học được đưa ra năm 1971 bởi nhà giáo dục toán học người Hà Lan - Freudenthal (Cakir, 2013). Freudenthal (1991) cho rằng, từ góc độ lịch sử, toán học bắt đầu từ những vấn đề của đời sống thực tiễn. Lý thuyết này nhấn mạnh đến tầm quan trọng của việc dạy học bắt đầu từ tình huống mang bối cảnh thực, có thể là tình huống trong trí tưởng tượng hoặc tình huống trong thực tiễn nhưng HS có thể tưởng tượng, hình dung được. Một trong những cách hiệu quả trong dạy học môn Toán là cung cấp cho HS những trải nghiệm có ý nghĩa thông qua giải quyết các vấn đề mà các em gặp hàng ngày, hay nói cách khác là giải quyết các vấn đề gắn với thực tiễn (Laurens et al., 2017). Sau đó, các nhà giáo dục toán học theo trường phái lý thuyết RME đã nghiên cứu, xây dựng thành một hệ thống và triển khai vào chương trình, sách giáo khoa môn Toán ở nhiều nước (Lê Thùy Trang và cộng sự, 2021).

Hình thức hiện tại của lý thuyết RME về cơ bản được xác định bởi quan điểm của Freudenthal về toán học. Freudenthal (1971) đã đưa ra hai quan điểm về RME, đó là toán học phải gắn liền với thực tiễn và toán học là hoạt động của con người. Thứ nhất, toán học phải gắn gũi với trẻ và phù hợp với hoàn cảnh sống hàng ngày. Thứ hai, ý tưởng coi toán học như một hoạt động của con người, bởi giáo dục toán học được tổ chức như một quá trình tái khám phá có hướng dẫn, trong đó HS có thể trải nghiệm một quá trình tương tự so với quá trình toán học được phát minh. Lý thuyết RME đã và đang được áp dụng vào dạy học ở các nước như Hà Lan, Anh, Hoa Kỳ, Pháp, Indonesia,... Đã có một số nghiên cứu về vận dụng lý thuyết RME vào dạy học môn Toán tại Việt Nam như nghiên cứu của Nguyen và Ngo (2020) đã kiểm chứng tính khả thi của việc áp dụng lý thuyết RME vào dạy học môn Toán tại Việt Nam; nghiên cứu của Nguyễn Danh Nam (2020) đề cập một số vấn đề về lý thuyết RME; nghiên cứu của Lê Thùy Trang và cộng sự (2021) đưa ra một số thách thức, nguyên tắc và khuyến nghị khi vận dụng lý thuyết RME trong dạy học môn Toán;... Tuy nhiên, vẫn cần có những nghiên cứu cụ thể về việc vận dụng lý thuyết RME trong dạy học từng nội dung toán học cụ thể. Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học cho HS; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội cho HS được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn (Bộ GD-ĐT, 2018). Lý thuyết RME được vận dụng vào dạy học theo định hướng giáo dục toán học gắn với thực tiễn nên vận dụng lý thuyết này trong dạy học môn Toán góp phần thực hiện được các mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018.

Định lý Cosin được đưa vào chương trình môn Toán ở lớp 10, thuộc nội dung Hình học và Đo lường. Định lý Cosin được ứng dụng vào giải nhiều bài toán có nội dung thực tiễn liên quan đến tính khoảng cách giữa hai điểm. Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một số nguyên tắc và đặc trưng của lý thuyết RME, toán học hóa, toán học

hóa theo chiều ngang và toán học hóa theo chiều dọc trong lý thuyết RME, đề xuất quy trình dạy học định lý Cosin theo định hướng của lý thuyết RME và minh họa cụ thể quy trình này trong dạy học định lý Cosin.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số nguyên tắc và đặc trưng của lý thuyết RME

