

DAY HỌC GIẢI CÁC BÀI TOÁN CHỦ ĐỀ “ĐẠO HÀM” (TOÁN 11) NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH

Nguyễn Ái Quốc⁺,
Trương Hải Châu,
Trần Liễu Đại Phúc

Trường Đại học Sài Gòn
+ Tác giả liên hệ • Email: naquoc@sgu.edu.vn

Article history

Received: 15/12/2024

Accepted: 14/01/2025

Published: 05/4/2025

Keywords

Math problems, derivatives, abilities, solving math problems, Math 11

ABSTRACT

Competency-based teaching is a modern teaching trend, responding to the requirements of teaching innovation in the current context. According to the 2018 Mathematics General Education Curriculum, the competency to solve mathematical problems is one of the five core mathematical competencies to develop for students. Based on existing scholarship, the study proposes a process for solving mathematical problems with illustration through the topic “Derivatives” (Math 11) to develop students' math problems solving competency. The teaching experiment was conducted in a Grade 11 class in Tay Ninh Province, Vietnam. The results of the teaching experiment showed that the students actively participated in the classroom activities, and were able to use derivative knowledge to solve problems related to derivatives. To assess the development of students' mathematical problem-solving competency, we used qualitative and quantitative methods when analyzing the groups' work.

1. Mở đầu

Day học theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học (GQVĐTH) là một trong những định hướng dạy học hiện đại, phù hợp với xu hướng đổi mới giáo dục hiện nay nhằm phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất cho người học. Năng lực GQVĐTH là một trong năm năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS, được quy định rõ trong mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 (Bộ GD-ĐT, 2018). Do vậy, năng lực GQVĐTH có vai trò quan trọng trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông, giúp người học giải quyết thành thạo các bài toán thực tiễn hay bài toán toán học.

Năng lực GQVĐTH đã được nhiều nhà nghiên cứu trong và ngoài nước quan tâm, chẳng hạn như nghiên cứu của Osman và cộng sự (2018) cho thấy kỹ thuật trực quan hóa trong học tập có thể giúp HS nâng cao hiểu biết khái niệm về GQVĐTH. Rajkumar và Hema (2019) thảo luận các yếu tố tác động đến năng lực GQVĐTH của HS và mô tả một khung nghiên cứu dựa trên tổng quan tài liệu, góp phần nâng cao năng lực GQVĐTH của HS. Nghiên cứu của Mai Thị Thanh Huyền và Đinh Thành Tuấn (2022) đề xuất ba biện pháp phát triển năng lực GQVĐTH cho HS trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” ở lớp 12; qua đó không chỉ phát triển năng lực GQVĐTH cho HS mà còn góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán,... “Đạo hàm” là một trong những kiến thức quan trọng trong chương trình môn Toán ở THPT, bởi đạo hàm là kiến thức cơ sở để tính vi phân, tích phân, khảo sát hàm số, tính cực trị của hàm số. Đạo hàm cũng được sử dụng như một công cụ toán học để giải quyết các vấn đề trong các lĩnh vực như Vật lý, Kinh tế tài chính, Khoa học quân sự, Y học,... Như vậy, việc nghiên cứu dạy học chủ đề “Đạo hàm” nhằm phát triển năng lực GQVĐTH cho HS lớp 11 là cần thiết trong bối cảnh giáo dục hiện nay. Trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng phương pháp phân tích và tổng hợp tài liệu để làm rõ một số khái niệm như “vấn đề”, “năng lực GQVĐTH”, các quy trình GQVĐTH do các nhà khoa học đưa ra; sau đó dựa trên quy trình GQVĐTH đã có, đề xuất quy trình GQVĐTH trong dạy học chủ đề “Đạo hàm” và minh họa quy trình này trong dạy học thực nghiệm ở lớp 11A9, Trường THPT Trần Đại Nghĩa, phường 3, TP. Tây Ninh, tỉnh Tây Ninh.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm

- Khái niệm “Vấn đề”: Có nhiều quan điểm khác nhau về “Vấn đề”, tùy theo nhà nghiên cứu ở lĩnh vực nào thì sẽ có cách nhìn nhận khái niệm này theo lĩnh vực đó. Theo Phạm Văn Hoàn và cộng sự (1981), bài toán sẽ không có tính chất vấn đề nếu như việc giải chúng chỉ đòi hỏi những phép tính máy móc, thực hiện chủ yếu theo trí nhớ, theo mẫu, hoặc vận dụng kiến thức, không qua các khâu trung gian; trái lại, các bài toán thực sự có vấn đề nếu chúng đặt

HS trước những khó khăn, đòi hỏi phải có sự tư duy, vận dụng kiến thức, thực hiện các thao tác trí tuệ cần thiết để giải quyết. Theo Thịnh Thị Bạch Tuyết (2016), vấn đề trong dạy học Toán ở THPT là một bài toán mà HS chưa biết cách giải nhưng có đủ kiến thức và kĩ năng để giải quyết. Theo Từ Đức Thảo (2011), vấn đề là một tình huống có tính vừa sức, thu hút và hấp dẫn đối với chủ thể, vì thế chủ thể muốn khám phá tình huống đó một cách đầy đủ để nâng cao hiểu biết.

Trong bài báo này, chúng tôi đồng nhất với khái niệm “vấn đề” theo quan điểm của Nguyễn Bá Kim (2015): “Vấn đề” trong dạy học môn Toán là một câu hỏi hay một nhiệm vụ toán học đặt ra, trong đó chứa đựng những thách thức mà chủ thể chưa có phương án giải quyết ngay mà phải sáng tạo để tìm ra lời giải, nhưng họ đã được trang bị kiến thức, kĩ năng đầy đủ để giải quyết vấn đề.

- *Khái niệm “năng lực GQVĐTH”*: Theo Nguyễn Ngọc Hà và Nguyễn Văn Thái Bình (2020), năng lực GQVĐTH là tổ hợp các kĩ năng, thao tác tư duy và hành động trong hoạt động học tập nhằm giải quyết có hiệu quả các nhiệm vụ của bài toán. Theo đó, năng lực GQVĐTH là một trong những năng lực mà môn Toán có nhiều thuận lợi để phát triển cho người học thông qua việc tiếp nhận khái niệm, chứng minh mệnh đề toán học và quá trình giải toán. Theo Phan Anh Tài (2014), trong dạy học môn Toán, năng lực GQVĐTH của HS là tổ hợp các năng lực được thể hiện thông qua các hoạt động của quá trình giải quyết vấn đề. Theo Rajkumar và Hema (2019), năng lực GQVĐTH là năng lực giải quyết các vấn đề toán học trong thế giới thực thông qua công nghệ và kĩ năng nhận thức. Từ các nghiên cứu trên, có thể hiểu năng lực GQVĐTH là khả năng giải quyết có hiệu quả một vấn đề toán học nào đó, dựa trên cơ sở vận dụng các tri thức, kinh nghiệm và kĩ năng đã có.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực GQVĐTH của HS THPT có 4 biểu hiện tương ứng với các yêu cầu cần đạt sau: (1) Xác định được tình huống có vấn đề; thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin; chia sẻ sự am hiểu của vấn đề với người khác; (2) Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề; (3) Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề; (4) Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hóa được cho vấn đề tương tự (Bộ GD-ĐT, 2018).

2.2. Quy trình giải quyết vấn đề toán học trong dạy học chủ đề “Đạo hàm” (Toán 11) nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh

Hiện nay có nhiều quy trình GQVĐTH do các nhà nghiên cứu đưa ra, như quy trình của Polya (1997), Đỗ Đức Thái và cộng sự (2018),... Trong đó, quy trình GQVĐTH của Polya (1997) là quy trình đầu tiên được biết đến trong giáo dục toán học, mang tính tổng quát, dễ điều chỉnh để phù hợp với điều kiện thực tế và nhiều quy trình khác đều được phát triển từ quy trình này. Tham khảo quy trình của Polya (1997), chúng tôi đề xuất quy trình GQVĐTH trong dạy học chủ đề “Đạo hàm” (Toán 11) nhằm phát triển năng lực GQVĐTH cho HS như sau:

Bước 1. Tìm hiểu và nhận biết vấn đề. GV có thể đưa ra một số bài toán có dạng sau: tính vận tốc tức thời của một vật tại một thời điểm $t = t_0$ cụ thể; tính đạo hàm của một hàm số chứa căn thức tại một điểm $x = x_0$ thuộc tập xác định; viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của một hàm số tại một điểm có hoành độ $x = x_0$; tính thời điểm để cường độ điện trong dây dẫn là $I = k$ (Amper),...; sau đó yêu cầu HS đọc, hiểu, xác định yêu cầu của bài toán, các dữ kiện cần thiết để giải bài toán. Bước 1 có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 1 của năng lực GQVĐTH.

