VJE Tạp chí Giáo dục (2025), 25(5), 24-29 ISSN: 2354-0753

BỒI DƯỠNG TƯ DUY ĐẠI SỐ TRONG DẠY HỌC BÀI TOÁN THỰC TIỄN CHỦ ĐỀ “HÀM SỐ $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN” (TOÁN 9)

Nguyễn Ngọc Giang[1,+], Nguyễn Ái Quốc[2], Phạm Huyền Trang[3], Huỳnh Thị Tuyết Mai[4]

[1]Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh;
[2]Trường Đại học Sài Gòn; [3]Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2;
[4]Trường THCS Nguyễn Văn Nghi, quận Gò Vấp, Thành phố Hồ Chí Minh
+ Tác giả liên hệ ● Email: giangnn@hub.edu.vn

Article History
Received: 04/01/2025
Accepted: 21/02/2025
Published: 05/3/2025

Keywords
Fostering, real mathematical problems, process, algebraic thinking, illustration

ABSTRACT
Algebraic thinking is constituted from generalizations or the representation of generalizations, as well as activities guided by symbols within the standardized symbol systems. This type of thinking involves studying structures and systems abstracted from calculations and relationships, exploring functions, relations, and related variations, as well as utilizing a set of modeling languages (both within and beyond mathematics). The goal of this paper is to discuss algebraic thinking in teaching practical problems on the topic of the function $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ and quadratic equations with one variable, aiming to improve learning outcomes in these topics. The study employs theoretical research methods to fulfil the objectives. The new contribution of the article is the identification of algebraic thinking components, a proposed teaching process and methods for organizing instruction to promote algebraic thinking when teaching practical problems related to the function $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ and quadratic equations with one variable. This paper serves as a valuable reference for educational researchers as well as teachers seeking to foster teaching effectiveness.

1. Mở đầu

Từ thời Al-Khowarizmi và các nhà toán học Ả Rập vào thế kỉ thứ IX, đại số đã được coi là khoa học về việc giải phương trình. Mười một thế kỉ sau, quan điểm này cũng không thay đổi đáng kể (Kieran, 2004). Tư duy đại số (TDĐS) không những khác biệt với hiểu biết đại số mà TDĐS còn mang hàm ý nghĩa tổng quát và rộng hơn hiểu biết đại số (Nguyễn Hữu Nhanh Tiến và Nguyễn Thị Duyến, 2019). Khi xem xét các khó khăn mà HS gặp phải trong việc học đại số, ngoài các lí thuyết tổng quát về phát triển trí tuệ vốn quá chung chung và ít mang lại cái nhìn sâu sắc về bản chất hoạt động toán học, thì TDĐS vẫn chưa có đặc điểm rõ ràng nào được xác định và tạo sự đồng thuận tuyệt đối (Hodgen et al., 2018; Lins & Bell, 1992). Hệ quả là, các nghiên cứu về việc học và sử dụng đại số thiếu định hướng rõ ràng, không tạo ra được những kết quả hoặc hiểu biết sâu sắc và thống nhất (Lins & Bell, 1992).