- *Nguyên tắc*: RME phản ánh quan điểm về toán học như một môn học, mà ở đó trẻ học Toán và về cách toán học nên được dạy như thế nào (Van Den Heuvel-Panhuizen, 1996). Lý thuyết RME có 6 nguyên tắc sau: (1) *Nguyên tắc hoạt động*: Theo Freudenthal (1973), HS thay vì là người tiếp nhận những kiến thức toán học có sẵn, lại được coi là những người tham gia tích cực vào quá trình giáo dục, trong đó các em phải là những người làm chủ trong việc phát triển kiến thức toán học. Nguyên tắc hoạt động có nghĩa là HS phải đối mặt với các tình huống có vấn đề; (2) *Nguyên tắc thực tiễn*: Theo Freudenthal (1968, 1979), lý thuyết RME nhằm tạo điều kiện cho HS áp dụng toán học vào thực tiễn. Mục tiêu chung của giáo dục toán học là HS phải có khả năng sử dụng kiến thức và các công cụ toán học vào giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, nguyên tắc thực tiễn không chỉ được thể hiện ở cuối quá trình học tập, mà còn được coi là nguồn gốc của việc học Toán; (3) *Nguyên tắc cấp độ*: Học Toán có nghĩa là HS phải trải qua nhiều cấp độ hiểu biết khác nhau, từ khả năng tìm ra các giải pháp không chính thức liên quan đến bối cảnh, đến tạo ra các sơ đồ hóa khác nhau, lĩnh hội các nguyên tắc cơ bản và tiếp cận được kiến thức toán học (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000); (4) *Nguyên tắc đan xen*: Đặc điểm của lý thuyết RME là toán học với vai trò là một môn học, không bị chia thành các phần riêng biệt. Từ góc độ toán học chuyên sâu, các nội dung trong chương trình môn Toán có mối liên kết với nhau. Hơn nữa, việc giải các bài toán có bối cảnh phong phú thường có nghĩa là HS phải áp dụng nhiều công cụ và cách hiểu toán học đa dạng (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000); (5) *Nguyên tắc tương tác*: Trong lý thuyết RME, việc học Toán được coi là một hoạt động xã hội. Giáo dục nên tạo cơ hội cho HS được chia sẻ với nhau chiến lược và cách khám phá kiến thức. Bằng cách lắng nghe những gì người khác phát hiện ra và thảo luận về những phát hiện này, HS có được ý tưởng để cải thiện chiến lược của mình (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2000); (6) *Nguyên tắc hướng dẫn*: Theo Freudenthal (1991), một trong những nguyên tắc cơ bản của giáo dục toán học là cần mang lại cho HS cơ hội “được hướng dẫn” để “tái khám phá” toán học. Điều này có nghĩa là trong lý thuyết RME, GV có vai trò quan trọng trong cách HS lĩnh hội kiến thức. HS cần được GV tạo cơ hội tự xây dựng kiến thức và các công cụ toán học (Streefland, 1985).

- *Đặc trưng*: Theo Gravemeijer (1994), lý thuyết RME bao gồm 5 đặc trưng sau: (1) *Sử dụng bối cảnh gắn với thế giới thực*: Giáo dục toán học gắn với thực tiễn nhấn mạnh vai trò của việc khám phá các hiện tượng của cuộc sống hằng ngày. Những kiến thức HS thu được từ cuộc sống hằng ngày sẽ là tiền đề, ngữ cảnh để phát triển thành một khái niệm toán học. Quá trình này buộc HS phải khám phá tình huống, tìm và xác định các yếu tố toán học có liên quan; sơ đồ hóa để khám phá khái niệm, dẫn đến một khái niệm toán học. Sau đó, HS sẽ áp dụng các khái niệm toán học vào các khía cạnh khác của cuộc sống và củng cố khái niệm này; (2) *Sử dụng mô hình*: Sự phát triển kiến thức của HS thành các khái niệm toán học là một quá trình diễn ra từ từ. Quá trình này có thể được hỗ trợ bằng việc sử dụng các mô hình và kí hiệu; (3) *Đóng góp của HS*: HS cần được yêu cầu tạo ra những sản phẩm cụ thể thông qua việc “chế tạo tự do”. Từ đó, giúp HS chủ động giải quyết vấn đề theo cách riêng của mình để xây dựng và đưa ra các giải pháp dưới sự hướng dẫn của GV; (4) *Hoạt động tương tác*: Sự tương tác giữa HS với GV, HS với HS, HS với các công cụ học tập là các yếu tố quan trọng trong RME. Do đó, các hoạt động học tập tương tác sẽ cho phép giao tiếp, đàm phán, giải thích, hỏi và trả lời các câu hỏi, phản ánh để lĩnh hội được kiến thức; (5) *Tính liên quan chủ đề*: Việc tích hợp các chủ đề toán học là điều cần thiết, thường được gọi là cách tiếp cận toàn diện, kết hợp với các ứng dụng. Các chủ đề không nên xử lý riêng biệt mà thay vào đó, cần có sự đan xen của các chủ đề trong quá trình khai thác để giải quyết các vấn đề thực tiễn.

