

# THIẾT KẾ TÌNH HUỐNG DẠY HỌC KHÁI NIỆM “HYPERBOL” (TOÁN 10) NHẪM BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH

Nguyễn Hoàng Tính<sup>1,4</sup>,  
Phạm Sỹ Nam<sup>2</sup>,  
Trần Văn Trung<sup>3,+</sup>

<sup>1</sup>Học viên Cao học PPTOAN-A2K11, Trường Đại học Đồng Tháp;  
<sup>2</sup>Trường Đại học Sài Gòn; <sup>3</sup>Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, tỉnh Ninh Thuận;  
<sup>4</sup>Trường THPT Bình Phục Nhứt, huyện Chợ Gạo, tỉnh Tiền Giang  
+ Tác giả liên hệ • Email: tranvantrung386@gmail.com

## Article history

Received: 04/10/2024

Accepted: 15/11/2024

Published: 05/02/2025

## Keywords

Design, mathematical modeling, conceptual teaching situations, math 10

## ABSTRACT

According to the 2018 general education Curriculum for Mathematics, mathematical modeling capacity is one of students' core mathematical competencies. To foster this student competency, teachers need to design and organize appropriate teaching situations. This study presents the manifestations of students' mathematical modeling competency in learning the topic "Hyperbol" (Math 10); proposes a process for designing teaching situations to foster students' mathematical modeling competency and illustrates this process through the design of teaching situations for the concept of "Hyperbol" (Math 10). To assess students' mathematical modeling competency, an assessment rubric is designed with specific criteria. Designing and organizing teaching situations in the direction of fostering students' mathematical modeling competency helps them improve their ability to solve mathematical real-life problems.

## 1. Mở đầu

Năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) là một trong năm thành phần của năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS trong dạy học môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Vì vậy, việc bồi dưỡng năng lực MHHTH không chỉ đáp ứng yêu cầu cần đạt của chương trình, mục tiêu đổi mới giáo dục hiện nay mà còn góp phần giúp HS giải quyết các bài toán liên quan đến thực tiễn được thuận lợi. Năng lực MHHTH đã được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm, chẳng hạn: Nguyễn Thị Mỹ Hằng và cộng sự (2024) đã đề xuất ba biện pháp phát triển năng lực MHHTH cho HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). Nguyễn Thị Nga và Trần Ngọc Thanh Trúc (2022) đề cập việc đánh giá năng lực MHHTH của HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” ở lớp 10, đồng thời đề xuất một thang tiêu chí đánh giá chi tiết năng lực MHHTH gắn với chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”; Cao Thị Hà và Vi Tiến Dũng (2024) đã đề cập vấn đề thực tiễn trong dạy học MHHTH ở trường phổ thông, cách phân loại các vấn đề thực tiễn trong MHHTH và xây dựng vấn đề thực tiễn từ bài toán toán học,... Nhìn chung, các nghiên cứu trên tập trung vào đề xuất biện pháp phát triển năng lực MHHTH, thiết lập vấn đề thực tiễn từ bài toán toán học, các nghiên cứu về thiết kế tình huống dạy học nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS vẫn còn những khoảng trống.

Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, Hypebol là nội dung có nhiều kết nối với các tình huống thực tiễn, giúp HS hiểu thêm về mô hình toán học trong cuộc sống; đặc biệt, với quan điểm chú trọng gắn liền toán học với thực tiễn, là cơ hội tốt để bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu định tính thông qua xây dựng quy trình thiết kế tình huống dạy học nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS; tiếp đó minh họa quy trình này trong thiết kế tình huống dạy học khái niệm “Hypebol” (Toán 10). Một rubric đánh giá năng lực MHHTH được xây dựng để đánh giá năng lực MHHTH của HS trong quá trình học tập khái niệm “Hyperbol” theo các biểu hiện năng lực MHHTH.