Trên thế giới đã có nhiều công trình nghiên cứu về TDĐS. Sibgatullin và cộng sự (2022) cho rằng, có mối quan hệ giữa TDĐS, kiến thức của GV, mối quan hệ và sự hiểu biết cũng như phương pháp đo lường, đánh giá. Bài báo hội thảo xác nhận ba thành tố liên quan mật thiết trong TDĐS đó chính là tính bất định (đặc trưng của các đối tượng đại số cơ bản như ẩn số, biến số và tham số); các đối tượng bất định được xử lí bằng sự phân tích và cuối cùng là biểu diễn các đối tượng đại số bằng các kí hiệu (Leder, 2006). Radford (2010) đề cập đến hình thức và tính tổng quát của TDĐS được đặc trưng bởi vấn đề toán học đang được giải quyết. Các nguồn lực kết hợp với kí hiệu và những yếu tố liên quan khác được huy động để xử lí vấn đề toán học này theo lối phân tích. Theo Zazkis và Liljedahl (2002) đề cập đến các cách thức trình bày tổng quát hóa cũng như các biểu tượng hóa của các tổng quát đó. Radford (2000) dựa vào tâm lí học Vygotsky, Bakhtin, Voloshinov để tìm hiểu về cách HS sử dụng các kí hiệu cũng như ý nghĩa làm quen với các kí hiệu tổng quát lần đầu của HS. Ở Việt nam chỉ có một công trình bàn về TDĐS, Nguyễn Hữu Nhanh Tiến và Nguyễn Thị Duyến (2019) đưa ra 3 mức đánh giá các bước quan sát TDĐS bao gồm mức 1 (không có minh chứng), mức 2 (chưa đủ minh chứng) và mức 3 (đầy đủ minh chứng). Ngoài ra, nghiên cứu còn tìm hiểu những thuận lợi và khó khăn của GV tương lai trong việc quan sát TDĐS của HS cũng như đưa ra những kiến nghị về mặt đổi mới phương pháp dạy học toán ở trường sư phạm.

Bài toán thực tiễn chủ đề "Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn" là nội dung không những giúp HS thiết lập được bảng giá trị, vẽ được đồ thị cũng như giải quyết được một số vấn đề thực tế gắn với đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ (Trần Nam Dũng và cộng sự, 2024) mà còn là nội dung ngầm ẩn tạo điều kiện cho việc bồi dưỡng TDĐS. HS thông qua các đại lượng cũng như sự phụ thuộc của các đại lượng này để rút ra được bản chất TDĐS trong bài toán. Dạy học bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn thuộc chủ đề trên là một hoạt động cần được chú trọng nghiên cứu, đặc biệt trong giai đoạn hiện nay. Tuy nhiên, nghiên cứu về bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề "Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn" cho HS còn là khoảng trống khoa học mà chưa được khai thác sâu. Vì vậy, bài báo của chúng tôi sẽ tập trung nghiên cứu vào khoảng trống khoa học đó. Phương pháp nghiên cứu được sử dụng trong bài viết là phương pháp nghiên cứu lí luận. Nội dung bài báo sẽ trình bày các phương pháp nghiên cứu và quan điểm của TDĐS, làm rõ sự khác biệt giữa TDĐS và đại số, đặc điểm, các loại hình, biểu hiện của TDĐS. Đồng thời bài báo sẽ đề xuất quy trình và cung cấp ví dụ minh họa về việc bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn thuộc chủ đề "Hàm số $\mathrm{y} = \mathrm{ax}^2$ $(\mathrm{a} \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn".

