

DAY HỌC GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN Ở TRUNG HỌC CƠ SỞ VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA PHẦN MỀM GEOMETER'S SKETCHPAD

Trần Đình Châu,
Đặng Thị Thu Thủy⁺

Bộ Giáo dục và Đào tạo
+ Tác giả liên hệ • Email: thuy311@gmail.com

Article history

Received: 10/8/2024

Accepted: 19/9/2024

Published: 05/12/2024

Keywords

Geometer's Sketchpad software, some math problems, students, secondary school

ABSTRACT

In teaching Mathematics, the use of mathematical softwares helps students practice the skills of using modern teaching technologies and equipment, supporting the process of exploring and discovering knowledge, and solving mathematical problems. Geometer's Sketchpad is essentially a tool that allows the creation of geometric shapes, with many useful applications in teaching Mathematics. The main function of the software is to draw, simulate the trajectory and transformations of plane geometric shapes, draw graphs in the plane, perform simple arithmetic calculations, etc. This study proposes a teaching process for solving math problems with the support of Geometer's Sketchpad software and illustrates this process in teaching and solving some math problems in secondary schools. Thereby, it helps students explore and discover knowledge, practice problem-solving skills, employ information technology skills in learning, etc. to be more active, self-motivated and enjoy learning Mathematics.

1. Mở đầu

Mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 là góp phần hình thành và phát triển cho HS năng lực toán học, bao gồm các thành phần cốt lõi như: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Việc ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học sẽ tạo cơ hội cho HS rèn luyện kỹ năng sử dụng các thiết bị dạy học môn Toán, đặc biệt là máy tính điện tử và máy tính cầm tay, hỗ trợ quá trình biểu diễn, tìm tòi, khám phá kiến thức, giải quyết vấn đề toán học (Bộ GD-ĐT, 2018).

Phần mềm Geometer's Sketchpad (còn gọi là GSP) có phiên bản thương mại đầu tiên được phát hành năm 1991 bởi Key Curriculum Press sau một thời gian thử nghiệm ở Hoa Kỳ. Năm 1993, phiên bản đầu tiên dành cho hệ điều hành Windows mới chính thức ra đời. GSP là một phần mềm với mục đích khám phá Hình học Euclid, Đại số, Giải tích và các ngành khác của toán học, gồm các công cụ vẽ hình cổ điển của hình học Euclid là thước và compa, từ đó xây dựng nên các công cụ dựng hình cơ bản như: lấy trung điểm của đoạn thẳng, vẽ đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc hoặc song song với một đường thẳng cho trước, vẽ một góc bằng góc cho trước, vẽ tia phân giác của một góc,... (Bùi Thị Diễm Trang, 2015; Nguyễn Thanh Cảnh, 2007). Phần mềm cho phép đo độ dài của đoạn thẳng, đo góc, tính diện tích của một hình,... và các phép tính toán, thậm chí lập bảng thống kê với các con số; thực hiện các phép biến hình như phép quay, tịnh tiến, vị tự,...; cho phép thiết lập mối liên hệ giữa các đối tượng hình học, phần mềm sẽ đảm bảo rằng các quan hệ luôn được bảo toàn, chẳng hạn khi một thành phần của hình bị biến đổi, những thành phần khác sẽ được tự động thay đổi theo (Trần Dư Sinh và Phan Hữu Thiềm, 2007). Đây cũng là một thế mạnh của phần mềm GSP.

Theo Nguyễn Đăng Minh Phúc và Huỳnh Minh Sơn (2021), các đối tượng hình học có thể được dựng trên phần mềm và giữ nguyên các tính chất, mối quan hệ giữa chúng khi người dùng thực hiện các thao tác lên đối tượng toán học. Quá trình thay đổi cấu trúc, hình dạng của đối tượng toán học được dựng trên các phần mềm hình học động là quá trình xóa - dựng diễn ra liên tiếp, rất nhanh mà mắt thường không nhìn thấy được. Một biểu diễn toán động là mô tả trực quan của một hệ các đối tượng toán học, được dựng một cách chặt chẽ trên phần mềm hình học động. HS thực hành trên phần mềm GSP, rê chuột, quan sát sự biến đổi của các hình hình học để phán đoán, dự đoán quy luật, rút ra tính chất của các hiện tượng. Theo Vũ Đình Chinh (2022), phán đoán là hình thức logic của tư duy, trong đó các khái niệm được liên kết với nhau để khẳng định hay phủ định một dấu hiệu nào đó của đối tượng. Phán đoán vừa có chức năng nhận thức, lại vừa có chức năng dự báo. Phán đoán được hình thành bởi hai phương thức trực tiếp và gián tiếp. Trong nghiên cứu này, chủ yếu HS phán đoán theo phương thức trực tiếp qua việc rê chuột, quan sát sự

