PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "GIẢI TAM GIÁC" (TOÁN 10)

Nguyễn Ái Quốc+,
Lâm Thảo Như

Trường Đại học Sài Gòn
+ Tác giả liên hệ ● Email: naquoc@sgu.edu.vn

Article history
Received: 01/12/2024
Accepted: 31/12/2024
Published: 05/02/2025

Keywords
Competency, mathematical modeling, solving triangles, Math 10

ABSTRACT
Mathematical modeling competency has been interested and researched by Vietnamese and international scientists for more than two decades. Mathematical modeling competency is one of the five students' core mathematical competencies, as prescribed in the 2018 General Education Curriculum for Mathematics. This study proposes a mathematical modeling process in teaching the topic "Solving triangles" (Math 10) and organizes teaching experiments to support students in solving relevant practical problems. The assessment of the students' individual and group work performances was carried out using qualitative assessment methods. The experimental results reveal the increased manifestations of mathematical modeling competency among the students when solving problems using the proposed process.

1. Mở đầu

Năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) là một trong năm năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS trong dạy học môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Năng lực MHHTH đã được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu trong hơn hai thập kỉ gần đây, trong đó có các nghiên cứu của Niss (2004), Maaß (2006), Wess và cộng sự (2021), Lee (2022), Cao Thị Hà và Nguyễn Xuân Dung (2023), Lê Hồng Quang (2020), Nguyễn Ngọc Giang và cộng sự (2024),... Tuy nhiên, việc thiết kế quy trình MHHTH và tổ chức các tình huống dạy học nhằm hình thành và phát triển năng lực MHHTH cho HS vẫn là một thách thức đối với GV.

Chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10) có nhiều nội dung giúp HS giải được các bài toán ứng dụng trong thực tiễn. Hiện nay, đã có một số nghiên cứu về dạy học định lí Côsin hay định lí Sin để phát triển năng lực MHHTH cho HS THPT. Chẳng hạn như: Nguyễn Thị Mỹ Hằng và cộng sự (2024) đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học chủ đề "Hệ thức lượng trong tam giác" ở lớp 10; Bùi Anh Kiệt và Trần Văn Quân (2024) đề xuất một quy trình MHHTH trong dạy học chủ đề "Hệ thức lượng trong tam giác". Tuy nhiên, hai nghiên cứu này không tổ chức dạy học thực nghiệm để đánh giá sự phát triển năng lực MHHTH của HS. Nghiên cứu của Dương Hữu Tòng và cộng sự (2019) đã đề xuất quy trình MHHTH, tổ chức dạy học thực nghiệm và đánh giá năng lực MHHTH của HS theo một thang đo do nhóm nghiên cứu đề xuất. Tuy nhiên, các bài toán trong dạy học thực nghiệm chưa tích hợp kiến thức giữa môn Toán với các khoa học khác,…

Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một số quan niệm về mô hình toán học (MHTH), MHHTH, năng lực MHHTH; dựa trên một số quy trình MHHTH đã có, đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10) và minh họa quy trình này trong dạy học thực nghiệm tại Trường Trung học Thực hành Sài Gòn, Quận 5, TP. Hồ Chí Minh. Chúng tôi sử dụng phương pháp đánh giá định tính để đánh giá bài làm cá nhân của HS và bài làm của các nhóm, từ đó đánh giá được sự phát triển năng lực MHHTH của HS khi tham gia giải quyết các nhiệm vụ học tập.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm

Theo Bender (1978), MHTH là một cấu trúc toán học trừu tượng và đơn giản liên quan đến một phần của thực tiễn, được tạo ra cho một mục đích cụ thể nào đó. Lesh và cộng sự (2003) cho rằng, MHTH tập trung vào đặc trưng về cấu trúc của hệ thống. Blum và cộng sự (2007) định nghĩa MHTH là một ánh xạ: Từ vùng D của thế giới thực, quá trình chuyển đổi biến thành một tập hợp con của vùng toán học M. Theo Lee (2020), MHTH là một ngôn ngữ và mô tả toán học cho một hệ thống, các MHTH được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực khoa học tự nhiên như vật lí, sinh học, kĩ thuật điện và cả lĩnh vực xã hội như tâm lí, xã hội, chính trị. Theo chúng tôi, có thể hiểu MHTH là mô hình được xây dựng bằng các đối tượng toán học sau quá trình biểu diễn các yếu tố của thực tiễn bằng ngôn ngữ toán học.