2.2. Một số thuật ngữ trong lý thuyết RME

- *Toán học hóa*: Thuật ngữ “toán học hóa” đề cập đến hoạt động biến đổi một bài toán thực tiễn thành một mô hình toán học và ngược lại, cũng như tổ chức lại mô hình trong thế giới toán học (Lange, 2006; Treffers, 1978). Quá trình toán học hóa trong bối cảnh giải các bài toán thực tiễn được HS thực hiện như sau: Bắt đầu bằng việc hiểu một bài toán thực tiễn với bối cảnh trong thế giới thực; tiếp theo, HS cần xác định được các nội dung toán học có liên quan và sắp xếp lại bài toán thực tiễn thành mô hình toán học trong thế giới toán học; mô hình toán học sau đó được giải bằng cách sử dụng các quy trình, nguyên tắc hoặc công thức toán học; cuối cùng, lời giải được diễn giải lại theo bối cảnh ban đầu của vấn đề (Lange, 2006).

- *Toán học hóa theo chiều ngang và toán học hóa theo chiều dọc*: “Toán học hóa theo chiều ngang” và “toán học hóa theo chiều dọc” là không thể tách rời; chúng là hai quá trình khác nhau, có thể xác định riêng biệt, nhưng bổ sung cho nhau về bản chất và mục đích. Theo Freudenthal (1991), toán học hóa theo chiều ngang liên quan đến việc

đi từ thế giới cuộc sống vào thế giới của các biểu tượng, trong khi toán học hóa theo chiều dọc có nghĩa là di chuyển trong thế giới của các biểu tượng; tuy nhiên sự khác biệt giữa hai loại toán học hóa này không phải lúc nào cũng rõ ràng. Van Den Heuvel-Panhuizen (2000) phân loại toán học hóa theo chiều ngang là hoạt động xảy ra khi người học tìm ra các công cụ để tổ chức và giải quyết các hoạt động trong tình huống thực tiễn. “*Toán học hóa theo chiều ngang là đi từ thế giới cuộc sống đến thế giới biểu tượng*” (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003, tr 12). Toán học hóa theo chiều dọc liên quan đến việc tìm ra giải pháp toán học cho mô hình toán học được xây dựng trong giai đoạn toán học hóa theo chiều ngang, được định nghĩa là quá trình tổ chức bên trong hệ thống toán học. Toán học hóa theo chiều dọc là di chuyển trong thế giới kí hiệu (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003).

2.3. Đề xuất quy trình dạy học định lí Cosin dựa trên lí thuyết RME

Từ những đặc điểm cơ bản của lí thuyết RME, cách xây dựng các bước của hoạt động dạy học môn Toán dựa trên lí thuyết RME trong nghiên cứu của Nguyen và Ngo (2020), Nguyen (2022), chúng tôi đề xuất quy trình dạy học định lí Cosin dựa trên lí thuyết RME gồm 5 bước như sau:

Bước 1: Nêu vấn đề thực tiễn. Mục tiêu của bước này là HS thực hiện toán học hóa để chuyển từ một tình huống, bài toán thực tiễn sang mô hình toán học. GV chia lớp thành các nhóm, yêu cầu các nhóm tìm cách giải bài toán toán học đã được thiết lập. Thông qua đó, toán học hóa theo chiều ngang được thể hiện rõ nét.