biến đổi của các đối tượng trên phần mềm GSP và vận dụng vào việc tạo ra mô phỏng động trên phần mềm GSP để khám phá, tìm tòi, kích hoạt những kiến thức cũ, khám phá kiến thức mới, quá trình học tập trở nên tích cực hơn và hiệu quả hơn. Bài báo giới thiệu về phần mềm GSP, đề xuất quy trình dạy học giải các bài toán với sự hỗ trợ của phần mềm GSP và minh họa quy trình này thông qua dạy học giải các bài toán ở THCS.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Giới thiệu về phần mềm GSP

GSP cung cấp phương pháp tiếp cận toán học trực quan và dễ hiểu cho HS từ cấp trung học đến đại học. HS THCS có thể học đại số bằng cách hiểu các tỉ lệ, tốc độ thay đổi và các mối quan hệ toán học thông qua biểu diễn số, bảng và đồ thị. HS THPT có thể sử dụng GSP để phác thảo cơ bản và biến đổi hình dạng các bài toán hình học. Một ưu điểm nổi bật của phần mềm toán học GSP được nhiều người dùng yêu thích là khả năng “nhúng tin nhắn văn bản”. Với tính năng này, phần mềm cho phép người dùng tùy chỉnh phông chữ, cỡ chữ và màu sắc theo nhu cầu một cách rất đơn giản.

Phần mềm GSP là một công cụ cho phép tạo ra các hình hình học, mô phỏng “hình học động”, dành cho HS, GV và các nhà nghiên cứu. Phần mềm có chức năng chính là vẽ, mô phỏng quỹ tích, biến đổi các hình trong hình học phẳng, vẽ đồ thị trong mặt phẳng, tính diện tích các hình, độ dài, chu vi, tọa độ, các hàm số lượng giác,...; điểm mạnh của GSP là “mô phỏng động”, người dùng có thể rê chuột, tương tác, quan sát sự biến đổi của các yếu tố, từ đó phán đoán, phát hiện, dự đoán quy luật, tính chất của bài toán. GSP cho phép người dùng thiết lập quan hệ giữa các đối tượng hình học, đảm bảo cho các mối quan hệ luôn được bảo toàn (Trần Đình Châu và Đặng Thị Thu Thủy, 2011).

Trên phần mềm GSP chỉ có một số công cụ dựng hình cơ bản là điểm, đường thẳng, đường tròn tương tự như thước và compa. Để vẽ một hình bất kỳ như hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình ngũ giác, lục giác,... cần làm rất nhiều thao tác, tuy nhiên phần mềm lại có chức năng cho phép người sử dụng tạo ra công cụ mới/Create New Tool bằng cách sử dụng các công cụ cơ bản, thao tác đúng theo định nghĩa của các hình, phần mềm sẽ “ghi nhớ” và “dấu” đi các bước trung gian đó, cho ta kết quả cuối cùng. Khi đã tạo ra công cụ vẽ hình, chỉ cần một click chuột là ta có thể vẽ được một hình hình học.

2.2. Quy trình dạy học giải các bài toán với sự hỗ trợ của phần mềm GSP

Từ đặc điểm của phần mềm GSP, quy trình dạy học khái niệm dưới sự hỗ trợ của phần mềm GSP trong nghiên cứu của Bùi Thị Diễm Trang (2015), chúng tôi đề xuất quy trình dạy học giải các bài toán với sự hỗ trợ của phần mềm GSP gồm các bước sau:

Bước 1: GV giao nhiệm vụ cho HS giải các bài toán. HS phân tích đề bài, tìm hướng mô phỏng bài toán trên phần mềm GSP. Sau đó, GV thiết kế mô phỏng bài toán đó trên GSP. HS quan sát các mô phỏng động, hình hình học,... trên GSP để phán đoán, dự đoán tính chất của hình và kết quả.

Bước 2: Phân tích, tìm cách chứng minh, rút ra quy luật, tính chất. GV sử dụng phần mềm GSP để hướng dẫn cho HS phân tích bài toán, tìm cách chứng minh, giải quyết vấn đề.