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Cơ sở lí luận

2.1.1. Quan điểm về tư duy đại số

TDĐS là một yếu tố quan trọng và cơ bản của tư duy và lập luận toán học. Theo Windsor (2010), TDĐS ban đầu liên quan đến việc nhận diện các mẫu và mối quan hệ toán học tổng quát giữa các con số, đối tượng và hình dạng hình học. Đây không chỉ là tư duy cần thiết để thực hiện các phép toán, mà còn để hiểu sâu hơn bản chất và ý nghĩa của các phép toán số học, thay vì chỉ thực hiện chúng như một công cụ (Kaput et al., 2008). Đặc biệt, TDĐS trở nên quan trọng mỗi khi một phép tính cần được lặp lại nhiều lần hoặc khi xuất hiện các biến đổi và sự thay đổi. Nếu đại số là sản phẩm văn hóa hay một kho tàng tri thức được tích hợp trong các hệ thống giáo dục trên toàn thế giới thì TDĐS chính là một hoạt động tư duy của con người gắn liền với sự xuất hiện và phát triển của đại số (Hodgen et al., 2018). TDĐS là một kĩ năng quan trọng trong giáo dục toán học, bao gồm nhận dạng quy luật, khái quát hóa, xử lí kí hiệu và giải quyết vấn đề (Odondi & Aje, 2025). TDĐS được hiểu là quá trình tổng quát hóa các quy trình toán học liên quan đến các ẩn số, hay nói cách khác, đó là sự chuyển đổi từ ngữ cảnh toán học cụ thể sang cấu trúc toán học trừu tượng. Sự phát triển của TDĐS trong dạy học yêu cầu GV phải nhận thức rõ khả năng của HS khi giải quyết các vấn đề toán học. TDĐS bao gồm các lập luận toán học, kĩ năng nắm bắt và sử dụng các kí hiệu, khả năng tổng quát hóa nhận thức hay biểu tượng hóa. Đây là cách suy nghĩ giúp HS trong nhiều lĩnh vực khác nhau chứ không riêng gì lĩnh vực đại số. Tuy nhiên, nhiều HS gặp khó khăn trong việc nắm bắt những khái niệm cơ bản của toán học và giải mã ý nghĩa của các kí hiệu mới mà họ gặp phải (Sibgatullin et al., 2022). Theo Radford (2000), điều cốt lõi nhất của TDĐS không phải là làm việc trên các kí hiệu hình thức mà chính là ý tưởng khái quát hóa từ những trường hợp cụ thể. Các kí hiệu và biểu thức không làm nên TDĐS mà bản chất chính là khả năng trừu tượng hóa và khái quát hóa từ các kết quả và trường hợp cụ thể (Nguyễn Hữu Nhanh Tiến và Nguyễn Thị Duyến, 2019).

Theo quan niệm của chúng tôi, TDĐS là khả năng tư duy về việc xử lí các biến, ẩn, tham số, các phép toán, đồng thời sử dụng thành thạo các kí hiệu toán học. TDĐS bao gồm năng lực tổng quát hóa, trừu tượng hóa các đối tượng và giải quyết vấn đề một cách cụ thể góp phần vào việc phát triển tư duy logic và kĩ năng toán học toàn diện.

2.1.2. Sự khác biệt giữa tư duy đại số và đại số

"Tư duy" trong TDĐS nên được hiểu là như một đặc trưng biểu hiện của TDĐS gắn liền với việc tạo ra ý nghĩa nhất định trong khi đại số được coi là một nội dung cần được lĩnh hội. Tất nhiên, có thể hiểu "đại số" theo nhiều cách khác nhau và TDĐS chỉ là một số trong số đó. Mặc dù có rất nhiều cách hiểu khác nhau về đại số, TDĐS là một trong số đó, với tính chất phổ quát tương tự như tư duy tôn giáo hay tư duy chính trị. TDĐS không chỉ là kĩ năng toán học mà còn là cách thức tổ chức thế giới thông qua việc mô hình hóa các tình huống và thực hiện các thao tác trên các mô hình hóa đó theo một cách nhất định. TDĐS được hiểu là một ý định, tức là cách mà HS muốn làm việc ngay cả trong những trường hợp mà các khái niệm hay phương pháp cần thiết để thực hiện ý định đó không có sẵn hoặc không được phát triển. Cách tiếp cận này cho phép chúng ta hiểu được cơ chế phát triển của kiến thức đại số trong mọi hoàn cảnh hay bối cảnh văn hóa. Quan trọng hơn, TDĐS cần được phát triển trước khi HS có thể tiếp cận các kĩ thuật và kiến thức đại số. Đây là tiền đề quan trọng để HS hiểu sâu và vận dụng hiệu quả các nội dung đại số, góp phần phát triển tư duy toán học toàn diện.

