VJE Tạp chí Giáo dục, Số 512 (Kì 2 - 10/2021), tr 7-10 ISSN: 2354-0753

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN" (ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11)

Nguyễn Dương Hoàng[1], Nguyễn Hiếu Nhi[2,+]

[1]Trường Đại học Đồng Tháp;
[2]Trường THPT Bình Minh, thị xã Bình Minh, tỉnh Vĩnh Long
+ Tác giả liên hệ ● Email: khacnhi20@gmail.com

Article history
Received: 23/8/2021
Accepted: 21/9/2021
Published: 20/10/2021

Keywords
Modeling, mathematical modeling, competence, students

ABSTRACT
In our country, Mathematical modeling competence has been included in the General Education Program in Mathematics since 2018. Therefore, mathematical modeling competence needs to be focused to develop for students in teaching Maths. The article presents the concept of competence, mathematical model, mathematical modeling and mathematical modeling competence, which is the basis for proposing some measures to develop mathematical modeling competence for students in teaching the topic "Number series - additive - exponential" (Algebra and Calculus 11). Teachers need to coordinate the implementation of the measures so that the process of developing mathematical modeling competence for students is most effective. With that approach in teaching topics with specific content in the Math curriculum in high schools, it will gradually contribute to the implementation of a fundamental and comprehensive reform of Vietnamese education.

1. Mở đầu

Nghị quyết số 29-NQ/TW về đổi mới căn bản và toàn diện GD-ĐT đã xác định: "Chuyển từ quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học. Học đi đôi với hành; lí luận gắn với thực tiễn; giáo dục nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và giáo dục xã hội" (Ban Chấp hành Trung ương, 2013).

Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán của Bộ GD-ĐT (2018) đã đề ra một trong những mục tiêu chung là hình thành và phát triển các năng lực toán học cho học sinh (HS), bao gồm: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH); năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Vì vậy, với quan điểm chỉ đạo "lí luận phải gắn với thực tiễn", năng lực MHHTH rất cần được chú trọng để phát triển cho HS. Nội dung chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11) có nhiều yếu tố gắn thực tiễn, thuận lợi cho giáo viên (GV) có thể khai thác để phát triển năng lực MHHTH cho HS (chẳng hạn như các bài toán thực tiễn liên quan đến dãy số Fibonacci,…). Do đó, nội dung này là phù hợp trong dạy học phát triển năng lực MHHTH cho HS. Bài báo trình bày quan niệm về năng lực, MHHTH và năng lực MHHTH, đây là cơ sở để xuất một số biện pháp phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11).

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Cơ sở lí luận

2.1.1. Mô hình hóa toán học

Kiến thức toán học được sử dụng ở nhiều môn học khác nhau như: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Địa lí, Kĩ thuật,… trong công việc và cuộc sống hàng ngày của mỗi người. Theo Blum và Niss (1991), bên cạnh việc cung cấp cho HS những kiến thức và kĩ năng liên quan đến toán học như khái niệm, định lí, công thức, quy tắc, dạy học Toán cần giúp các em phát triển khả năng kết nối kiến thức, kĩ năng để giải quyết những tình huống thực tiễn. Khi sử dụng toán học để giải quyết vấn đề, các tình huống thực tiễn thì quá trình MHHTH là một công cụ cần thiết.

Có nhiều định nghĩa và mô tả về khái niệm MHH toán học được các tác giả đưa ra trong lĩnh vực giáo dục toán học, tùy thuộc vào quan điểm lí thuyết mà mỗi tác giả lựa chọn. Theo Edwards và Hamson (2001), MHHTH là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tiễn sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Cụ thể hơn, MHHTH là toàn bộ quá trình chuyển đổi vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học và ngược lại.