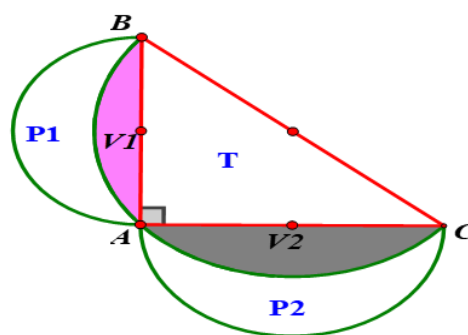
Bước 3: Kết luận, mở rộng bài toán theo các hướng khác nhau (nếu có). HS tiếp tục tìm tòi, khám phá, tự thực hành trên GSP để thiết kế, mô phỏng bài toán mở rộng (Trần Đình Châu và Đặng Thị Thu Thủy, 2018).

2.3. Minh họa dạy học giải một số bài toán ở trung học cơ sở với sự hỗ trợ của phần mềm GSP

Sau đây là một số ví dụ sử dụng phần mềm GSP hỗ trợ dạy học giải các bài toán sau:

Bài toán 1: Cho tam giác ABC vuông tại A, dựng các nửa hình tròn đường kính AB, AC, BC về cùng một phía (xem hình 1). So sánh diện tích tam giác ABC với tổng diện tích các hình trăng lưỡi liềm P1, P2.

Bước 1: GV giao nhiệm vụ cho HS giải bài toán 1. Sử dụng phần mềm GSP, dùng chức năng tính diện tích Measure/Area, GV cho HS thiết lập số đo diện tích các nửa hình tròn đường kính AB, AC, BC của tam giác ABC (xem hình 2). GV hướng dẫn HS phân tích để quy về định lý Pytago, vẽ thêm hình 2 trên GSP để dễ dàng suy luận và rút ra được: Trong tam giác vuông, diện tích nửa hình tròn có đường kính là cạnh huyền bằng tổng diện tích của hai nửa hình tròn có đường kính là hai cạnh góc vuông. HS tiếp tục quan sát, dự đoán, khám phá, phân tích so sánh diện tích của nửa hình tròn đường kính BC với diện tích các hình quạt tròn, viên phân, hình trăng lưỡi liềm trên hình 1.



Hình 1

Bước 2: Phân tích, tìm cách chứng minh, rút ra quy luật, tính chất. GV có thể gợi ý cho HS từ cách dựng hình và từ phân tích ở bước 1 để chứng minh. Gọi diện tích nửa hình tròn đường kính BC , AB , AC theo thứ tự là $S(BC)$, $S(AB)$, $S(AC)$, theo định lý Pytago, ta có: $S(BC) = S(AB) + S(AC)$.

Gọi diện tích tam giác ABC là T , diện tích các hình viên phân cung AB , cung AC là $V1$, $V2$; diện tích các hình trắng lưỡi liềm tạo bởi viên phân $V1$ và nửa đường tròn đường kính AB là $P1$; tạo bởi viên phân $V2$ và nửa đường tròn đường kính AC là $P2$. Ta có: $S(BC) = T + V1 + V2$ (1); $S(AB) = V1 + P1$ (2); $S(AC) = V2 + P2$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $T = P1 + P2$, nghĩa là diện tích tam giác ABC bằng tổng diện tích hai hình trắng lưỡi liềm $P1$, $P2$.

Bước 3: Kết luận. Tam giác vuông ABC có diện tích bằng tổng diện tích hai hình trắng lưỡi liềm $P1$, $P2$. Kết quả này khá thú vị vì diện tích của các hình có dạng như trắng lưỡi liềm, viên phân thường liên quan đến số pi, trong khi diện tích của hình tam giác không liên quan đến số pi (Posamentier, 2013; Pappas, 2014).

Với đối tượng HS giỏi, GV có thể thay bài toán trên bằng một câu hỏi mở để các em tìm tòi, nghiên cứu, phát hiện: *Có thể tìm một đa giác nào mà có diện tích bằng tổng diện tích của một số hình tròn hay không?*

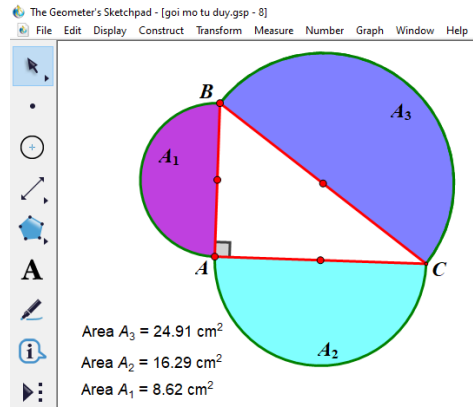
Bài toán 2: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) và (O') tại C và D (C và D khác A). Biết điểm A nằm trong đoạn thẳng CD . Lấy E là trung điểm AC , G là trung điểm AD . Tứ giác $OEGO'$ là hình gì? Đường thẳng d ở vị trí nào thì $OEGO'$ là hình chữ nhật?