Bước 2. Tìm giải pháp giải quyết vấn đề. HS sẽ tìm hiểu mối liên hệ giữa các dữ kiện của bài toán như phương trình chuyển động của vật theo thời gian t , phương trình hàm số, phương trình của điện lượng theo thời gian t ; xâu chuỗi các kiến thức toán học đã biết như công thức tính đạo hàm bằng định nghĩa và kết nối với vấn đề cần giải quyết, từ đó đề xuất cách giải cho bài toán. Bước 2 có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 2 của năng lực GQVĐTH.

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp. GV sẽ hướng dẫn cho HS thực hiện giải pháp giải quyết vấn đề theo trình tự các bước đã xác định như tính đạo hàm bằng định nghĩa, tìm điều kiện xác định của đạo hàm, xác nhận kết quả tìm được; trình bày lời giải bằng lập luận toán học dựa trên các suy luận và logic toán học. Bước 3 có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 3 của năng lực GQVĐTH.

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp. Trong bước này, HS sẽ xem xét sự phù hợp của kết quả với bối cảnh thực tiễn, đã thỏa mãn các điều kiện của bài toán hay chưa; xem xét các giải pháp khác phù hợp hơn nếu có; khái quát hóa bài toán đã cho thành bài toán tổng quát. Bước 4 có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 4 của năng lực GQVĐTH.

2.3. Tổ chức dạy học thực nghiệm giải các bài toán chủ đề “Đạo hàm” (Toán 11) nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh

Trong mục này, chúng tôi minh họa quy trình QGVĐTH đã đề xuất thông qua thực nghiệm dạy học giải các bài toán chủ đề “Đạo hàm” (Toán 11) được thực hiện ở Trường THPT Trần Đại Nghĩa, phường 3, TP. Tây Ninh, tỉnh Tây Ninh vào tháng 11/2024, sau khi các em đã học xong khái niệm về “Đạo hàm”. Thực nghiệm dạy học được thực hiện ở lớp 11A9, với 44 HS, trong thời gian 45 phút.

Tiến trình dạy học giải bài toán về “Đạo hàm” gồm 3 hoạt động: Nhắc lại kiến thức về đạo hàm, Củng cố kiến thức, Vận dụng kiến thức. Quy trình QGVĐTH sẽ được thực hiện trong hoạt động thứ hai và thứ ba khi HS tham gia giải quyết các nhiệm vụ do GV đưa ra. GV chia lớp thành 11 nhóm, mỗi nhóm có 4 HS.

Hoạt động 1. Nhắc lại kiến thức về đạo hàm. Sau khi ổn định lớp học, GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ bằng công cụ giới hạn của hàm số tại một điểm như sau: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và điểm $x_0 \in (a; b)$. Nếu tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, thì giới hạn này được gọi là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại x_0 , kí hiệu là $f'(x_0)$ hoặc $y'(x_0)$. Vậy: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Tiếp theo, GV yêu cầu HS phát biểu ý nghĩa hình học và ý nghĩa vật lí của đạo hàm:

Ý nghĩa hình học: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại $x_0 \in (a; b)$. Gọi (C) là đồ thị hàm số của hàm số đó. Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của (C) tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$. Tiếp tuyến M_0T có phương trình là $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.

Ý nghĩa vật lí: Nếu hàm số $s = f(t)$ biểu thị quãng đường di chuyển của vật theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ tức thời của vật tại thời điểm t_0 . Nếu hàm số $T = f(t)$ biểu thị nhiệt độ T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại thời điểm t_0 .

Hoạt động 2: Củng cố kiến thức. GV đưa ra phiếu học tập số 1 có chứa nội dung bài toán 1 và yêu cầu HS giải bài toán:

Bài toán 1: Chuyển động của một vật có phương trình $s(t) = 2t^2 + 3t + 1$ (t tính theo giây, s tính theo đơn vị mét. Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây).