2.1.3. Đặc điểm của tư duy đại số

TDĐS có nhiều đặc điểm khác nhau và đã được các nhà nghiên cứu tiếp cận. Radford (2008), Maudy và cộng sự (2018) đã đưa ra ba đặc điểm của TDĐS, đó là: (1) Người ta đối mặt với việc phải xử lí điều gì đó không chắc chắn theo các đối tượng cơ bản của đại số như ẩn số, biến số và tham số; (2) Các đối tượng cần phải được xử lí và phân tích; (3) Các kí hiệu đặc biệt dùng để chỉ định các đối tượng của TDĐS (việc sử dụng các kí hiệu nhất định để thiết kế đối tượng). Kriegler (2004) nhấn mạnh rằng có hai phần trong TDĐS, đó là sự phát triển các công cụ tư duy toán học và nghiên cứu các ý tưởng cơ bản của đại số. Bên cạnh đó, có thể đưa ra ba đặc điểm của TDĐS bao gồm: (1) Tư duy số học, có nghĩa là mô hình hóa bằng số; (2) Tư duy nội tại, có nghĩa là chỉ tham chiếu đến các phép toán và quan hệ đẳng thức, nói cách khác là các giải pháp trong phạm vi ngữ nghĩa của các số và các phép toán số học; (3) Tư duy phân tích, có nghĩa là những gì không xác định phải được đối xử như đã biết (Lins & Bell, 1992; Maudy et al., 2018).

Theo quan điểm của chúng tôi, TDĐS bao gồm các đặc điểm sau: (1) TDĐS liên quan đến việc xử lí các đối tượng không phải cụ thể, thường mang tính trừu tượng như ẩn số, biến số, tham số; (2) cần phải xây dựng mối quan hệ giữa các đối tượng cũng như phải đánh giá, xử lí, phân tích mối quan hệ này; (3) các kí hiệu toán học được sử dụng khi thiết lập mối quan hệ; (4) đối tượng sử dụng các phép toán, biểu thức, đẳng thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, mô hình toán học.

2.1.4. Các hình thái của tư duy đại số

Dựa trên nghiên cứu của Maudy và cộng sự (2018), Chu Cẩm Thơ (2018) chúng tôi đề xuất các hình thái của TDĐS như sau:

Tư duy đại số	Ý nghĩa
Khái quát hóa	Khái quát hóa là việc chuyển từ nghiên cứu một tập hợp đối tượng đã cho đến việc nghiên cứu một tập hợp lớn hơn bao gồm tập hợp ban đầu bằng cách nêu bật một số đặc điểm chung của các phần tử của tập hợp xuất phát
Trừu tượng hóa	Trừu tượng hóa là tách riêng trong tư duy một đặc tính, một quan hệ nào đó khỏi những đặc tính, quan hệ khác của sự vật để nhận thức một cách sâu sắc hơn
Tư duy phân tích	Tư duy phân tích là dùng trí óc chia cái toàn thể ra thành từng phần, hoặc tách ra từng thuộc tính hay khía cạnh riêng biệt nằm trong cái toàn thể đó,...
Tư duy động	Tư duy động là tư duy mà các biến và các đối tượng có thể thay đổi
Mô hình hóa	Mô hình hóa là quá trình biểu diễn các tình huống phức tạp bằng cách sử dụng các biểu thức toán học, để khảo sát các tình huống với mô hình và mô tả các mối quan hệ của một hoạt động. Việc biểu diễn này có thể sử dụng phương trình và giải phương trình
Tổ chức hóa	Tổ chức hóa cung cấp nhiều sự kết hợp tư duy để tìm ra tất cả các biến độc lập, điều này rất quan trọng trong các hoạt động giải quyết vấn đề khác nhau

2.1.5. Các biểu hiện (thành tố) của tư duy đại số

Dựa vào công trình Edtech Leaders Online (2007), chúng tôi đưa ra ba biểu hiện của TDĐS bao gồm:

- *Tư duy với đại lượng chưa biết:* Bên cạnh các thuật ngữ như "biến, "ẩn số" thì thuật ngữ "chưa biết" cũng là đối tượng cơ bản của TDĐS. Thuật ngữ "chưa biết" gắn liền với các động từ trong bài toán như "Tìm", "Xác định",… Khái niệm này luôn đi cùng với ý tưởng rằng "cái chưa biết" cuối cùng cũng sẽ trở thành "cái đã biết".