Bước 2: Khám phá định lí Cosin. HS sử dụng các công cụ toán học đã biết để tái khám phá định lí Cosin. GV đặt ra các nhiệm vụ dẫn dắt HS thiết lập được mô hình toán học, giải bài toán tính độ dài một cạnh của tam giác khi biết độ dài hai cạnh còn lại và số đo của góc xen giữa hai cạnh đó. Từ đó, toán học hóa theo chiều dọc, nguyên tắc hướng dẫn, nguyên tắc đan xen, nguyên tắc tương tác, hoạt động tương tác, đặc trưng việc sử dụng những sáng tạo và đóng góp của chính HS được thể hiện.

Bước 3: Hình thành định lí Cosin. HS hình thành và phát biểu được định lí Cosin, GV hướng dẫn HS thể chế hóa định lí. Ở bước này, hoạt động toán học hóa theo chiều dọc, nguyên tắc đan xen, đặc trưng tính liên quan của chủ đề được thể hiện.

Bước 4: Giải bài toán thực tiễn ban đầu. HS sử dụng định lí Cosin vừa hình thành để giải bài toán thực tiễn ở bước 1. Thông qua giải bài toán thực tiễn, hoạt động toán học hóa, nguyên tắc tương tác, hoạt động tương tác được thể hiện.

Bước 5: Vận dụng định lí Cosin vào thực tiễn. Ở bước này, HS cần vận dụng định lí Cosin vừa học vào giải bài toán thực tiễn. GV cho HS hoạt động theo nhóm để chuyển bài toán thực tiễn sang mô hình toán học, sau đó giải bài toán toán học từ mô hình toán học. Từ đó, giúp HS ôn luyện và củng cố kiến thức đã học. Ở bước này, hoạt động toán học hóa theo chiều ngang, nguyên tắc hướng dẫn, nguyên tắc tương tác, hoạt động tương tác được thể hiện.

2.4. Dạy học định lí Cosin dựa trên lí thuyết RME ở Trường Trung học phổ thông Năng khiếu Thể dục thể thao huyện Bình Chánh, Thành phố Hồ Chí Minh

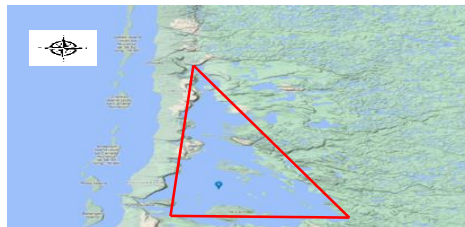
Trong phần này, chúng tôi trình bày kết quả dạy học “định lí Cosin” dựa trên lí thuyết RME. Với thời gian dạy học là 60 phút, đối tượng thực nghiệm là 40 HS lớp 10C4 của Trường THPT Năng khiếu Thể dục thể thao huyện Bình Chánh, huyện Bình Chánh, TP. Hồ Chí Minh. Thời gian thực nghiệm là tháng 02/2024.

Bước 1: Nêu vấn đề thực tiễn. Lớp được chia thành 10 nhóm, mỗi nhóm 4 HS. GV đưa ra bài toán thực tiễn sau đây và yêu cầu các nhóm tìm cách giải bài toán:

Bài toán 1: Một trong những khu vực có cá hồi suối ở Canada là hồ Guillaume-Delisle ở phía Bắc Quebec của Canada (xem hình 1). Hồ này còn được gọi là Vịnh Richmond, là hồ nước lớn hình tam giác. Các cạnh tạo thành đỉnh hồ ở phía Bắc có chiều dài 65km và 85km, góc ở đỉnh phía Bắc là 32° . Tính chiều ngang của hồ tại đáy (McAskill et al., 2011).

GV đưa ra các câu hỏi gợi mở cho HS: Hồ Guillaume-Delisle hình dạng gì? Hãy gọi tên cho các đỉnh của hình đó. Tính chiều ngang của hồ tại đáy là tìm độ dài của cạnh nào? Nhìn chung, tất cả các nhóm đều đã trả lời được câu hỏi gợi mở của GV làm cơ sở để giải bài toán. Cả 10 nhóm đều xác định được các dữ kiện của bài toán: Gọi đỉnh ở phía Bắc là A, hai đỉnh còn lại là B và C. Tính chiều ngang của đáy hồ chính là tính cạnh BC. Ở bước 1, hình thức toán học hóa theo chiều ngang được thể hiện thông qua việc HS biết chuyển một vấn đề thực tiễn sang mô hình toán học.