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Một số khái niệm

#### 2.1.1. Mô hình hóa toán học

Theo Voskoglou (2006), MHHTH là sự thực hiện thành công trong việc chuyển tình huống của thế giới thực thành một vấn đề toán học thông qua mô hình toán học; hiểu theo cách khác, MHHTH là một biểu diễn đơn giản các đặc điểm cơ bản của tình huống thực tiễn thông qua việc sử dụng một tập hợp phù hợp với các biểu tượng, mối quan hệ toán học. Theo Barreto (2010), MHHTH là một mô hình trừu tượng, sử dụng ngôn ngữ toán học (các đồ thị, phương trình, hệ phương trình, hàm số, các kí hiệu toán học,...) để biểu diễn và mô tả đặc điểm của một sự vật, hiện tượng hay đối tượng

thực được nghiên cứu. Từ các quan điểm trên, có thể hiểu “MHHTH” là việc sử dụng toán học để trình bày, nghiên cứu một vấn đề trong thực tiễn; là quá trình chuyển đổi từ thực tiễn sang toán học bằng các ngôn ngữ toán học như biến số, tham số, kí hiệu,... Như vậy, MHHTH giúp HS thấy được tính ứng dụng của kiến thức toán học thay vì chỉ học các công thức và định lí trừu tượng; các em có cơ hội vận dụng toán học vào các lĩnh vực như kinh tế, khoa học hay xã hội,...

### 2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Theo Maab (2006), “năng lực MHHTH” bao gồm các kĩ năng và khả năng thực hiện quá trình MHHTH nhằm đạt mục tiêu xác định. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH được cho là sự sẵn sàng của một ai đó để thực hiện tất cả các phần của quy trình MHHTH trong một tình huống nhất định.

Mặc dù có nhiều định nghĩa khác nhau về năng lực MHHTH, nhưng có thể thấy các tác giả đã coi năng lực MHHTH như là khả năng vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn, là khả năng áp dụng những hiểu biết toán học để chuyển một tình huống thực tiễn về dạng toán học. Năng lực MHHTH giúp HS xây dựng, phân tích và giải các bài toán thực tiễn bằng cách tạo ra mô hình toán học phản ánh các hiện tượng phức tạp. Trong dạy học môn Toán, năng lực này đóng vai trò quan trọng, không chỉ giúp HS phát triển tư duy logic mà còn giải quyết các vấn đề của thực tiễn, hiểu rõ hơn những ứng dụng của kiến thức toán học vào cuộc sống.

### 2.1.3. Tình huống dạy học

Tình huống dạy học là tình huống mà vai trò của GV được thể hiện tường minh với mục tiêu để HS học tập một tri thức nào đó (Nguyễn Bá Kim và Bùi Huy Ngọc, 2010). Trong dạy học, việc thiết kế tình huống dạy học đóng vai trò quan trọng. Tình huống dạy học giúp HS hiểu rõ mục tiêu học tập và áp dụng kiến thức một cách linh hoạt. Nếu tình huống dạy học có liên quan đến thực tiễn thì sẽ tạo điều kiện cho HS phát triển năng lực MHHTH thông qua việc chuyển đổi tình huống thực tiễn sang mô hình toán học.

## 2.2. Quy trình thiết kế tình huống dạy học nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Căn cứ vào quan điểm về tình huống dạy học của Đỗ Đức Thái và cộng sự (2019), chúng tôi đề xuất quy trình thiết kế tình huống dạy học nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH như sau:

*Bước 1: Xác định mục tiêu của tình huống dạy học đưa ra.* Để xác định mục tiêu về kiến thức, phẩm chất, năng lực cho HS, GV cần nghiên cứu về nội dung kiến thức sẽ học để thiết kế tình huống dạy học phù hợp.

*Bước 2: Xác định vốn kiến thức đã có của HS.* GV cần xác định các kiến thức mà HS đã có để đảm bảo cho các em vận dụng được kiến thức đó vào giải quyết tình huống đặt ra nhằm lĩnh hội kiến thức mới.

*Bước 3: Thiết kế hoạt động dạy học.* Trong phần này, chúng tôi tiến hành thiết kế 4 hoạt động gồm:

*Hoạt động 1: Trải nghiệm.* GV đề xuất bài toán thực tiễn để HS được trải nghiệm bằng cách huy động kiến thức và kinh nghiệm thực tiễn để suy nghĩ, biến đổi đối tượng, tìm ra hướng giải quyết vấn đề. Hoạt động trải nghiệm giúp HS có hứng thú trong học tập, khám phá, tìm hiểu kiến thức mới.