Tiến trình giải bài toán 1:

Bước 1: Tìm hiểu và nhận biết vấn đề. GV có thể giúp HS phân tích vấn đề thông qua các câu hỏi dẫn dắt: (1) Yêu cầu của bài toán là gì? (Câu trả lời mong đợi: Yêu cầu của bài toán là tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây)); (2) Các dữ kiện nào cần thiết để tính vận tốc tức thời của vật? (Câu trả lời mong đợi: Phương trình chuyển động của vật theo thời gian t , thời điểm cần tính vận tốc tức thời).

Bước 2. Tìm giải pháp giải quyết vấn đề: GV có thể định hướng cho HS để tìm cách giải bài toán, cần tính vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây) thông qua giới hạn của tỉ số $\frac{s(t) - s(1)}{t - 1}$ khi t tiến đến 1. Từ đó giúp các nhóm tìm được giải pháp cho vấn đề.

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp: Kết quả làm bài của HS cho thấy, có 10/11 nhóm đã giải đúng bài toán, nhóm 5 còn lại giải sai do phân tích không đúng biểu thức $2t^2 + 3t - 5$ thành tích các nhân tử. GV gọi nhóm 2 là nhóm có bài giải chính xác lên trình bày bài giải của nhóm mình trước lớp (xem hình 1). Sau đó, GV nhận xét bài làm của nhóm 2 và lưu ý nhóm 5 chỉnh sửa lại bài làm của nhóm mình.

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp: Tiếp theo, GV yêu cầu HS đưa ra bài toán có dạng tổng quát từ bài toán 1 và cách giải cho bài toán đó. Tất cả các nhóm đều khái quát hóa được bài toán tính vận tốc tức thời của một vật, mặc dù các nhóm đưa ra nhiều kí hiệu khác nhau cho phương trình chuyển động của vật. Một trong những kết quả mong đợi về bài toán tổng quát thu được đó là:

Nhóm 2
 Bài toán 2
 “Ta có vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây) là:

$$v(1) = s'(1) = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{s(t) - s(1)}{t - 1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 + 3t + 1 - 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 1}{t - 1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 + 3t - 5}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 2 + 3t - 3}{t - 1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2(t - 1)(t + 1) + 3(t - 1)}{t - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t - 1) \cdot [2(t + 1) + 3]}{t - 1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 1} [2(t + 1) + 3] = 2 \cdot (1 + 1) + 3 = 7$$
 Vậy vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 1$ (giây) là:
 $v(1) = 7$ (m/s)

Hình 1. Bài giải chính xác của nhóm 2

Bài toán tổng quát: Một vật chuyển động có phương trình $y = s(t)$ (t tính theo giây, s tính theo đơn vị mét). Tìm vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = a$ (giây).

Thông qua hoạt động giải bài toán 1, HS có nhiều cơ hội phát triển được các biểu hiện 1, 2, 3, 4 của năng lực GQVĐTH. Tiếp theo, GV đưa ra phiếu học tập số 2 có chứa nội dung bài toán 2 và yêu cầu HS giải bài toán:

Bài toán 2: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Tính đạo hàm của hàm số tại điểm $x = 3$.

Tiến trình giải bài toán 2:

Bước 1. Tìm hiểu và nhận biết vấn đề: GV đưa ra các câu hỏi, hướng dẫn HS tìm hiểu và nhận biết vấn đề: Yêu cầu của bài toán là gì? (Câu trả lời mong đợi: Yêu cầu của bài toán là tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ tại điểm $x = 3$).

Bước 2. Tìm giải pháp giải quyết vấn đề: GV hướng dẫn HS để tính đạo hàm của hàm số đã cho, trước tiên cần lập tỉ số $\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$, sau đó tìm $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$.

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp: Kết quả làm bài của các nhóm thu được: có 11/11 nhóm đã tính đúng đạo hàm. GV gọi nhóm 9 là nhóm có cách giải đúng lên trình bày bài làm của nhóm (xem hình 2). Sau đó, GV nhận xét và tổng kết kiến thức.