Theo Trần Vui (2014, tr 79): *"MHHTH là quá trình giải quyết những vấn đề thực tiễn bằng công cụ toán học"*. Theo tác giả Phạm Thị Diệu Thùy và Dương Thị Hà (2018), MHHTH là quá trình tạo ra các mô hình toán học để giải quyết vấn đề toán học. Mô hình toán học được xây dựng bằng cách chuyển các vấn đề từ thực tiễn thông qua phương tiện ngôn ngữ viết sang ngôn ngữ biểu tượng, kí hiệu.

Như vậy, có thể hiểu: *MHHTH là quá trình tìm hiểu, khám phá các tình huống xuất phát từ thực tiễn và bằng các công cụ và ngôn ngữ toán học, đưa các tình huống thực tiễn đó về mô hình toán học. Từ đó, vận dụng kiến thức, kĩ năng toán học để giải quyết các tình huống được đặt ra.*

2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Mô hình hóa là hoạt động xây dựng mô hình của đối tượng nghiên cứu sao cho việc nghiên cứu mô hình cho chúng ta thông tin tương tự trên đối tượng nghiên cứu ban đầu. Theo Đỗ Thị Thanh (2020), năng lực MHHTH là kĩ năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH. Maab (2006) quan niệm năng lực mô hình hóa bao gồm các kĩ năng và khả năng thực hiện quá trình mô hình hóa, nhằm đạt được mục tiêu xác định, sẵn sàng đưa ra những hành động.

Theo chúng tôi, năng lực MHHTH là năng lực của cá nhân đáp ứng yêu cầu hoạt động MHHTH và giúp cho quy trình MHHTH diễn ra nhanh, dễ dàng và đạt hiệu quả cao trong quá trình giải quyết tình huống thực tiễn.

2.1.3. Các thành tố của năng lực mô hình hóa toán học

Dựa vào định hướng của Bộ GD-ĐT (2018), các kết quả nghiên cứu của Phạm Thị Diệu Thùy và Dương Thị Hà (2018), theo chúng tôi, năng lực MHHTH gồm các thành tố sau:

- *Thu nhận thông tin toán học, xác định được các vấn đề từ tình huống (đối tượng) thực tiễn đưa ra.* Biểu hiện của thành tố này là khả năng quan sát, nhận biết tình huống, nhận dạng các thông tin toán học từ tình huống; ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống.

- *Sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học:* Là khả năng chuyển đổi giữa ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học, giữa dạng ngôn ngữ toán học này và ngôn ngữ toán học khác. Khả năng sử dụng ngôn ngữ linh hoạt giúp HS dễ dàng hơn trong việc mô tả các tình huống thực tiễn một cách chuẩn xác.

- *Xây dựng được mô hình và giải quyết tình huống bằng mô hình đã xây dựng.* Để có thể xây dựng được mô hình toán học, người học cần tìm ra được quy luật, mối liên hệ giữa các tính chất đặc trưng của đối tượng. Từ đó, xây dựng được mô hình toán học từ các tình huống, sử dụng kiến thức toán học đã biết vào giải quyết vấn đề đặt ra trong tình huống.

- *Kiểm tra, đánh giá, điều chỉnh, khai thác chức năng của mô hình.* Việc kiểm tra, đánh giá mô hình giúp người học phát hiện kịp thời các sai lầm, có thêm kinh nghiệm để lựa chọn mô hình tối ưu, phù hợp với tình huống.

2.2. Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11)

2.2.1. Gợi động cơ ban đầu thông qua hoạt động mô hình hóa toán học từ các yếu tố gắn với thực tiễn trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11)

* *Mục đích của biện pháp:* Thông qua hoạt động MHHTH, từ các yếu tố gắn với thực tiễn, HS thiết lập được các mô hình toán học, nắm được nguồn gốc thực tiễn và những ứng dụng đa dạng, phong phú của toán học. Từ đó, tạo động lực cho HS tiến hành hoạt động MHHTH, các em dễ dàng hơn trong việc sử dụng ngôn ngữ tự nhiên kết hợp với ngôn ngữ toán học để xây dựng mô hình, giải quyết được các tình huống trong mô hình.