*Hoạt động 2: Hình thành kiến thức mới.* Từ hoạt động trải nghiệm, GV đặt câu hỏi phù hợp để HS phát hiện ra kiến thức mới. Sau đó, GV chuẩn hóa lại kiến thức cho HS để rút ra bài học.

*Hoạt động 3: Củng cố kiến thức mới.* GV thiết kế các dạng bài tập phù hợp cho HS sử dụng kiến thức vừa học và kiến thức đã có để giải quyết vấn đề. Hoạt động này giúp HS củng cố kiến thức vừa học và huy động, liên kết với kiến thức đã có để thực hiện giải quyết vấn đề.

*Hoạt động 4: Vận dụng kiến thức vừa học vào thực tiễn.* Mục đích của hoạt động này là giúp HS huy động những kiến thức, kĩ năng vừa học và kiến thức, kĩ năng đã có để giải quyết vấn đề thực tiễn một cách sáng tạo. GV có thể giao các bài tập lớn, dự án học tập cho HS thực hiện theo nhóm hoặc cá nhân.

## 2.3. Minh họa thiết kế tình huống dạy học khái niệm “Hypebol” (Toán 10) nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

*Bước 1: Xác định mục tiêu của tình huống dạy học khái niệm “Hypebol”.*

*Về kiến thức:* Nhận biết được hình dạng của hypebol; xác định được điều kiện để một điểm thuộc hypebol; vận dụng khái niệm hypebol vào giải quyết bài toán thực tiễn.

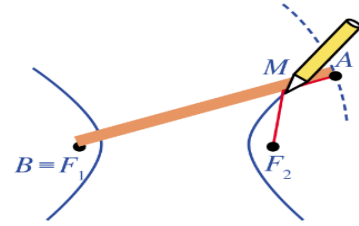
*Về năng lực:* Bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS: (1) Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong các bài toán thực tiễn có liên quan đến hypebol; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Lí giải được tính đúng đắn của lời giải. Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh yêu cầu thực tiễn để đưa đến bài toán giải được.

*Về phát triển phẩm chất:* - Chăm chỉ: Tích cực xây dựng bài, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV; - Trách nhiệm: Chủ động phát hiện, chiếm lĩnh tri thức mới, có ý thức hoàn thành nhiệm vụ được giao và chịu trách nhiệm với việc làm của mình.

*Bước 2: Xác định vốn kiến thức đã có của HS:* Kiến thức về hệ thức lượng trong tam giác vuông, độ dài đoạn thẳng, công thức giá trị tuyệt đối.

*Bước 3: Thiết kế hoạt động dạy học.*

*Hoạt động 1: Trải nghiệm.* GV hướng dẫn HS chuẩn bị 01 tấm bìa cứng, 01 thước thẳng, 01 sợi dây không đàn hồi, 02 chiếc đinh và tổ chức cho HS thực hành vẽ theo các bước sau: (1) Trên tấm bìa đánh dấu 2 điểm  $F_1$  và  $F_2$ ; (2) Lấy một cây thước thẳng với mép thước AB có chiều dài  $d$  và đoạn dây không đàn hồi có chiều dài  $l$  sao cho  $d - l = 2a$  nhỏ hơn độ dài đoạn  $F_1F_2$ ; (3) Đinh một đầu dây vào đầu A của thước, dùng đinh ghim đầu dây còn lại vào điểm  $F_2$ , đặt thước sao cho đầu B của thước trùng với  $F_1$  và đoạn BA có thể quay quanh  $F_1$ ; (4) Tựa đầu bút chì M vào đoạn dây, di chuyển M trên tấm bìa và giữ sao cho dây luôn căng, đoạn AM áp sát vào thước, khi đó M sẽ tạo ra trên tấm bìa một đường (sau này ta gọi là nhánh hypebol (H)) (xem hình 1).