Bước 1: Giao nhiệm vụ cho HS giải bài toán 2. HS vẽ hình trên phần mềm GSP (xem hình 3). GV hướng dẫn HS rê chuột di chuyển đường thẳng d , quan sát hình dạng của tứ giác $OEGO'$.

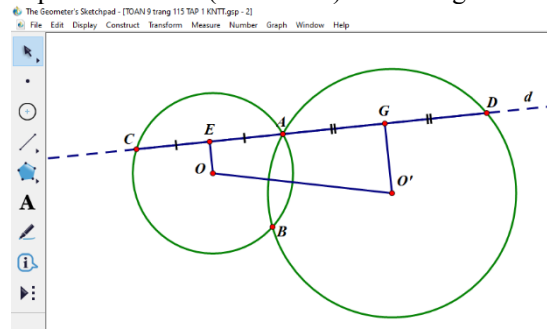
Do E , G là trung điểm các dây cung AC , AD nên ta có OE , $O'G$ luôn vuông góc với AC . Tiếp tục di chuyển đường thẳng d bằng cách di chuyển điểm D trên đường tròn (O') , quan sát hình dạng của tứ giác $OEGO'$.

Bước 2: Phân tích, tìm cách chứng minh để rút ra các quy luật, tính chất. Từ phân tích ở bước 1, ta có $OE \parallel O'G$ (vì cùng vuông góc với đường thẳng d). Vậy, $OEGO'$ là hình thang và OE vuông góc với d nên $OEGO'$ là hình thang vuông. Khi di chuyển d sao cho $d \parallel OO'$, khi đó $OEGO'$ là hình chữ nhật.

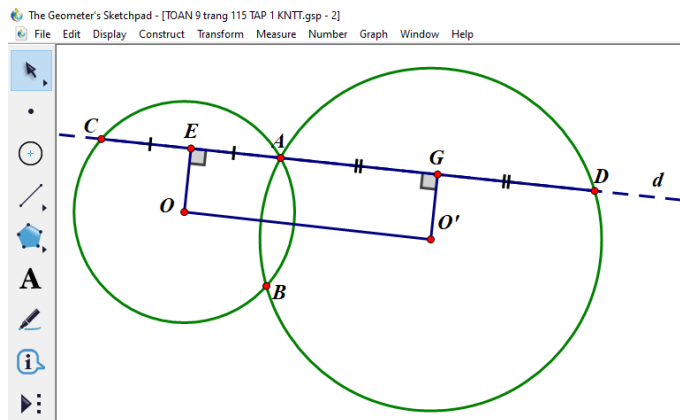
Bước 3: Kết luận, mở rộng bài toán theo các hướng khác nhau (nếu có). GV đi đến kết luận: $OEGO'$ là hình thang vuông và khi $d \parallel OO'$ thì $OEGO'$ là hình chữ nhật (xem hình 4).



Hình 2

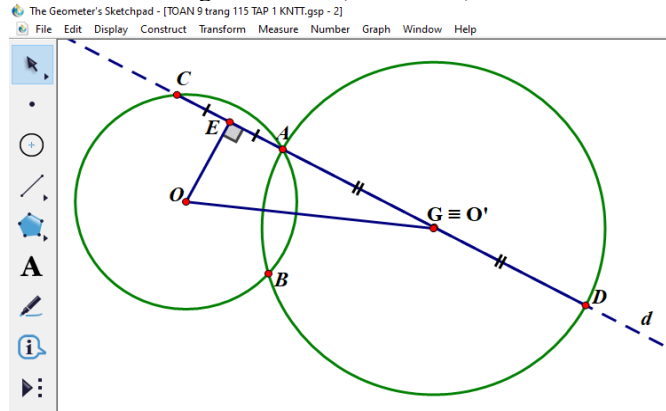


Hình 3



Hình 4

Mở rộng bài toán: Khi đường thẳng d đi qua tâm O' thì tứ giác $OEGO''$ là hình gì? (di chuyển điểm D chạy trên đường tròn tâm O , quan sát các vị trí của tứ giác $OEGO'$ (xem hình 5).