Theo Verschaffel và cộng sự (2002), MHHTH là một quá trình lặp mà các vấn đề thực tiễn được diễn giải thành ngôn ngữ toán học và được giải quyết thông qua hệ thống các kí hiệu, sau đó kiểm chứng lại kết quả trong thực tiễn. Theo Niss và cộng sự (2004), MHHTH được hiểu như một sự giải quyết các vấn đề thực tiễn, là quá trình áp dụng toán học vào thực tiễn nhằm mục đích hiểu nó. Theo Nguyễn Danh Nam (2020), khi sử dụng toán học để giải quyết vấn đề và tình huống thực tiễn thì MHTH và quy trình MHHTH là các công cụ cần thiết. Trong bài báo này, chúng tôi đồng nhất với quan điểm của Edwards và Hamson (2001), MHHTH là một quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học bằng việc thiết lập các MHTH, sau đó giải quyết, thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cần.

Theo Kaiser (2007), năng lực MHHTH là khả năng thực hiện cả quá trình MHHTH phản ánh trên quá trình đó. Theo Maaß (2006), năng lực MHHTH bao gồm các kĩ năng và khả năng thực hiện tiến trình mô hình hóa thích hợp nhằm đạt được định hướng mục tiêu và sự sẵn sàng thực hiện chúng. Blum và cộng sự (2007) nhấn mạnh mối quan hệ tương hỗ giữa năng lực toán học và năng lực MHHTH. Nói cách khác, sự phát triển năng lực MHHTH phụ thuộc vào sự phát triển năng lực toán học. Đồng thời, mô hình hóa cũng là một phương tiện tiềm năng thúc đẩy năng lực toán học phát triển. Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi, năng lực MHHTH là khả năng chuyển đổi một bài toán thực tiễn thành bài toán toán học bằng cách xây dựng MHTH, giải quyết bài toán toán học bằng các công cụ toán học đã biết, xem xét tính hợp lí của nghiệm và đưa ra giải pháp cho bài toán ban đầu.

Các biểu hiện và yêu cầu cần đạt của năng lực MHHTH của HS THPT được quy định trong Chương trình giáo dục phổ thông 2018 gồm: (1) Thiết lập được MHTH (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh các yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hóa,…) để đưa đến những bài toán giải được (Bộ GD-ĐT, 2018).

2.2. Quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học giải bài toán thực tiễn chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10)

Dựa trên quy trình MHHTH của Blum và Ferri (2009) gồm 7 bước: Hiểu tình huống (bài toán); Đơn giản hóa/Cấu trúc hóa; Toán học hóa; Hoạt động toán học; Diễn giải kết quả; Kiểm tra kết quả; Trình bày giải pháp, chúng tôi đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10) gồm 5 bước như sau:

Bước 1. Xác định được các dữ kiện của bài toán thực tiễn. HS cần xác định được yêu cầu của bài toán thực tiễn, nhận biết các dữ kiện cần thiết cho quá trình giải bài toán, loại bỏ dữ kiện thừa. Do vậy, bước 1 có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 1 của năng lực MHHTH.

Bước 2. Xây dựng MHTH: HS vẽ hình tam giác, thể hiện mối liên hệ giữa dữ kiện cần thiết của bài toán như độ dài các cạnh, số đo góc, các đại lượng hình học cần tìm để xây dựng MHTH. Bước này có nhiều cơ hội cho HS phát triển được biểu hiện 1 của năng lực MHHTH.

Bước 3. Giải bài toán toán học: HS có thể sử dụng các kiến thức toán học, định lí, quy tắc như định lí Pythagoras, định lí Côsin, định lí Sin,… để giải bài toán toán học. Do vậy, các hoạt động của HS trong bước này có nhiều cơ hội phát triển được biểu hiện 2 của năng lực MHHTH.