Hình 1 (Nguồn Đỗ Đức Thái và cộng sự, 2022, tr 96)

GV đặt câu hỏi: *Khi đầu bút chì di chuyển thì hiệu số khoảng cách từ đầu bút chì đến 2 chiếc đinh có thay đổi hay không?*

Cơ hội bồi dưỡng năng lực MHHTH của HS thông qua trả lời câu hỏi của GV được thể hiện ở các thao tác: (1) Thiết lập được công thức  $MF_1 - MF_2 = d - l = 2a$  để mô tả hiệu số từ đầu bút chì đến  $F_1$  và khoảng cách từ đầu bút chì đến  $F_2$ ; (2) Giải thích được rằng:  $MF_1 - MF_2 = (d - AM) - MF_2 = d - (AM + MF_2) = d - l = 2a$ , do  $d$  và  $l$  không đổi nên  $MF_1 - MF_2$  không thay đổi; (3) Lí giải được rằng: Do  $MF_1 - MF_2$  không thay đổi nên hiệu số khoảng cách từ đầu bút chì đến 2 chiếc đinh là không thay đổi.

*Hoạt động 2: Hình thành khái niệm hypebol.*

GV đặt câu hỏi: *Khi M thay đổi, hãy tính  $|MF_1 - MF_2|$ ?*

Cơ hội bồi dưỡng năng lực MHHTH của HS thông qua trả lời câu trả lời của GV được thể hiện với các thao tác: (1) Thiết lập được công thức  $|MF_1 - MF_2| = 2a$  để mô tả hiệu số khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của hypebol; (2) Giải thích được rằng: M thuộc 2 nhánh của hypebol khi  $MF_1 - MF_2 = 2a$ , hoặc  $MF_1 - MF_2 = -2a$ . Vậy điều kiện để M thuộc đường hypebol là  $|MF_1 - MF_2| = 2a$ ; (3) Lí giải được rằng: Điểm M thuộc hypebol khi giá trị tuyệt đối của hiệu số khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của hypebol là một số không đổi.

Sau đó, GV giới thiệu khái niệm Hypebol cho HS: *Cho hai điểm  $F_1$  và  $F_2$  cố định có khoảng cách  $F_1F_2 = 2c$  ( $c > 0$ ), đường hypebol (còn gọi là hypebol) là tập hợp các điểm M sao cho  $|MF_1 - MF_2| = 2a$ , trong đó  $a$  là số dương cho trước nhỏ hơn  $c$ . Khi đó hai điểm  $F_1$  và  $F_2$  được gọi là 2 tiêu điểm của hypebol.*

*Hoạt động 3: Hoạt động củng cố kiến thức.* Để giúp HS củng cố kiến thức, GV đưa ra cho HS giải bài toán sau:

*Bài toán 1:* Cho hypebol (H) là tập hợp các điểm M sao cho  $|MF_1 - MF_2| = 2$  và  $F_1F_2 = 4$  (tiêu điểm của (H)).

a) Gọi A là điểm sao cho tam giác  $AF_1F_2$  vuông cân tại  $F_1$  và  $\tan AF_2F_1 = \frac{3}{4}$ , điểm A có thuộc (H) hay không?

b) Gọi B là điểm sao cho tam giác  $BF_1F_2$  đều, điểm B có thuộc (H) hay không?

Thông qua hoạt động giải bài toán, cơ hội bồi dưỡng năng lực MHHTH của HS thể hiện qua các thao tác sau:

a) Thiết lập được 2 công thức  $AF_1 = F_1F_2 \cdot \tan AF_2F_1$ ,  $AF_2 = \sqrt{AF_1^2 + F_1F_2^2}$  để mô tả khoảng cách từ điểm A đến  $F_1$  và  $F_2$ ; sau đó HS lí giải được rằng: Do tam giác  $AF_1F_2$  vuông tại  $F_1$  nên ta có  $AF_1 = F_1F_2 \cdot \tan AF_2F_1 = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3$  và  $AF_2 = \sqrt{AF_1^2 + F_1F_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ . Vì  $|AF_1 - AF_2| = |5 - 3| = 2 = |MF_1 - MF_2|$  nên suy ra A thuộc (H).

b) Thiết lập được công thức  $BF_1 = BF_2 = F_1F_2$  để mô tả khoảng cách từ điểm B đến  $F_1$  và  $F_2$ . HS giải thích được rằng: Do tam giác  $BF_1F_2$  đều nên ta có  $BF_1 = BF_2 = F_1F_2 = 2$ . Vì  $|BF_1 - BF_2| = 0 \neq 2$  nên suy ra B không thuộc (H).