- *Thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu:* Biểu hiện thứ hai là phải thiết lập được mối quan hệ thông qua các ẩn số, biến số, bảng số, sơ đồ, hình vẽ hay bảng biểu. Quá trình thiết lập này nhằm tạo dựng và chỉ ra được mối liên hệ giữa các đối tượng cần tìm, các đối tượng đã biết trong TDĐS.

- *Tính trừu tượng hóa và khái quát hóa:* Nhiều bài toán, nhiều vấn đề đòi hỏi HS phải làm việc với các mô hình số cụ thể. Việc đề cập đến mô hình có đúng với số lớn hơn sẽ tiếp tục diễn ra và ngay sau đó là quá trình mở rộng. Trong toán học cần có những dự đoán mang tính tổng quát, giúp HS dự đoán kết quả, ngay cả khi dự đoán có thể đúng hoặc sai. Tuy nhiên, chính khả năng trừu tượng hóa và khái quát hóa là biểu hiện rõ rệt và cốt lõi của TDĐS.

2.2. Quy trình dạy học bồi dưỡng tư duy đại số trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề "Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn"

Trên cơ sở quy trình TDĐS của Nguyễn Hữu Nhanh Tiến và Nguyễn Thị Duyến (2019), chúng tôi đưa ra quy trình dạy học bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ gồm các bước sau:

Bước 1. Lựa chọn bài toán thực tiễn chủ đề hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ ngầm ẩn khả năng bồi dưỡng TDĐS

- GV lựa chọn bài toán thực thực tiễn trong cuộc sống ngầm ẩn trong đó tình huống cho phép bồi dưỡng TDĐS. Bài toán phải gồm các ẩn số, mối quan hệ giữa các đại lượng, các đối tượng phải có sự phân tích cũng như được biểu thị qua các kí hiệu toán học đúng bản chất của TDĐS.

Bước 2. Sắp xếp thông tin giữa các biến, giữa đại lượng phụ thuộc và đại lượng đã cho

- GV sắp xếp thông tin và HS biểu diễn biến giữa các đại lượng đã biết, mối quan hệ giữa các đại lượng với nhau.

Bước 3. Xác lập mối quan hệ giữa các biến

- Từ dữ kiện của bài rút ra điều kiện với các ẩn bằng cách sử dụng các bất đẳng thức hay các bất phương trình.

Bước 4. Hình thành phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

- Từ dữ kiện bài toán, rút ra phương trình bậc hai cần tìm.

Bước 5. Giải phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2$ $(a \neq 0)$

- Sử dụng máy tính cầm tay hay biệt thức delta để giải phương trình bậc hai một ẩn, rút ra nghiệm.

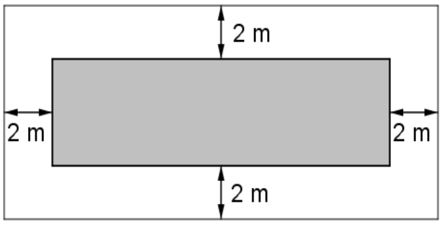
Bước 6. Phân tích các cấu trúc đại số, đánh giá, điều chỉnh rút ra kết luận của bài toán

- Đối chiếu nghiệm với điều kiện, rút ra lời giải đúng của bài toán. Nghiên cứu sâu bài toán bằng cách tìm bài toán đảo, khái quát hóa, tìm nhiều cách giải, sử dụng công cụ, phương tiện học toán trong giải và kiểm chứng bài toán.

2.3. Ví dụ minh họa bồi dưỡng tư duy đại số trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề "Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn"

Xuất phát từ yêu cầu cần đạt giải quyết được một số vấn đề thực tế gắn với đồ thị hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ chúng tôi đưa ra 2 ví dụ minh họa bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn như sau:

Bài toán 1. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280m. Người ta để một lối đi xung quanh vườn rộng 2m. Phần đất còn lại dùng để trồng rau có diện tích 4256 m^2 (hình vẽ). Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó.