* *Cách thức thực hiện biện pháp*: Tìm những hình ảnh, mô hình trong thực tiễn gắn với kiến thức toán học cần lĩnh hội hoặc giả định mô phỏng thực tế, GV cho HS quan sát để rút ra nhận định chung cho các vấn đề đưa ra. Từ đó, HS hình thành dấu hiệu bản chất của các khái niệm, định lí, tính chất toán học,…

Ví dụ 1: Để gợi động cơ học tập cho HS trong dạy học khái niệm cấp số cộng (Đại số và Giải tích 11), GV có thể đưa ra bài toán thực tiễn sau: *Ở một khu ruộng bậc thang, để cây trồng đạt năng suất cao người ta trồng cây như sau: tầng trên cùng (tầng 1) diện tích nhỏ nên chỉ trồng 3 cây giống, tầng kế bên dưới (tầng 2) trồng 6 cây giống, tầng tiếp theo (tầng 3) 9 cây giống, tầng 4 là 12 cây giống,... Hãy tính số cây giống ở tầng 5, tầng 6, tầng 7 và nêu cách tính?*

Với bài toán này, HS dễ dàng tính được số lượng cây giống ở tầng 5 là 15, tầng 6 là 18, tầng 7 là 21; các em cũng có thể tìm được cách tính: số lượng cây tầng bên dưới bằng số lượng cây tầng liền kề bên trên cộng thêm cho 3.

GV nhận xét và chính xác hóa kết quả. Từ đó, GV có thể yêu cầu HS khái quát đến khái niệm *cấp số cộng* thông qua các hoạt động dẫn dắt các em tìm công thức số hạng tổng quát là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng bởi các yêu cầu như: (1) Tính số lượng cây giống ở tầng cuối của ruộng bậc thang, biết rằng ruộng có tất cả là 30 bậc; (2) Tính tổng số lượng cây giống cần trồng ở tất cả các tầng của ruộng bậc thang đó.

Đối với yêu cầu (1), một số HS có thể tính "thủ công" từng tầng cho đến tầng 30, sau đó cộng tất cả số lượng cây giống lại để tìm đáp án. GV có thể đưa ra nhận xét và yêu cầu HS tìm cách tính nhanh hơn để giải bài toán. Trong quá trình HS tìm cách giải, GV cần có sự hướng dẫn, gợi ý cho các em tìm ra cách giải nhanh hơn bằng cách tìm công thức số hạng tổng quát và tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

Từ đó, HS nắm được khái niệm cấp số cộng và các công thức liên quan. Lúc này, HS sẽ nảy sinh mong muốn tìm hiểu các vấn đề, hiện tượng trong thực tiễn liên quan đến cấp số cộng. Đây chính là bước đầu để HS phát triển được năng lực thực hiện hoạt động MHHTH.

2.2.2. Hướng dẫn học sinh xây dựng các bài toán gắn với các yếu tố thực tiễn trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11)

** Mục đích của biện pháp:* Giúp HS thấy được những ứng dụng của toán học trong thực tiễn từ các bài toán gắn với yếu tố thực tiễn (hay còn gọi là bài toán thực tiễn). Từ đó, HS có thể tự tạo ra các tình huống thực tiễn, nhận biết được tình huống đó liên hệ với kiến thức toán học nào và xây dựng được mô hình toán học để giải quyết tình huống một cách nhanh chóng và hiệu quả hơn.

** Cách thức thực hiện biện pháp:* Để thực hiện biện pháp này, GV có thể giao nhiệm vụ cho mỗi HS về nhà tìm hiểu và chọn ra một số bài toán gắn với các yếu tố thực tiễn trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân". Sau đó, GV yêu cầu HS từ các bài toán đã chọn lọc, các em tự xây dựng các bài toán gắn với yếu tố thực tiễn có chủ đề tương tự hoặc là một chủ đề mới.