Bước 4. Diễn giải ý nghĩa nghiệm của bài toán toán học: HS sử dụng những kinh nghiệm trong học tập và cuộc sống để hiểu và giải thích ý nghĩa về nghiệm của bài toán toán học thu được, có thể là độ dài một cạnh hay số đo của một góc của tam giác. Bước này có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 3 của năng lực MHHTH.

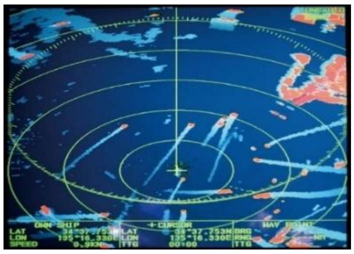
Bước 5. Đánh giá kết quả và trình bày giải pháp: HS sẽ xem xét sự thỏa mãn của nghiệm đối với các điều kiện toán học, chẳng hạn như bất đẳng thức về độ dài ba cạnh của tam giác và tính hợp lí của nghiệm đối với bối cảnh thực tiễn, sau đó trình bày lời giải của bài toán. Bước này có nhiều cơ hội cho HS phát triển được các biểu hiện 2 và 3 của năng lực MHHTH.

2.3. Dạy học giải bài toán thực tiễn chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10) nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh ở Trường Trung học Thực hành Sài Gòn, Quận 5, Thành phố Hồ Chí Minh

Dưới đây, chúng tôi trình bày một kết quả tổ chức dạy học thực nghiệm giải bài toán thực tiễn chủ đề "Giải tam giác" (Toán 10) ở lớp 10A3 Trường Trung học Thực hành Sài Gòn, Quận 5, TP. Hồ Chí Minh vào tháng 10/2024. Số HS tham gia thực nghiệm là 40 em, thời gian thực nghiệm là 45 phút.

Sau khi ổn định lớp học, GV chia lớp thành 10 nhóm, mỗi nhóm có 4 HS và phát phiếu học tập có chứa bài toán thực tiễn cho cả lớp, yêu cầu HS nghiên cứu cá nhân trước khi làm việc nhóm.

Bài toán thực tiễn: Nhằm giám sát khu vực biển, phát hiện sớm các vật xâm nhập vào vùng biển, vùng đặc quyền kinh tế, người ta lắp đặt các hệ thống radar trên bờ biển. Các hệ thống này hoạt động bằng cách phát đi một chùm sóng vô tuyến và thu lại chùm sóng phản xạ. Bằng cách phân tích sóng phản xạ, người ta có thể định vị, đôi khi xác định được hình dạng của các vật thể nằm trong phạm vi quét sóng xung quanh hệ thống radar và hiển thị trên màn hình radar (xem hình 1). Trên các tàu bè di chuyển trên biển đều có các hệ thống la bàn để xác định hướng đi và có một hệ thống radar có thể kết nối tín hiệu với nhau. Vào lúc 8 giờ sáng, cách 110km về hướng N45^0E so với trạm radar, có một tàu chở dầu đang đi thẳng theo hướng Nam với tốc độ 25km/h chuẩn bị tiến vào khu vực hoạt động của sóng radar. Thời tiết lúc này là trời quang, gió nhẹ theo hướng Tây Bắc, nhiệt độ khoảng 26 độ. Cự li hoạt động tối đa của sóng radar được phát ra từ trạm là 90km. Hãy cho biết tàu chở dầu sẽ được phát hiện trên màn hình radar trong thời gian bao lâu? (Knill et al., 2001).

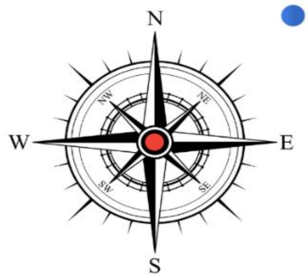


Hình 1. Màn hình radar hàng hải (Nguồn: https://www.tinduc.vn/may-dinh-vi-koden-furuno/Rada-hang-hai-FURUNO-FR-8065.html)

Trong bài toán thực tiễn, các dữ kiện được cho liên quan đến khoảng cách, vận tốc và hướng chuyển động của tàu, hướng và tốc độ của gió, nhiệt độ không khí. Yêu cầu của bài toán là xác định thời gian tàu được phát hiện trên màn hình radar. Do vậy, HS cần tìm quãng đường chiếc tàu đi được trong suốt thời gian tàu được phát hiện trên màn hình radar. Để giải bài toán thực tiễn, HS cần sử dụng các định lí của hệ thức lượng trong tam giác. Cuối cùng, HS đánh giá sự hợp lí của kết quả vừa tìm được.