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp: GV yêu cầu HS đưa ra bài toán có dạng tổng quát từ bài toán 2 ở trên, nhưng vẫn giữ nguyên hàm số $y = \sqrt{x}$ (để tránh trường hợp HS khái quát hóa thành bài toán phức tạp như tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[n]{x}$, với $n \geq 3$), tìm lời giải cho bài toán đó. Hầu hết các nhóm đều khái quát hóa bài toán đã cho thành bài toán tổng quát: **Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ tại điểm $x = x_0$.** Tuy nhiên, chỉ có 6/11 nhóm đưa ra được bài toán dạng tổng quát hợp lý và lời giải chính xác, 05/11 nhóm còn lại đã không nêu rõ điều kiện của điểm $x = x_0$ thuộc tập xác định của hàm số và điều kiện để đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{2x}$ xác định. GV nêu nhận xét chung về bài làm của các nhóm và gọi nhóm 5 là nhóm có lời giải không chính xác lên trình bày bài làm của nhóm mình (xem hình 3). GV cho các nhóm nhận xét bài làm của nhóm 5, sau đó nêu rõ nhóm 5 đã không xét điều kiện $x = x_0$ phải là số dương và cũng không nêu điều kiện của x để biểu thức $y = \sqrt{x}$ và $f'(x)$ là xác định. Từ đó, GV lưu ý HS rằng chỉ tính đạo hàm tại điểm thuộc tập xác định của hàm số, hơn nữa tập xác định của hàm số $y = f(x)$ và tập xác định của hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ có thể khác nhau trong một số trường hợp.

Thông qua hoạt động giải bài toán 2, HS có nhiều cơ hội phát triển đầy đủ 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH. Tiếp theo, GV đưa ra phiếu học tập số 3 có chứa nội dung bài toán 3 và yêu cầu HS giải bài toán:

Bài toán 3: Cho đồ thị hàm số (C): $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$.

Tiến trình giải bài toán 3:

Bước 1: Tìm hiểu và nhận biết vấn đề. Để hướng dẫn HS tìm hiểu và nhận biết vấn đề, GV có thể đưa ra câu hỏi sau: Yêu cầu của bài toán là gì? (Câu trả lời mong đợi: Yêu cầu của bài toán là viết phương trình tiếp tuyến (d) với đồ thị (C) của hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 2$).

Bước 2: Tìm giải pháp giải quyết vấn đề. GV hướng dẫn cho HS củng cố kiến thức về phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ và có đạo hàm tại điểm $x_0 \in (a; b)$, thì phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ là $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$. Khi đó, HS dễ dàng xác định được phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$ là $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$.

Nhóm 9.

Bài toán 3: $f(x) = \sqrt{x}$

$$\begin{aligned} \text{Tính: } f'(3) &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(x - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{(x - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Vậy đạo hàm của hàm số tại điểm $x = 3$ là $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

Hình 2. Bài giải chính xác bài toán 3 của nhóm 9

Bài toán khái quát:

Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$. Tính đạo hàm của hàm số tại điểm $x = x_0$.

Giải:

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x_0}}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x - x_0}{(x - x_0)(\sqrt{x} + \sqrt{x_0})} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x_0}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x_0}} \end{aligned}$$

Hình 3. Bài làm của nhóm 5

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp: Kết quả làm bài của HS thu được: có 10/11 nhóm viết đúng phương trình tiếp tuyến (d), nhóm 8 tính sai $f'(2)$ nên phương trình tiếp tuyến không chính xác. GV gọi nhóm 6 có lời giải đúng lên trình bày bài làm của nhóm (xem hình 4). Sau khi nêu nhận xét bài làm của nhóm 6, GV yêu cầu nhóm 8 chỉnh sửa lại bài làm của nhóm mình.

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp: Tiếp theo, GV yêu cầu các nhóm khái quát hóa bài toán đã cho thành bài toán tổng quát và đưa ra lời giải cho bài toán đó. Kết quả là tất cả các nhóm đều khái quát hóa được bài toán viết phương trình tiếp tuyến (d) với đồ thị (C) của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a \neq 0$) tại một điểm thuộc (C) có hoành độ $x = x_0$ và thu được kết quả đúng là phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) có dạng: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$, với $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. Thông qua hoạt động giải bài toán 3, HS có nhiều cơ hội phát triển đầy đủ 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH.