Ví dụ 2: Cho dãy số (u_n) được cho bởi công thức truy hồi sau: $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-2} + u_{n-1}, \ \forall n \geq 3 \end{cases}$.

a) Tính số hạng thứ 5 của dãy số (u_n).

b) Tính tổng 7 số hạng đầu tiên của dãy (u_n).

Từ bài toán trên, GV có thể gợi ý cho HS tự xây dựng ra các bài toán có yếu tố thực tiễn từ các số liệu của ví dụ 2 thông qua các hoạt động sau:

- Trước tiên, GV yêu cầu HS nhận biết bài toán trên liên quan đến nội dung của chủ đề nào các em đã học và giả thiết của bài toán là gì?

Dựa trên định nghĩa về dãy số Fibonacci đã học, HS sẽ nhận biết được bài toán trên có nội dung liên quan đến dãy số Fibonacci và xác định được yêu cầu của bài toán là tính số hạng thứ 5 và tổng của 7 số hạng đầu tiên của dãy số, với: $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-2} + u_{n-1}, \ \forall n \geq 3 \end{cases}$.

- Tiếp theo, GV yêu cầu HS nhắc lại một số bài toán thực tiễn liên quan đến dãy số Fibonacci mà các em đã biết (HS có thể nhắc lại một số bài toán thực tiễn liên quan đến dãy số Fibonacci như: bài toán đôi thỏ, bài toán về con ong, bài toán ma thuật tính nhẩm, bài toán xếp gạch, bài toán số cành cây, lá cây,…).

- GV yêu cầu HS dựa vào các số liệu của bài toán đã cho, hãy tạo ra các bài toán gắn với yếu tố thực tiễn. Từ yêu cầu của GV, HS sẽ tư duy, tìm mối liên hệ và dễ dàng tạo ra những bài toán gắn với yếu tố thực tiễn tương tự, chẳng hạn bài toán sau: *"Có một hộ chăn nuôi vịt, họ nhận thấy rằng: nếu họ nuôi một đôi vịt thì tháng thứ nhất thu được một quả trứng, tháng thứ hai thu được 1 quả trứng, tháng thứ ba thu được 2 quả trứng, tháng thứ tư thu được 3 quả trứng,... cứ như thế, số trứng ở tháng tiếp theo bằng tổng số trứng hai tháng trước liền kề. Hỏi đến tháng thứ 5, hộ nông dân đó sẽ thu được bao nhiêu trứng? Tính tổng số trứng thu được sau 7 tháng họ nuôi cặp vịt đó".*

2.2.3. Rèn luyện cho học sinh kĩ năng xây dựng mô hình toán học trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11)

** Mục đích của biện pháp:* Rèn cho HS kĩ năng dự đoán, liên tưởng đến các quy luật toán học và liên môn để xây dựng các mô hình toán học. Thông qua kiến thức toán học đã biết để giải quyết tình huống đưa ra từ các mô hình toán học đã xây dựng.

** Cách thức thực hiện biện pháp:* Để thực hiện biện pháp này, GV có thể hướng dẫn HS theo các hướng sau: - Xác định vấn đề của tình huống (là đã quen thuộc hay chưa quen thuộc) và chọn biến phù hợp; - Biểu thị các yếu tố của tình huống thực tiễn từ các biểu thức chứa biến. Từ đó, tìm được quy luật của tình huống; - Xây dựng tình huống thành mô hình toán học thông qua ngôn ngữ tự nhiên kết hợp với ngôn ngữ toán học; - Giải quyết vấn đề từ mô hình đã xây dựng; - Kết luận vấn đề của tình huống thực tiễn nêu ra.