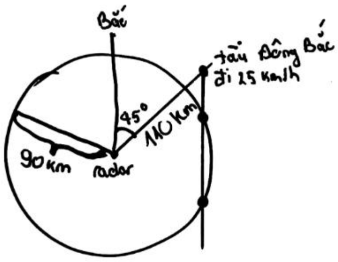
Bước 1. Xác định được các dữ kiện của bài toán thực tiễn. Trước tiên, GV yêu cầu HS làm việc cá nhân để đọc hiểu, xác định yêu cầu của bài toán; phân tích, nhận biết các dữ kiện cần thiết để giải bài toán. Sau đó, HS sẽ làm việc theo nhóm để thống nhất kết quả.

Để giúp HS tìm hiểu bài toán, GV hướng dẫn cho các em sử dụng la bàn để xác định hướng N45^0E của con tàu lúc ban đầu. Trong đó, trạm radar được coi là ở tâm la bàn, N45^0E chỉ vị trí con tàu đang ở hướng Đông Bắc và hướng từ trạm radar đến con tàu hợp với hướng Bắc một góc 45 độ (xem hình 2).



Hình 2. La bàn và vị trí con tàu

Kết quả bài làm mong đợi của HS: Yêu cầu của bài toán là tính thời gian con tàu xuất hiện trên màn hình của radar trên bờ biển. HS cần hình dung miền được quét bởi sóng radar là một hình tròn có tâm là hệ thống radar, với bán kính lớn nhất là 90km. Sau khi phác thảo mô hình miền quét của sóng radar, HS cần nhận biết được các dữ kiện cần thiết để giải bài toán như: khoảng cách từ tàu đến trạm radar, hướng của tàu so với trạm radar, hướng di chuyển của tàu, vận tốc của tàu. Các dữ kiện còn lại như thời điểm ban đầu của con tàu, hướng gió thổi, nhiệt độ trên biển là các dữ kiện thừa. Sau khi thời gian làm việc nhóm kết thúc, GV quan sát bài làm của các nhóm để đưa ra đánh giá, nhận xét.



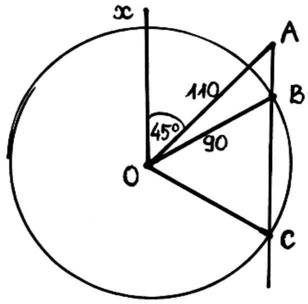
Hình 3. Bài làm của nhóm 2

Kết quả cho thấy, có 7/10 nhóm xác định được đúng dữ kiện cần thiết, bao gồm vị trí radar, con tàu và phạm vi quét sóng 90km; 3 nhóm còn lại chưa nhận ra được các dữ kiện thừa nên đã biểu thị chúng trên mô hình. GV yêu cầu nhóm 5 có mô hình chưa hợp lí và nhóm 2 có mô hình hoàn chỉnh nhất lên trình bày kết quả của nhóm mình. Nhóm 2 đưa ra hình vẽ thể hiện đầy đủ và chính xác dữ kiện cần thiết của bài toán (xem hình 3).

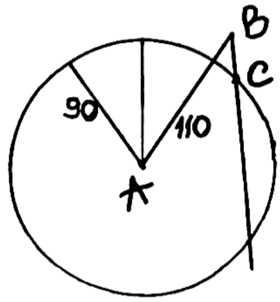
Sau đó, GV giải thích lại về các phương hướng trong Địa lí cho HS hiểu rõ và yêu cầu các nhóm chỉnh sửa hình vẽ cho rõ ràng và đầy đủ các số liệu. Trong bước này, HS có cơ hội phát triển biểu hiện 1 của năng lực MHHTH.