- *Bước 1. Lựa chọn bài toán thực tiễn chủ đề hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ ngầm ẩn khả năng bồi dưỡng TDĐS* (Bước này thể hiện thành tố tư duy với đại lượng chưa biết của TDĐS).

GV đưa ra bài toán trên và yêu cầu HS theo dõi và tiếp thu bài toán

- *Bước 2. Sắp xếp thông tin giữa các biến, giữa đại lượng phụ thuộc và đại lượng đã cho* (Thể hiện cả ba thành tố của TDĐS là tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu; tính trừu tượng hóa và khái quát hóa)

Sắp xếp thông tin (Hoạt động của GV)	**Biểu diễn biến và mối quan hệ giữa các biến** (Hoạt động của HS)
Nửa chu vi hình chữ nhật là:	$280 : 2 = 140\ (m)$
Gọi chiều dài của hình chữ nhật là $x\ (m)$ và chiều rộng là $y\ (m)$ thì chiều rộng bằng nửa chu vi - chiều dài và bằng	$y = 140 - x\ (x)$
Vì $0 < x, y$ và $x + y = 140 < 2x$ nên	$x > 140 : 2 = 70\ (m)$
Vì $x + y = 140$ và $y > 0$ nên	$x < 140\ (m)$
Mỗi bên để $2m$ làm lối đi xung quanh nên chiều dài của mảnh đất trồng trọt là:	$x - 4\ (m)$
Chiều rộng của mảnh đất trồng trọt là:	$140 - x - 4 = 136 - x\ (m)$

- *Bước 3. Xác lập mối quan hệ giữa các biến*

GV: Biến chiều dài của mảnh đất trồng rau là $x - 4\ (m)$ và biến chiều rộng của mảnh đất trồng rau là $136 - x\ (m)$ có điều kiện đối với ẩn x là gì?

HS: $70 < x < 140$ (Bước này thể hiện thành tố thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ bảng biểu của TDĐS).

- *Bước 4. Hình thành phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2$ $(a \neq 0)$*

GV: Theo bài ra ta có phương trình bậc hai gì?

HS: $(x - 4)(136 - x) = 4256$. Hay $x^2 - 140x + 4800 = 0$.

Thể hiện thành tố tư duy thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS.

- *Bước 5. Giải phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2 (a \neq 0)$*

GV: Giải phương trình trên ta có nghiệm nào? HS: $x_1 = 60$ và $x_2 = 80$.

Bước này thể hiện cách thành tố tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS.

- *Bước 6. Phân tích các cấu trúc đại số, đánh giá, điều chỉnh rút ra kết luận và khai thác, phát triển bài toán*

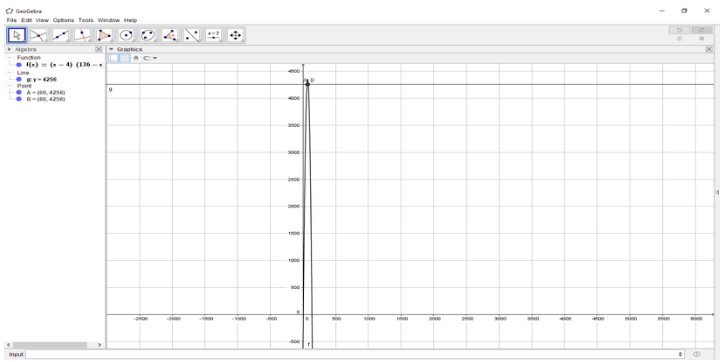
Hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
GV: Hãy đối chiếu điều kiện của x?	HS: Vì $70 < x < 140$ nên $x_1 = 60$ (loại).
GV: Hãy rút ra chiều dài và chiều rộng của khu vườn?	HS: Vậy chiều dài của khu vườn là 80 m và chiều rộng là 60 m.
GV: Ở bước 4, hãy sử dụng phần mềm GeoGebra tìm nghiệm của phương trình?	HS: Nhập hàm $f(x) = (x - 4)(136 - x)$ và $y = 4256$. Giao điểm của $f(x)$ và y là $A(60; 4256)$; $B(80; 4256)$.