Bước 2: Khám phá định lí Cosin. GV đặt vấn đề cho các nhóm: Các em hãy tìm một công thức tính độ dài cạnh BC theo độ dài các



Hình 1. Hồ Guillaume-Delisle
(Nguồn: https://iaglr.org/lakes/profile/guillaume_delisle/)

cạnh AB, AC và độ lớn của góc \widehat{BAC} ? Để giúp HS giải bài toán theo định hướng này, GV đưa ra các hướng dẫn sau: (1) Viết hệ thức Pythagoras của tam giác BCH vuông tại H (với BH là đường cao của tam giác ABC); (2) Tính BC^2 theo AB, AC và AH ; (3) Tính BC^2 theo AB, AC và $\cos\widehat{BAC}$.

Kết quả bài làm của các nhóm: Có 8/10 nhóm đã tìm được hệ thức (định lý Cosin) tính BC theo AB, AC , và $\cos\widehat{BAC}$. Nhóm 5 và nhóm 10 gặp sai lầm giống nhau trong quá trình giải bài toán. GV gọi một nhóm giải không thành công (là nhóm 5) (xem hình 2) và một nhóm giải đúng là nhóm 7 (xem hình 3) lên trình bày bài làm của nhóm mình.

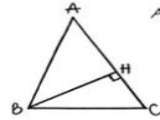
Nhóm 5 đã biến đổi BC theo AB, AC và AH , sử dụng $\sin\widehat{BAH} = \frac{BH}{AB}$ để biến đổi BH theo AB và $\sin\widehat{BAH}$, sau đó thay vào hệ thức Pythagoras trong tam giác ABH vuông tại H thu được 2 hệ thức biến đổi AH theo AB và $\cos\widehat{BAH}$. Đến đây, các em không lập luận được \widehat{BAH} là góc nhọn nên cho giá trị $\cos\widehat{BAH}$ dương, do đó đã không loại đi trường hợp $AH = -AB \cdot \cos\widehat{BAH}$, dẫn đến chấp nhận 2 hệ thức tính BC theo AB, AC và $\cos\widehat{BAC}$. Trong hình 3 là bài làm tương đối hoàn chỉnh của nhóm 7.

Nhóm 7 đã sử dụng công thức $\cos\widehat{BAH} = \frac{AH}{AB}$ để biến đổi AH theo AB và $\cos\widehat{BAH}$. Sử dụng kết hợp giữa hình học, tỉ số lượng giác và các phép biến đổi đại số, HS tìm được hệ thức tính độ dài cạnh BC theo độ dài của hai cạnh AB, AC và $\cos\widehat{BAC}$. Điều đó cho thấy, HS phải lập luận, sử dụng kết hợp các công cụ toán học để khái quát hóa từ mô hình cụ thể sang mô hình tổng quát cho bài toán tính cạnh của tam giác khi biết hai cạnh còn lại và một góc xen giữa hai cạnh đó. Để làm được như vậy, HS cần có hệ thống các câu hỏi định hướng của GV, sự trao đổi tích cực giữa GV với HS và giữa HS với các thành viên trong nhóm. Qua đó, nguyên tắc hướng dẫn, nguyên tắc tương tác và hoạt động tương tác được biểu hiện.

Bước 3: Hình thành định lý Cosin. Từ việc tìm ra giải pháp cho mô hình toán học đã xây dựng ở bước 2, GV dẫn dắt các em hình thành định lý Cosin. GV yêu cầu các nhóm nêu định lý Cosin cho các trường hợp tính cạnh AB và AC khi biết độ dài hai cạnh còn lại và góc xen giữa hai cạnh đó. Sau đó, GV cho HS phát biểu bằng lời định lý Cosin cho tam giác ABC : Trong tam giác ABC , bình phương một cạnh bằng tổng bình phương hai cạnh kia trừ đi hai lần tích của chúng với cosin của góc xen giữa hai cạnh đó. Sau đó, GV thể chế hóa định lý Cosin: Trong tam giác ABC , ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$; $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C$; $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$.