Bước 2. Xây dựng MHTH. Dựa trên các dữ kiện cần thiết HS đã xác định được ở bước 1, GV yêu cầu các nhóm xây dựng MHTH cho bài toán thực tiễn. Kết quả bài làm mong đợi của HS: Mô hình lúc này là hình tròn thể hiện cho miền quét sóng của radar; các hình tam giác thể hiện cho việc sóng radar trước và sau khi quét được con tàu, cùng với hướng đi của con tàu và đưa vào các số liệu tương ứng của mô hình. HS cần đặt tên cho các điểm trên mặt phẳng: Tâm O của đường tròn là vị trí trạm radar, A là vị trí tàu chở dầu lúc 8h sáng, đường tròn là giới hạn phạm vi mà sóng có thể quét tới, đường thẳng đứng đi qua A là hướng di chuyển của tàu, đoạn dây cung BC là quãng đường tàu đi được radar phát hiện (xem hình 4).

Kết quả bài làm của các nhóm: Có 8/10 nhóm đã dựng được MHTH như mong đợi; 02 nhóm còn lại chưa thể hiện đầy đủ và chính xác MHTH. GV chọn một nhóm dựng mô hình chính xác (nhóm 10) và một nhóm có mô hình chưa chính xác (nhóm 1) lên bảng trình bày cách làm của nhóm mình.



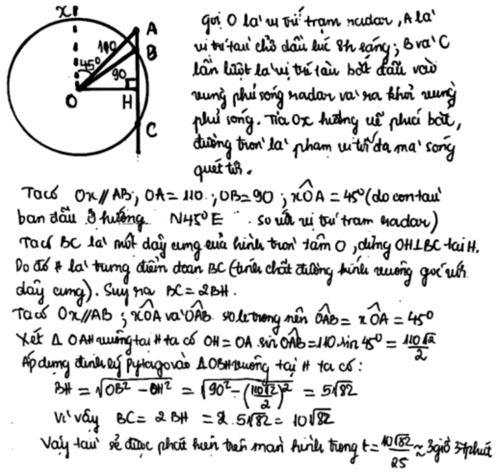
Hình 4. Bài làm của nhóm 10



Hình 5. Bài làm của nhóm 1

Cả hai nhóm đều đặt tên được các điểm cho vị trí của radar, tàu và các số liệu về phạm vi hoạt động 90km của radar và khoảng cách 110km giữa trạm radar và tàu. Nhóm 10 (xem hình 4) thể hiện rõ ràng tia Ox về hướng Bắc và theo đó là góc 45^0 giữa tia Ox và tia OA (với O và A lần lượt là vị trí của trạm radar và tàu), xác định đúng hướng đi của tàu theo tia AC ngược hướng với tia Ox (nằm trên trục Bắc - Nam), đồng thời xác định được BC chính là đoạn đường mà tàu di chuyển sẽ bị phát hiện trên radar. Trong khi đó, nhóm 1 (xem hình 5) vẫn thể hiện được con tàu ở hướng Đông Bắc, nhưng lại chưa vẽ chính xác yếu tố góc giữa hướng của tàu so với hướng Bắc là 45^0, nhóm vẫn chưa vẽ đúng đoạn đường đi của tàu khi bị phát hiện trên màn hình radar. GV nêu nhận xét MHTH của hai nhóm, yêu cầu các nhóm chỉnh sửa lại bài làm của nhóm mình. Thông qua các hoạt động trên, HS có cơ hội phát triển biểu hiện 1 của năng lực MHHTH.

Bước 3. Giải bài toán toán học. Dựa trên mô hình của nhóm 10, GV đặt câu hỏi rằng để tìm thời gian tàu bị phát hiện trên màn hình radar, cần tìm yếu tố nào? Tiếp theo, GV yêu cầu các nhóm giải bài toán dựa trên MHTH đã xác định ở bước 2. Thông qua quan sát, GV nhận thấy có 2 chiến lược chính xuất hiện trong bài làm của các nhóm. Trong đó, có 6/10 nhóm sử dụng chiến lược 1 là áp dụng định lí Pythagoras, tỉ số lượng giác và đều đưa ra đáp án đúng; chiến lược 2 sử dụng định lí Sin và Côsin, có 04/10 nhóm thực hiện, với 01 nhóm làm sai (nhóm 3). GV cho nhóm 4 là nhóm sử dụng định lí Pythagoras lên trình bày kết quả (xem hình 6) và hai nhóm sử dụng định lí Sin và Côsin, là nhóm 10 có kết quả đúng (xem hình 7, trang bên) và nhóm 3 có lời giải sai (xem hình 8, trang bên) lên trình bày bài làm của nhóm mình.