Vì $70 < x < 140$ nên $x_1 = 60$ (loại).

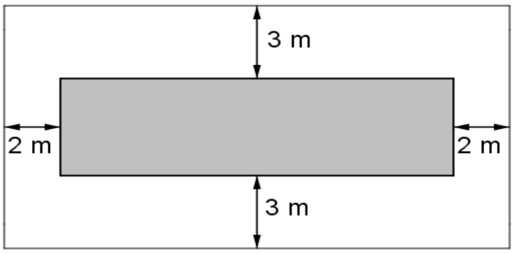
Vậy chiều dài của khu vườn là 80 m và chiều rộng là 60 m.

GV khai thác và phát triển bài toán. Quy trình bồi dưỡng TDĐS có tính lặp lại.

Bước này thể hiện các thành tố tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS.



Bài toán 2. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 280 m. Người ta để một lối đi xung quanh vườn rộng 2m. Phần đất còn lại dùng để trồng rau có diện tích 4104 m^2(hình vẽ). Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn đó.



- *Bước 1. Lựa chọn bài toán thực tiễn chủ đề hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ ngầm ẩn khả năng bồi dưỡng TDĐS* (Thể hiện thành tố tư duy với đại lượng chưa biết của TDĐS).

GV đưa ra bài toán tương tự ở trên và HS theo dõi và tiếp thu bài toán từ GV.

Bước 2. Sắp xếp thông tin giữa các biến, giữa đại lượng phụ thuộc và đại lượng đã cho (Thể hiện cả ba thành tố của TDĐS là tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu; tính trừu tượng hóa và khái quát hóa).

Sắp xếp thông tin (Hoạt động của GV)	**Biểu diễn biến và mối quan hệ giữa các biến** (Hoạt động của HS)
Nửa chu vi hình chữ nhật là:	$280 : 2 = 140$ (m)
Gọi chiều dài của hình chữ nhật là x (m) và chiều rộng là y (m) thì chiều rộng bằng nửa chu vi - chiều dài và bằng	$y = 140 - x$ (m)
Vì $0 < x, y$ và $x + y = 140 < 2x$ nên	$x > 140 : 2 = 70$ (m)
Vì $x + y = 140$ và $y > 0$ nên	$x < 140$ (m)
Mỗi bên chiều dài để $2m$ làm lối đi xung quanh nên chiều dài của mảnh đất trồng trọt là:	$x - 4$ (m)
Mỗi bên chiều rộng để $3m$ làm lối đi xung quanh nên chiều rộng của mảnh đất trồng trọt là:	$140 - x - 6 = 134 - x$ (m)

Bước 3. Nhìn nhận mối quan hệ giữa các biến (Thể hiện thành tố thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS).

GV: Biến chiều dài của mảnh đất trồng rau là $x - 4$ (m) và biến chiều rộng của mảnh đất trồng rau là $134 - x$ (m) có điều kiện đối với ẩn x là gì?

HS: $70 < x < 140$

Bước 4. Hình thành phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ (Thể hiện thành tố tư duy thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS).

GV: Theo bài ra ta có phương trình bậc hai gì?

HS: $(x - 4)(134 - x) = 4104$. Hay $x^2 - 138x + 4640 = 0$

Bước 5. Giải phương trình bậc hai một ẩn $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ (Thể hiện các thành tố tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS).

GV: Giải phương trình trên ta có nghiệm nào? HS: $x_1 = 58$ và $x_2 = 80$.

Bước 6. Phân tích các cấu trúc đại số, đánh giá, điều chỉnh rút ra kết luận và khai thác, phát triển bài toán (Thể hiện các thành tố tư duy với đại lượng chưa biết; thiết lập đẳng thức, công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu của TDĐS).