Bước 4: Giải bài toán thực tiễn ban đầu. GV cho HS quay trở lại giải bài toán thực tiễn ban đầu bằng định lý Cosin. Ở bước này, các nhóm đều dễ dàng giải được bài toán thực tiễn ban đầu. GV gọi nhóm 6 lên bảng trình bày cách làm của nhóm mình (xem hình 4). Các nhóm còn lại theo dõi bài làm của nhóm bạn, thảo luận và hoàn thiện bài làm của nhóm mình.

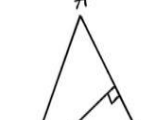
Nhóm 5



Trong $\triangle ABC$, dựng đường cao BH
 Áp dụng định lý Pythagore trong $\triangle BHC$ vuông tại H
 $BC^2 = BH^2 + CH^2$
 $BC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2$
 $BC^2 = BH^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH + AH^2$
 $BC^2 = (BH^2 + AH^2) + AC^2 - 2AC \cdot AH$
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH$ (*) (định lý Pythagore trong $\triangle ABH$ vuông tại H)
 Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có
 $\sin\widehat{BAH} = \frac{BH}{AB}$
 $BH = AB \cdot \sin\widehat{BAH}$
 Áp dụng định lý Pythagore trong $\triangle ABH$ vuông tại H
 $AB^2 = AH^2 + BH^2$
 $AH^2 = AB^2 - BH^2$
 $AH^2 = AB^2 - AB^2 \cdot \sin^2\widehat{BAH}$
 $AH^2 = AB^2 \cdot (1 - \sin^2\widehat{BAH})$
 $AH^2 = AB^2 \cdot \cos^2\widehat{BAH}$
 $AH = AB \cdot \cos\widehat{BAH}$ hay $AH = -AB \cdot \cos\widehat{BAH}$
 Thay vào (*) ta được
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos\widehat{BAH}$
 hay $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC \cdot \cos\widehat{BAH}$

Hình 2. Bài làm của nhóm 5

Nhóm 7



Áp dụng định lý Pythagore vào $\triangle BHC$ vuông tại H
 $BC^2 = BH^2 + CH^2$
 $BC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2$
 $BC^2 = BH^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH + AH^2$
 $BC^2 = (BH^2 + AH^2) + AC^2 - 2AC \cdot AH$
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH$ (*) (Định lý Pythagore trong $\triangle ABH$ vuông tại H)
 Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có:
 $\cos\widehat{BAH} = \frac{AH}{AB}$
 $AH = AB \cdot \cos\widehat{BAH}$
 Thay vào (*) ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos\widehat{BAH}$

Hình 3. Bài làm của nhóm 7

Bước 5: Vận dụng định lý Cosin vào thực tiễn. GV giao cho HS giải một bài toán thực tiễn tương tự nhằm giúp HS biết vận dụng định lý Cosin vào giải quyết vấn đề thực tiễn.

Bài toán 2: Hai con tàu cùng rời cảng lúc 4 giờ chiều. Tàu thứ nhất đi về hướng N38°E và di chuyển với vận tốc 11,5km/h. Tàu thứ hai di chuyển về hướng S47°E, với vận tốc 13km/h. Hỏi vào lúc 6 giờ chiều, hai tàu cách nhau bao xa?

GV đưa ra các câu hỏi định hướng gồm: (1) Vấn đề cần giải quyết ở đây là gì?; (2) Các dữ kiện nào cần thiết cho việc giải quyết vấn đề?; (3) Đề giải bài toán thực tiễn ban đầu quy về giải bài toán quen thuộc nào?; (4) Kết quả của bài toán có phù hợp với thực tiễn hay không, vì sao? Thông qua các định hướng ban đầu của GV giúp HS giải đáp những vướng mắc và tìm được lời giải của bài toán 2.