*Hoạt động 4: Hoạt động vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn.* GV giao cho HS giải bài toán thực tiễn sau:

*Bài toán 2:* Tại vòng xoay trung tâm TP. Cao Lãnh, tỉnh Đồng Tháp, người ta thiết kế một trụ đèn chiếu sáng có hình dạng hypebol (H) như hình 2. Biết rằng (H) có 2 tiêu điểm  $F_1, F_2$  và nếu điểm M thuộc (H) thì  $|MF_1 - MF_2| = 2$ , lấy điểm A thuộc (H), biết rằng hai lần khoảng cách từ A đến  $F_1$  bằng ba lần khoảng cách từ A đến  $F_2$ . Tính khoảng cách từ A đến 2 tiêu điểm của (H).

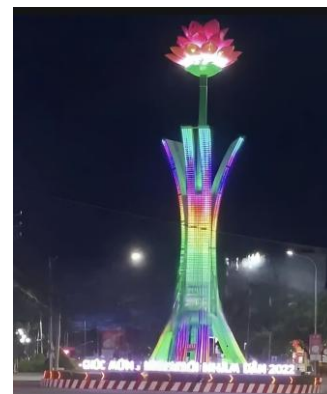
Thông qua giải bài toán, cơ hội bồi dưỡng năng lực MHHTH của HS thể hiện qua các thao tác sau: (1) Thiết lập được hình vẽ hypebol để mô tả tình huống đặt ra trong bài toán; (2) Thiết lập đoạn thẳng  $AF_1, AF_2$  mô tả khoảng cách từ A đến 2 tiêu điểm của (H); (3) Giải thích được rằng: A thuộc (H) nên  $|AF_1 - AF_2| = 2$

và theo đề bài  $AF_1 = \frac{3}{2}AF_2$ , từ đó tính được  $AF_1 = 6; AF_2 = 4$ .

Để đánh giá năng lực MHHTH của HS thông qua tình huống dạy học khái niệm “Hypebol” (Toán 10)”, chúng tôi thiết kế một bảng tiêu chí đánh giá sau đây (xem bảng 1):

*Bảng 1. Đánh giá năng lực MHHTH của HS*

Các hoạt động của HS	Biểu hiện của năng lực MHHTH	Nội dung đánh giá
Hoạt động trải nghiệm	Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn	- Thiết lập được hình vẽ hypebol để mô tả hình dạng của lọ hoa. - Thiết lập được công thức tính hiệu khoảng cách từ đầu bút chì đến 2 tiêu điểm của hypebol.
	Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán học đã thiết lập	- Tính được $MF_1 - MF_2$ trong trường hợp thước quay quanh điểm A. - Tính được $MF_2 - MF_1$ trong trường hợp thước quay quanh điểm B.
	Lí giải được tính đúng đắn của lời giải. Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn để đưa đến bài toán giải được	- Lí giải được rằng: Do $MF_1 - MF_2$ không thay đổi nên hiệu số khoảng cách từ đầu bút chì đến $F_1$ và khoảng cách từ đầu bút chì đến $F_2$ là không đổi. - Lí giải được rằng: Do $MF_2 - MF_1$ không thay đổi nên hiệu số khoảng cách từ đầu bút chì đến $F_2$ và khoảng cách từ đầu bút chì đến $F_1$ là không đổi.
Hoạt động hình thành kiến thức mới	Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn	- Thiết lập được công thức tính $MF_1 - MF_2$ để mô tả hiệu số khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của hypebol. - Thiết lập được công thức tính $MF_2 - MF_1$ để mô tả hiệu số khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của hypebol.
	Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán học	- Tính được hiệu số $MF_1 - MF_2$ và $MF_2 - MF_1$ . - Giải thích được giá trị $ MF_1 - MF_2 $ không đổi.
	Lí giải được tính đúng đắn của lời giải. Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều	