Hình 5

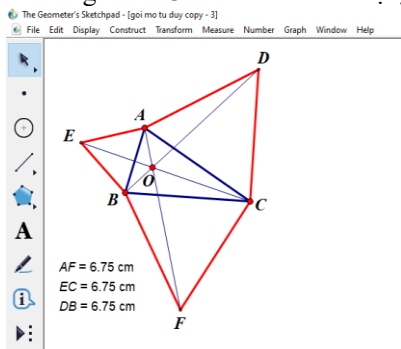
Bài toán 3: Trên các cạnh của tam giác ABC bất kì cho trước, dựng về phía ngoài ba tam giác đều. Hãy so sánh ba đoạn thẳng nối mỗi đỉnh của tam giác đã cho với đỉnh xa nhất của tam giác đều dựng trên cạnh đối diện.

Bước 1: GV giao nhiệm vụ cho HS giải bài toán 3. GV cho HS phân tích đề bài, gợi ý cho các em dùng công cụ đường tròn trên phần mềm GSP (tương tự việc dùng compa vẽ trên giấy), vẽ các tam giác đều theo yêu cầu của đầu bài. HS vẽ hình trên GSP, rê chuột di chuyển đỉnh A , hoặc B , C làm thay đổi hình dạng của tam giác ABC và quan sát sự thay đổi của độ dài các đoạn thẳng AF , BD , CE (xem hình 6).

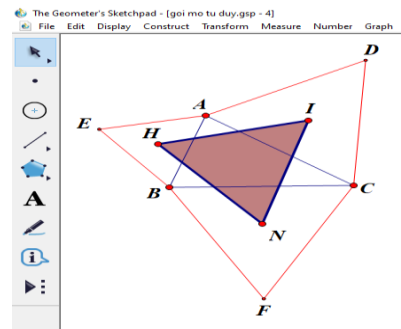
HS có thể thiết lập độ dài các đoạn thẳng AF , EC , DB trên phần mềm GSP để quan sát sự thay đổi độ dài các đoạn thẳng khi tam giác ABC thay đổi hình dạng, kích thước các cạnh của nó. HS có thể dễ dàng đưa ra nhận xét: luôn có $AF = BD = CE$.

Bước 2: Phân tích, tìm cách chứng minh, từ đó rút ra tính chất. GV gợi ý cho HS tìm ra và chứng minh được các cặp tam giác bằng nhau, đó là $\triangle ABF = \triangle EBC$ (c.g.c) vì $AB = EB$, $\angle ABF = \angle EBC$ (vì đều bằng góc ABC cộng với 60°); $BF = BC$, từ đó suy ra $AF = EC$ (1). Tương tự, chứng minh được $\triangle AEC = \triangle ABD$, suy ra $EC = BD$ (2). Từ (1) và (2), ta có: $AF = EC = BD$.

Bước 3: Kết luận, mở rộng bài toán theo các hướng khác nhau (nếu có). GV hướng dẫn cho HS đưa ra kết luận: Trên các cạnh của tam giác ABC bất kì cho trước, dựng về phía ngoài ba tam giác đều. Khi đó, các đoạn thẳng nối mỗi đỉnh của tam giác đã cho với đỉnh xa nhất của tam giác đều dựng trên cạnh đối diện có độ dài bằng nhau. Tiếp tục khám phá bài toán theo hướng xác định tâm của ba tam giác đều dựng trên ba cạnh của tam giác (xem hình 7). Khi nối ba tâm H , I , N này lại với nhau, ta được tam giác mới, khi đó điều đặc biệt là tam giác mới HIN luôn là tam giác đều, dù tam giác ABC ban đầu có hình dạng bất kì.