Trước tiên, GV hướng dẫn cho HS xác định phương hướng bằng la bàn (xem hình 5). Có 4 hướng chính là Đông, Tây, Nam, Bắc, kí hiệu theo tiếng Anh lần lượt là E (East), W (West), S (South), N (North). Trong la bàn, trục hướng Đông - Tây vuông góc với trục hướng Nam - Bắc. Khi nhìn vào la bàn thì hướng Đông bên phải, hướng Tây bên trái, hướng Bắc ở trên và hướng Nam ở dưới và tâm la bàn là giao điểm giữa hai trục. Ngoài ra, còn có các hướng trung gian như hướng Đông Bắc (NE), Tây Bắc (NW), Tây Nam (SW) và Đông Nam (SE). Tàu di chuyển về hướng N38°E nghĩa là vị trí của tàu đang ở tâm la bàn và tàu di chuyển về hướng nằm giữa hướng Đông và Bắc, hợp với hướng Bắc một góc 38°. Tàu di chuyển về hướng S47°E nghĩa là vị trí của tàu đang ở tâm la bàn và tàu di chuyển về hướng nằm giữa hướng Đông và Nam, hợp với hướng Nam một góc 47°.

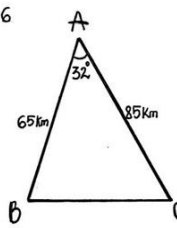
GV cho các nhóm thảo luận và trình bày kết quả vào phiếu học tập, sau đó gọi một nhóm có bài làm tương đối hoàn chỉnh lên trình bày. Hình 6 là kết quả bài làm tương đối hoàn chỉnh của nhóm 9. Các nhóm còn lại theo dõi, thảo luận với các thành viên trong nhóm. GV đánh giá, tổng kết, các nhóm hoàn thiện bài làm của nhóm mình.

Như vậy, hình thức toán học hóa theo chiều ngang được vận dụng thông qua việc các nhóm phân tích dữ kiện đề bài và lập được mô hình toán học. Sau đó, các nhóm sử dụng toán học hóa theo chiều dọc để giải bài toán toán học, tìm độ dài cạnh BC khi biết độ dài hai cạnh AB, AC và số đo của góc A. Nguyên tắc hướng dẫn, nguyên tắc tương tác và hoạt động tương tác được vận dụng thông qua việc GV đặt câu hỏi dẫn dắt HS giải quyết vấn đề, HS tích cực hoạt động nhóm để trả lời câu hỏi của GV.

3. Kết luận

Kết thực nghiệm cho thấy, HS rất hứng thú trong suốt quá trình học tập, đặc biệt là ở bước 4 sau khi hình thành được định lý Cosin và nhận thức được sự kết nối giữa toán học và thực tiễn. Tiến trình dạy học định lý Cosin dựa trên lí thuyết RME đã thể hiện rõ 6 nguyên tắc cốt lõi, 5 đặc trưng, toán học hóa theo chiều ngang, toán học hóa theo chiều dọc. Ở các bước đã thể hiện rõ nguyên tắc hướng dẫn, nguyên tắc tương tác và hoạt động tương tác: GV đặt câu hỏi gợi mở dẫn dắt HS hình thành định lý Cosin, còn HS tích cực thảo luận, đưa ra ý kiến để giải quyết vấn đề và tự khám phá ra định lý Cosin. Nguyên tắc cấp độ được thể hiện qua việc GV hướng dẫn HS khám phá định lý Cosin thông qua các cấp độ khác nhau: Từ bài toán gắn với bối cảnh thực tiễn, hình thành chiến lược giải, sau đó sử dụng chiến lược đó vào giải lớp các bài toán tương đương.

Nhóm 6



Áp dụng định lý cosin trong ΔABC

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

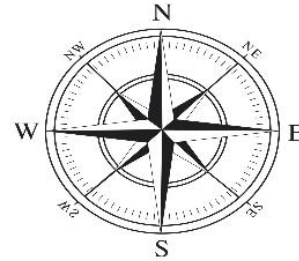
$$BC^2 = 65^2 + 85^2 - 2 \cdot 65 \cdot 85 \cdot \cos 32^\circ$$

$$BC^2 \approx 2079,1$$

$$BC \approx 45,6$$

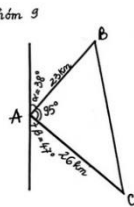
Vậy chiều ngang của hồ tại đây là 45,6 km.