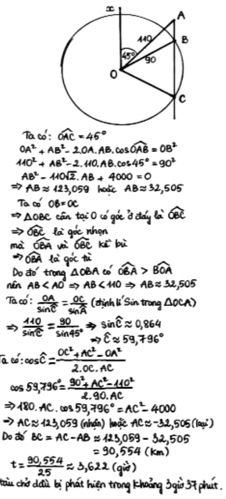


Hình 6. Bài làm của nhóm 4

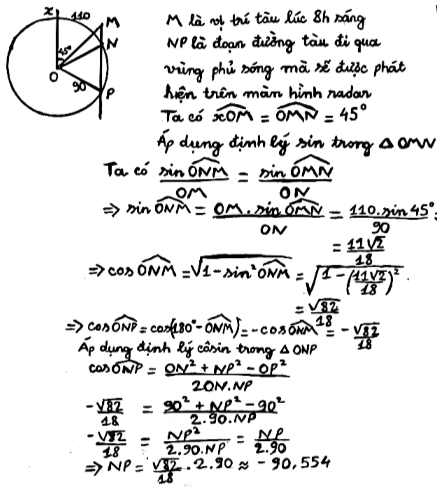
Chiến lược 1: Sử dụng định lí Pythagoras. Ở chiến lược này, các nhóm đã biết dựng thêm một chân đường vuông góc từ điểm O xuống cạnh BC, từ đó tạo ra được các tam giác vuông. Nhóm 4 sử dụng công thức lượng giác trong tam giác vuông để tìm cạnh OH. Sau đó, áp dụng định lí Pythagore trong tam giác vuông OBH để tính độ dài cạnh BH và độ dài cạnh BC. Nhóm 4 giữ nguyên kết quả của độ dài cạnh BC ở dạng có chứa căn bậc hai để tính thời gian cần tìm. Đây là nhóm có bài làm tương đối ngắn gọn, trình bày rõ ràng và đầy đủ nhất. Chiến lược 2: Sử dụng định lí Sin và Côsin. Ở cách làm của nhóm 10 (xem hình 7, trang bên), tuy vẫn nhận ra góc $\widehat{OAC}$ là 45^0 nhưng còn thiếu lập luận Ox song song với AB để có $\widehat{OAB} = \widehat{xOA}$. Tiếp đó, áp dụng định lí Côsin cho tam giác OAB thu được 02 kết quả về độ dài cạnh AB, nhóm có lập luận khá logic để chọn ra độ dài cạnh AB phù hợp; áp dụng định lí Sin và Côsin trong tam giác OCA để tính được số đo góc C, độ dài cạnh AC và BC. Cuối cùng, nhóm tính được thời gian di chuyển trên quãng đường BC bằng cách chia độ dài của BC cho vận tốc của con tàu. Nhóm 10 đưa ra kết quả chính xác cho bài toán, tuy nhiên vẫn còn một số lỗi trình bày khi chưa nêu rõ tên gọi các vị trí, giải thích cách áp dụng định lí Côsin nên GV yêu cầu HS chỉnh sửa thêm. Nhóm 3 (xem hình 8, trang bên) sử dụng định lí Sin trong tam giác ONM để tìm sin $\widehat{ONM}$, từ đó suy ra cos $\widehat{ONP}$. Tuy nhiên, nhóm 3 không nhận ra rằng $\widehat{ONM}$ là góc tù nên cos $\widehat{ONM}$ phải mang giá trị âm, nên các em vẫn lấy giá trị dương. Từ lỗi sai này dẫn đến kết quả độ dài cạnh NP nhỏ hơn 0. Do đó, GV yêu cầu nhóm 3 kiểm tra lại lời giải.