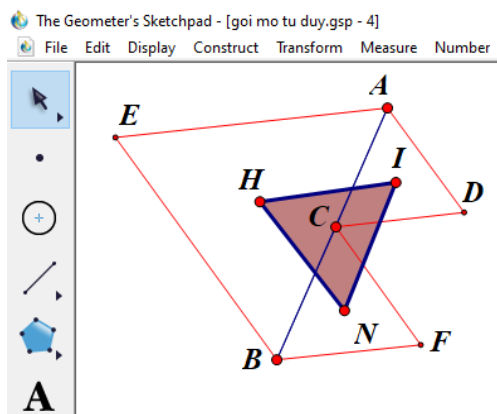
Hình 6



Hình 7

Sử dụng phần mềm GSP giúp HS vẽ hình dễ dàng và có thể quan sát được yếu tố động, yếu tố thay đổi, yếu tố bất biến. Khi di chuyển các đỉnh A , B , C của ABC thì HIN luôn là tam giác đều. GV có thể di chuyển sao cho C nằm trên đoạn thẳng AB (xem hình 8), nghĩa là tam giác ABC ban đầu chỉ là một đoạn thẳng, quan sát tam giác HIN ?

GV đặt câu hỏi: Khi ta dựng ba tam giác đều vào phía trong tam giác ABC thì tính chất trên có còn đúng không? HS tiếp tục nghiên cứu, khám phá mở rộng bài toán 3.



Hình 8

3. Kết luận

Bài báo đã đề xuất quy trình dạy học giải các bài toán với sự hỗ trợ của phần mềm GSP và minh họa quy trình này thông qua dạy học giải một số bài toán ở THCS. Với phần mềm GSP, GV có thể thiết kế được nhiều mô hình hình học động sinh động, phong phú, giúp HS hiểu sâu kiến thức. Ngoài ra, các mô hình động còn tạo cơ hội cho HS thao tác trên phần mềm GSP nhằm xuất hiện các hiệu ứng giúp trực quan hóa hình ảnh, tạo tiền đề để có thể giải được bài toán một cách dễ dàng hơn. Hầu hết HS khi thực hiện đều đưa ra các dự đoán chính xác cho bài toán nhờ sử dụng mô phỏng động trên phần mềm GSP, các em thực hiện được các thao tác tư duy, biết quan sát, giải thích được sự tương đồng và khác biệt trong các tình huống và thể hiện được kết quả của việc quan sát. Sử dụng phần mềm GSP, thiết kế mô phỏng động một số bài toán giúp HS tìm tòi khám phá kiến thức, rèn luyện kỹ năng giải quyết vấn đề, kỹ năng sử dụng công nghệ thông tin trong học tập,... tích cực, tự giác và yêu thích học tập môn Toán hơn. Với những ưu điểm nổi bật của phần mềm GSP, cần có các tài liệu tham khảo, hướng dẫn tạo điều kiện thuận lợi, hỗ trợ GV tập huấn sử dụng thành thạo phần mềm GSP trong quá trình dạy học môn Toán nhằm phát triển năng lực toán học, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán cho HS. Trong thời gian tới, chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu, phát triển việc ứng dụng phần mềm GSP vào dạy học phần Hình học, Lượng giác, các phép biến hình ở THPT,... với mục tiêu phát triển một số năng lực toán học và năng lực sáng tạo cho HS THPT.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng BGD-ĐT).
- Bùi Thị Diễm Trang (2015). Vận dụng phần mềm Geometer's sketchpad vào dạy học một số dạng toán ứng dụng đạo hàm. *Tạp chí Giáo dục*, 354, 52-53.
- Nguyễn Đăng Minh Phúc, Huỳnh Minh Sơn (2021). Ứng dụng phép dựng hình mềm trong dạy học Toán cho học sinh ở trường phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 494, 31-36.
- Nguyễn Thanh Cảnh (2007). Sử dụng phần mềm Geometer's sketchpad trong dạy học toán học. *Tạp chí Giáo dục*, 162, 31-32.
- Pappas, T. (2014). *Vui hơn nữa với toán học*. NXB Dân trí.
- Posamentier, A. S. (2013). *Về đẹp toán học - những bài toán gợi mở tư duy*. NXB Dân trí.
- Trần Đình Châu, Đặng Thị Thu Thủy (2011). *Ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Trần Đình Châu, Đặng Thị Thu Thủy (2018). Khai thác vẻ đẹp toán học thông qua một số bài tập về dãy số. *Tạp chí Giáo dục*, 421, 33-35.
- Trần Dư Sinh, Phan Hữu Thiềm (2007). *Hướng dẫn sử dụng phần mềm toán học Geometer's Sketchpad*. NXB Trẻ.
- Vũ Đình Chinh (2022). Tổ chức hoạt động phán đoán để rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh lớp 10 trong dạy học môn Toán theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018. *Tạp chí Giáo dục*, 22(6), 13-19.