Hình 3. Bài làm của nhóm 6



Hình 4

Nhóm 9



Khoảng thời gian hai tàu di chuyển

$$t = 6 - 4 = 2 \text{ giờ}$$

Quãng đường chiếc thứ nhất di chuyển là:

$$AB = 11,5 \cdot 2 = 23 \text{ km}$$

Quãng đường chiếc thứ hai di chuyển là:

$$AC = 13,2 \cdot 2 = 26 \text{ km}$$

$$\widehat{BAC} = 180^\circ - 38^\circ - 47^\circ = 95^\circ$$

Áp dụng định lý cosin trong ΔABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$$

$$BC^2 = 23^2 + 26^2 - 2 \cdot 23 \cdot 26 \cdot \cos 95^\circ$$

$$BC^2 \approx 1309,24$$

$$BC \approx 36,18 \text{ km}$$

Vậy vào lúc 6 giờ chiều, hai tàu cách nhau 36,18 km.

Hình 5. Bài làm của nhóm 9

Tóm lại, vận dụng lí thuyết RME mang lại những hiệu quả thiết thực trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông, đáp ứng yêu cầu toán học gắn với thực tiễn của Chương trình giáo dục phổ thông 2018; giúp HS hiểu được mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn, đồng thời rèn luyện tính độc lập, sự tự tin và chủ động khám phá tri thức mới trong các hoạt động học tập.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Cakir, P. (2013). *Effects of Realistic Mathematics Education approach on the gain scores and motivation levels of Elementary Education 4th grade students*. Master's Thesis, Dokuz Eylul University, Institute of Educational Sciences, İzmir.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to Be Useful. *Educational Studies in Mathematics, 1*, 3-8.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1979). Structuur der wiskunde en wiskundige structuren; een onderwijskundige analyse [Structure of mathematics and mathematical structures; an educational analysis]. *Pedagogische Studien, 56*(2), 51-60.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: CD β Press.
- Lange, D. J. (2006). Mathematical literacy for living from OECD-PISA perspective. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics. Special Issue on The APECTSUKUBA International Conference "Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study"* (pp. 13-35). Tokyo, Japan: University of Tsukuba.
- Laurens, T., Batlolona, F. A., Batlolona, J. R., Florence, & Leasa, M. (2017). How Does Realistic Mathematics Education (RME) Improve Students' Mathematics Cognitive Achievement? *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14*(2), 569-578.
- Lê Thùy Trang, Phạm Anh Giang, Nguyễn Tiến Trung (2021). Vận dụng Lí thuyết giáo dục Toán thực (Realistics Mathematics Education) trong dạy học: Một số thách thức, nguyên tắc và khuyến nghị. *Tạp chí Giáo dục, 494*, 37-43.
- McAskill, B., Watt, W., Balzarini, E., Bonifacio, L., Carlson, S., Johnson, B., Kennedy, R., & Wardrop, H. (2011). *Pre-Calculus 11*. McGraw-Hill Ryerson Limited.
- Nguyen, P. L., & Ngo, T. T. T (2020). Approach to Realistic Mathematics Education in teaching Mathematics: A case of Cosine Theorem - Geometry 10. *International Journal Of Scientific & Technology Research, 9*(4), 1173-1178.
- Nguyen, T. D. (2022). Designing a teaching model based on the Realistic Mathematics Education (RME) approach and its application in teaching calculus. *Journal of Mathematics and Science Teacher, 2*(1), 1-10. <https://doi.org/10.29333/mathsciteacher/11918>
- Nguyễn Danh Nam (2020). Một số vấn đề về giáo dục toán học gắn liền với thực tiễn. *Tạp chí Giáo dục, 487*, 15-21.
- Streefland, L. (1985). Wiskunde als activiteit en de realiteit als bron. *Nieuwe Wiskrant, 5*(1), 60-67.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht [Wiskobas goal-directed]*. Utrecht: IOWO.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: CD-B Press /Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2000). *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute. Utrecht University.
- Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*(1), 9-35.