Ví dụ 3: Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 1012 tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

Trước tiên, GV cho HS đọc đề, phân tích và xét xem bài toán trên liên quan đến nội dung kiến thức nào các em đã được học? Sau khi nhận biết được đây là bài toán liên quan đến cấp số nhân, HS sẽ đặt biến, tìm quy luật và bắt đầu xây dựng mô hình toán học để giải quyết tình huống đưa ra. Cụ thể, HS sẽ thực hiện được như sau: Gọi u_n là số tế bào E. Coli có được cứ sau 20 phút. Khi đó, ta có: $u_1 = 1012$, $u_2 = 2021$,… Từ đây, HS tìm được quy luật số tế bào E. Coli được sản sinh ra là một cấp số nhân, với $u_1 = 1012$ và công bội $q = 2$. Đến đây, HS cần biến đổi yêu cầu của bài toán theo mô hình của cấp số nhân. Để làm được điều này, GV cần hướng dẫn HS chuyển đổi yêu cầu của bài toán từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học để giải bài toán.

Để tính tổng số tế bào E. Coli được sản sinh, cần biết số lần phân chia tế bào. Do số lần phân chia, cứ 20 phút tế bào phân chia một lần, nên sau 3 giờ (tương ứng 180 phút), tế bào phân chia được 9 lần. Vậy, mô hình toán học của bài toán trên là: "Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1012$ và công bội $q = 2$. Tính số hạng thứ 10 của cấp số nhân đó."

Sau khi HS đưa tình huống trên về mô hình của cấp số nhân, GV yêu cầu các em dựa trên các kiến thức đã học để giải quyết tình huống với mô hình đã xây dựng được. Chẳng hạn, HS có thể giải quyết mô hình trên như sau: Ta có: $u_{10} = u_1.q^{10-1} = 1012.2^9 = 518144$. Vậy, sẽ có 518144 tế bào E. Coli được sản sinh sau 3 giờ từ 1012 tế bào ban đầu.

Việc xây dựng một mô hình toán học từ các tình huống toán học hay tình huống thực tiễn là một trong những bước quan trọng của quá trình MHHTH, nếu thực hiện tốt bước này thì việc giải bài toán sẽ trở nên dễ dàng hơn đối với HS. Để thực hiện tốt biện pháp 3 thì cả các biện pháp 1, 2 cần được thực hiện một cách hiệu quả trước vì đó là nền tảng để thực hiện biện pháp 3.

3. Kết luận

Trong dạy học Toán ở THPT, phát triển năng lực MHHTH sẽ giúp HS hiểu được ý nghĩa của việc học tập môn Toán, biết vận dụng toán học vào thực tiễn. Bài báo đã đề xuất được một số biện pháp phát triển năng lực MHHTH cho HS khối 11 nói riêng và HS THPT nói chung. GV cần phối hợp thực hiện giữa các biện pháp để quá trình phát triển năng lực MHHTH cho HS đạt hiệu quả cao nhất. Với cách tiếp cận đó trong dạy học môn Toán ở THPT với những chủ đề cụ thể, sẽ từng bước góp phần thực hiện đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục Việt Nam.

Tài liệu tham khảo

Ban Chấp hành Trung ương (2013). *Nghị quyết số 29-NQ/TW ngày 04/11/2013 về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.*

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).*

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37-68.

Denys Tremblay (2002). *The Competency - Based Approach: Helping learning become autonomous.* In adult Education - A Lifelong Journey.

Đỗ Thị Thanh (2020). Dạy học giải bài toán xác suất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên khối ngành Kĩ thuật Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5*, 131-137.

Edwards, D. & Hamson, M. (2001). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke: Palgrave.

Hoàng Phê (2008). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.

Lê Thị Hoài Châu, Nguyễn Thị Nhân (2019). Đánh giá năng lực mô hình hóa của học sinh trong dạy học chủ đề "Tìm giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất của hàm số" ở lớp 12. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, 12*, 891-906.

Maab, K. (2006). What are modelling compentencies? *ZDM Mathematics Education, 38*(2), 113-142.

Phạm Thị Diệu Thùy, Dương Thị Hà (2018). Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học cơ sở trong dạy học giải toán bằng cách lập phương trình. *Tạp chí Giáo dục, 422*, 31-34.

Trần Vui (2014). *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học Toán*. NXB Đại học Huế.