*Hình 2 (Nguồn: tác giả)*

	chỉnh những yêu cầu thực tiễn để đưa đến bài toán giải được	- Lí giải được: Giá trị tuyệt đối hiệu số khoảng cách từ một điểm thuộc hypebol đến 2 tiêu điểm luôn bằng $2a$ . - Lí giải được: Điều kiện để $M$ thuộc hypebol.
	Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán học	- Tính được giá trị $ AF_1 - AF_2 $ . - Tính được giá trị $ BF_1 - BF_2 $ .
	Lí giải được tính đúng đắn của lời giải. Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn để đưa đến bài toán giải được	- Lí giải được: $A$ thuộc hypebol. - Lí giải được: $B$ không thuộc hypebol.
Hoạt động vận dụng kiến thức vào thực tiễn	Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn	- Thiết lập được hình vẽ hypebol để mô tả bài toán. - Thiết lập đoạn thẳng $AF_1, AF_2$ để mô tả khoảng cách từ $A$ đến 2 tiêu điểm của $(H)$ .
	Giải quyết các vấn đề toán học trong mô hình toán học	- Tính được $AF_2$ . - Tính được $AF_1$ .

### 3. Kết luận

Để việc thiết kế tình huống dạy học theo hướng bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS mang lại hiệu quả, đòi hỏi GV cần nắm rõ từng biểu hiện, mức độ yêu cầu cần đạt của năng lực này ở từng giai đoạn nhận thức của HS. Trong bài báo này, chúng tôi đã nêu các biểu hiện năng lực MHHTH của HS khi học tập chủ đề “Hypebol”, thiết kế tình huống dạy học khái niệm “Hypebol” nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS và đưa ra một rubric để đánh giá năng lực MHHTH của HS khi thực hiện các hoạt động học tập. Việc thiết kế và tổ chức tình huống dạy học theo hướng bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS không chỉ giúp các em nâng cao hiệu quả học tập môn Toán mà còn thấy được vai trò quan trọng của toán học trong thực tiễn, từ đó hứng thú hơn trong học tập và biết vận dụng toán học vào cuộc sống.

### Tài liệu tham khảo

- Barreto, A. C. (2010). *Reference Center for Mathematical Modeling in Teaching*. Brazilian Precursors.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Cao Thị Hà, Vi Tiên Dũng (2024). Vấn đề thực tiễn trong dạy học mô hình hóa toán học ở trường phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 24(11), 20-25.
- Đỗ Đức Thái (chủ biên), Nguyễn Hoài Anh, Phạm Xuân Chung, Phùng Hồ Hải, Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam (2019). *Hướng dẫn dạy học môn Toán trung học phổ thông theo chương trình giáo dục phổ thông mới*. NXB Đại học Sư phạm.
- Đỗ Đức Thái (chủ biên), Phạm Xuân Chung, Nguyễn Sơn Hà, Nguyễn Thị Phương Loan, Phạm Sỹ Nam, Phạm Minh Phương, Phạm Hoàng Quân (2022). *Toán 10* (tập 2). NXB Đại học Sư phạm.
- Maab, K. (2006). What are modeling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Nguyễn Bá Kim (chủ biên), Bùi Huy Ngọc (2010). *Phương pháp dạy học đại cương môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Nguyễn Thị Mỹ Hằng, Nguyễn Thị Thắm, Nguyễn Thị Phương Thảo (2024). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, 24(9), 25-29.
- Nguyễn Thị Nga, Trần Ngọc Thanh Trúc (2022). Đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh: trường hợp chủ đề hệ thức lượng trong tam giác ở lớp 10. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 19(5), 817-831.
- Voskoglou, M. G. (2006). The use of mathematical modelling as a tool for learning mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 16, 53-60.