Bước 4. Diễn giải ý nghĩa nghiệm của bài toán toán học. GV yêu cầu HS giải thích các giá trị số $10\sqrt{82}$ (hay 90,554) và t = 3,622h có ý nghĩa như thế nào trong thực tiễn. Kết quả là cả 10/10 nhóm đều nêu được $10\sqrt{82}$ km hay 90,554km là độ dài quãng đường mà tàu được hiển thị trên màn hình radar; con số t = 3,622h tương ứng với 3 giờ 37 phút, là thời gian tàu chở dầu đi hết quãng đường đó, hay chính là thời gian tàu chở dầu hiển thị trên màn hình radar.

Bước 5. Đánh giá kết quả và trình bày giải pháp. GV yêu cầu các nhóm xét kết quả tìm được là 3 giờ 37 phút có thỏa mãn các điều kiện của bài toán toán học và phù hợp với thực tiễn hay không. Sau đó, GV gọi đại diện hai nhóm trả lời và nhận xét (nhóm 4 và nhóm 2). Đại diện nhóm 4 phát biểu rằng thời gian 3 giờ 37 phút là hợp lí để tàu di chuyển được đoạn đường dài xấp xỉ 91km; đoạn đường BC cùng với 2 bán kính OB, OC tạo thành tam giác OBC có độ dài 3 cạnh thỏa mãn bất đẳng thức tam giác (có tổng hai cạnh lớn hơn cạnh thứ ba và hiệu hai cạnh nhỏ hơn cạnh thứ ba). Đại diện nhóm 2 cũng cho biết kết quả BC nhận được là số dương không vượt quá đường kính hoạt động của vòng tròn quét sóng radar (90,2 = 180km) nên kết quả là hợp lí. Sau cùng, GV yêu cầu HS trả lời kết quả cho bài toán thực tiễn ban đầu. Tất cả các nhóm dễ dàng kết luận được rằng, tàu bị phát hiện trên màn hình radar trong khoảng 3 giờ 37 phút.



Hình 7. Bài làm của nhóm 10



Hình 8. Bài làm của nhóm 3

Thực hiện đầy đủ 5 bước nêu trên, HS có cơ hội phát triển đầy đủ các biểu hiện của năng lực MHHTH. Bước 1 yêu cầu HS đọc hiểu vấn đề và câu hỏi, hình dung được ngữ cảnh, xác định được các dữ kiện của bài toán. Chỉ khi thực hiện được điều này, HS mới bước đầu hiểu được vấn đề đang xem xét, từ đó chọn lọc được các thông tin, dữ kiện cần thiết, tạo tiền đề để thiết lập MHTH ở bước 2. Do vậy, thông qua bước 1 hỗ trợ HS phát triển biểu hiện 1 của năng lực MHHTH. Ở bước 2, HS có thể thiết lập mô hình các tam giác với yếu tố về cạnh đã biết, liên hệ kiến thức về giải tam giác để giải quyết vấn đề; từ đó các em có nhiều cơ hội phát triển cao hơn biểu hiện 1 của năng lực MHHTH. Đến bước 3, HS thực hiện giải một bài toán toán học thông thường. Bằng cách áp dụng linh hoạt các công thức về hệ thức lượng đã học, xác định yếu tố cần tìm trong tam giác để thu được kết quả. Tuy không phải là bài toán quá khó nhưng bài toán toán học được thiết lập ở bước 2 đòi hỏi HS cần trải qua việc tìm một số yếu tố trung gian mới. Đây là bước tạo cơ hội cho HS nâng cao biểu hiện 2 của năng lực MHHTH. Ở bước 4 và 5, HS chuyển đổi kết quả bài toán trong bối cảnh thực tiễn, xem xét kết quả tìm được có phù hợp hay không. Từ đó, HS có cơ hội rèn luyện và phát triển biểu hiện 3 của năng lực MHHTH.