GV: Hãy đối chiếu điều kiện của x?	HS: Vì $70 < x < 140$ nên $x_1 = 58$ (loại).
GV: Hãy rút ra chiều dài và chiều rộng của khu vườn?	HS: Vậy chiều dài của khu vườn là 80 m và chiều rộng là 60 m.

3. Kết luận

Bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn chủ đề "Hàm số $y = ax^2$ $(a \neq 0)$ và phương trình bậc hai một ẩn" là một phương pháp giúp HS phát triển khả năng xử lí các biến, ẩn, tham số, các phép toán, xác định đối tượng chưa biết trong giải phương trình bậc hai một ẩn. TDĐS là liên quan đến việc tạo ra ý nghĩa nhất định trong phương trình bậc hai một ẩn. Bài báo đã trình bày các quan điểm về TDĐS, sự khác biệt giữa TDĐS và đại số, đặc điểm của TDĐS, các loại hình TDĐS. Điểm mới của bài báo là đưa ra được quan niệm, biểu diễn của TDĐS, cùng quy trình và ví dụ minh họa về việc dạy học bồi dưỡng TDĐS trong dạy học bài toán thực tiễn thuộc chủ đề này. Trong đó, quy trình và cách thức tổ chức gồm 6 bước được đề xuất trong bài đã phản ánh đầy đủ đặc tính của TDĐS. Bên cạnh đó, nghiên cứu cũng khuyến nghị việc mở rộng nghiên cứu và bồi dưỡng TDĐS cho các nội dung khác với nội dung chủ đề này.

Tài liệu tham khảo

Chu Cẩm Thơ (2018). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.

Edtech Leaders Online (2007). Three Components of Algebraic Thinking: Generalization, Equality, Unknown Quantities. *Algebraic Thinking in Elementary School*. http://www.edtechlearders.org

Hodgen, J., Oldenburg, R., & Strømskag, H. (2018). Algebraic thinking. *Developing Research in Mathematics Education*, 32-45. https://doi.org/10.4324/9781315113562-4

Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (2008). *Algebra in the Early Grades*. Routledge.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades : What Is It? *Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Kriegler, S. (2004). Just what is algebraic thinking? *Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Leder, G. (2006). Psychology of Mathematics Education at ICME 9. *Proceedings of the Ninth International Congress on Mathematical Education*, 382-383. https://doi.org/10.1007/1-4020-7910-9_99

Lins, R. C., & Bell, A. (1992). *A framework for understanding what algebraic thinking is*. PhD Thesis. University of Nottingham.

Maudy, S. Y., S, D., & M, E. (2018). Student' Algebraic Thinking Level. *International Journal of Information and Education Technology*, *8*(9), 672-676. https://doi.org/10.18178/ijiet.2018.8.9.1120

Nguyễn Hữu Nhanh Tiến, Nguyễn Thị Duyến (2019). Quan sát tư duy Đại số của học sinh từ góc nhìn của giáo viên Toán tương lai. *Tạp chí Khoa học và Giáo dục, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế*, *02*(50), 48-59.

Odondi, A., & Aje, C. T. (2025). *Leveraging Algebraic Thinking in STEM Education to Equip the Next Generation of Problem Solvers*. Retrieved from https://docs.lib.purdue.edu/instemed/2025/briefs/8/

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, *42*, 237-268. https://doi.org/10.1023/A:1017530828058

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *40*(1), 83-96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauzova, V. (2022). A Systematic Review on Algebraic Thinking in Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(1), 1-15. https://doi.org/10.29333/EJMSTE/11486

Trần Nam Dũng, Trần Đức Huyên, Nguyễn Thành Anh, Nguyễn Văn Hiển, Ngô Hoàng Long, Nguyễn Đặng Trí Tín (2024). *Toán 9 (Sách giáo viên, bộ Chân trời sáng tạo)*. NXB Giáo dục Việt Nam.

Windsor, W. (2010). Algebraic Thinking : A Problem Solving Approach. *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, *33*, 665-672.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between aegebraic thinking and aegebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, *49*(3), 361-378. https://doi.org/10.1023/A:1020291317178