3. Kết luận

Hoạt động MHHTH ở trường THPT đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu về mặt lí thuyết lẫn thực tiễn. Các kết quả nghiên cứu cho thấy, dạy học môn Toán thông qua quy trình MHHTH đã tạo một môi trường thích hợp cho HS có cơ hội khám phá tri thức toán học và ứng dụng của các tri thức ấy vào giải quyết các vấn đề thực tiễn. Thông qua việc áp dụng quy trình MHHTH được đề xuất trong bài báo vào thực nghiệm dạy học giải các bài toán gắn với chủ đề "Giải tam giác" cho HS lớp 10 ở Trường Trung học Thực hành Sài Gòn, Quận 5, TP. Hồ Chí Minh, HS có nhiều cơ hội phát triển được đầy đủ các biểu hiện của năng lực MHHTH. Kết quả phân tích trong mỗi bước của quy trình MHHTH cho thấy, HS có khả năng phân tích và chọn lọc các dữ liệu cần thiết; vận dụng kiến thức toán học cũng như liên hệ với kiến thức của các môn học khác để xây dựng các MHTH, bao gồm: đường tròn, tam giác; giải được bài toán toán học đặt ra và đánh giá kết quả thu được. Trong quá trình giải bài toán, HS có cơ hội rèn luyện tư duy phân tích, làm việc nhóm, trao đổi, học hỏi lẫn nhau về các chiến lược giải bài toán. Điều này giúp giờ học trở nên sinh động, tạo động lực và hứng thú học tập cho HS, các em nhận thức được mối liên hệ hai chiều giữa toán học và thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

Bender, E. A. (1978). *An introduction to mathematical modeling*. John Wiley and Sons.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 01*(1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H-W., & Niss, M. (eds) (2007). Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. New ICMI Study Series Volume 10. *ZDM*, *40*(2), 337-340. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0070-z

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Bùi Anh Kiệt, Trần Văn Quân (2024). Vận dụng quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học nội dung “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *24*(7), 1-5.

Cao Thị Hà, Nguyễn Xuân Dung (2023). Phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học Hàm số ở lớp 10 trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, *19*(03), 21-27.

Dương Hữu Tòng, Nguyễn Phú Lộc, Bùi Phương Uyên, Lê Thị Giang (2019). Developing the competency of mathematical modelling: a case study of teaching the cosine and sine theorems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, *11*, 18-37.

Edwards, D., & Hamson, M. (2001). *Guide to mathematical modelling*. Basingstoke: Palgrave.

Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling at schools - How to promote modelling competencies. In C. P. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.

Knill, G., Canton, B. J., Ferneyhough, F., Ferneyhough, L., Hamilton, O. M. G., Lim, L., Rodger, J., & Webb, M. (2001). *Mathematics 11*. McGraw - Hill Ryerson, p. 310.

Lee, Z. (2022). Mathematical Model and its Classifications. *Research & Reviews: Journal of Statistics and Mathematical Sciences*, *8*(3), 9-10.

Lesh, R., Doerr, H. M., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 211-233. https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000

Lê Hồng Quang (2020). *Bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học Đại số*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên.

Maab, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 113-142.

Niss, M. (2004). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagtsis & Papastavridis (eds): *3rd Mediterranean Conference on mathematical education, 3-5 January 2003, Athens, Greece* (pp. 115-124). Athens: The Hellenic mathematical society, 2003.

Nguyễn Danh Nam (2020). Một số vấn đề về Giáo dục toán học gắn với thực tiễn. *Tạp chí Giáo dục*, *487*, 15-21.

Nguyễn Ngọc Giang, Phạm Huyền Trang, Lê Hùng Cường, Nguyễn Thụy Phương Trâm (2024). Tổ chức dạy học giải các bài toán thực tiễn chủ đề “Đường tròn và ba đường conic” (Toán 10) nhằm phát triển năng lực mô hình hoá toán học cho học sinh. *Tạp chí Giáo dục*, *23*(số đặc biệt 9), 5-9.

Nguyễn Thị Mỹ Hằng, Nguyễn Thị Thắm, Nguyễn Thị Phương Thảo (2024). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *24*(9), 25-29.

Verschaffel, L., Greer, B., & Corte, E. D. (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. In Gravemeijer, K., Lehrer, R., Van Oers, B., Verschaffel, L. (eds). *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-3194-2_16

Wess, R., Klock, H., Siller, H.S., & Greefrath, G. (2021). Mathematical Modelling. In book: *Measuring Professional Competence for the Teaching of Mathematical Modelling* (pp. 91-93). International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. https://doi.org/10.1007/978-3-030-78071-5_1