Hoạt động 3. Vận dụng kiến thức đạo hàm vào thực tiễn. Ở hoạt động này, GV đưa ra phiếu học tập 4 có chứa nội dung bài toán thực tiễn 4 để tạo điều kiện cho HS vận dụng kiến thức về đạo hàm vào giải quyết.

Bài toán 4: Cho biết điện lượng trong một dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q = 3t^2 + 8t + 2$ (t được tính bằng giây, Q được tính bằng Coulomb). Tính thời điểm để cường độ dòng điện trong dây dẫn $I = 50A$.

Tiến trình giải bài toán 4:

Bước 1. Tìm hiểu và nhận biết vấn đề. Để dẫn dắt HS tìm hiểu và nhận biết vấn đề, GV đưa ra các câu hỏi gợi ý sau: (1) Yêu cầu của bài toán là gì? (Câu trả lời mong đợi: Yêu cầu tính thời điểm để cường độ dòng điện trong dây dẫn $I = 50A$); (2) Trong bài toán, có những dữ kiện nào được cho? (Câu trả lời mong đợi: Phương trình hàm số Q chỉ điện lượng theo thời gian t và cường độ dòng điện).

Bước 2. Tìm giải pháp. Để giúp HS tìm cách giải bài toán, GV có thể hướng dẫn các em muốn tính thời điểm cường độ dòng điện $I = 50A$, cần tính đạo hàm của hàm số Q. Sau khi tìm được hàm số $I = Q'(t)$ chỉ cường độ dòng điện theo t, sau đó thay giá trị $I = 50$ vào phương trình hàm số I và giải phương trình với ẩn số là t.

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp: Kết quả bài làm của các nhóm cho thấy, tất cả 11/11 nhóm đều giải đúng bài toán. Các nhóm đã tính được đạo hàm của hàm số Q(t) (cũng chính là hàm số chỉ cường độ dòng điện) là $Q'(t) = I(t) = 6t + 8$, sau đó giải phương trình $I(t) = 50$ và tìm được $t = 7$ (giây).

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp: GV yêu cầu các nhóm khái quát hóa bài toán đã cho thành bài toán tổng quát và đưa ra lời giải cho bài toán đó. Kết quả bài làm của các nhóm: có 11/11 nhóm đều khái quát hóa được bài toán đã cho và trình bày lời giải cho bài toán tổng quát như sau:

Bài toán tổng quát: Cho biết điện lượng trong một dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$ (t được tính bằng giây, Q được tính bằng Coulomb). Tính thời điểm để cường độ dòng điện trong dây dẫn $I = k(A)$.

Hướng dẫn: Tính $I(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{Q(t) - Q(t_0)}{t - t_0}$; giải phương trình $I(t_0) = k$ ẩn t_0 , ta tìm được kết quả của bài toán.

GV nhận xét, đánh giá bài làm của các nhóm. Quá trình giải các bài toán cho phép HS có nhiều cơ hội để phát triển cả 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH. Trong bảng 1 là số liệu thống kê về sự phát triển của các biểu hiện của năng lực GQVĐTH của HS trong dạy học thực nghiệm.

Các số liệu trong bảng 1 cho thấy, biểu hiện 1 và 2 của năng lực GQVĐTH của HS được phát triển khá tốt dưới sự hướng dẫn của GV thông qua các câu hỏi gợi mở. Trong khi đó, biểu hiện 3, HS gặp một số trở ngại khi thực hiện các phép biến đổi đại số để tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. Do vậy, GV cần tăng cường luyện tập cho HS giải các bài toán về tính giới hạn của hàm số nhằm tạo tiền đề cho các em khi tiếp cận kiến thức về đạo hàm. Hoạt động khái quát hóa một bài toán về đạo hàm là một khó khăn đối với HS nên hoạt động khái quát hóa cần được GV chú trọng trong dạy học chủ đề “Đạo hàm” ở lớp 11.

Nhóm 6

Bài toán 4: Ta có hệ số góc của tiếp tuyến (d) chính là đạo hàm của hàm số tại điểm $x = 2$

Ta có $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x + 1 - (2^3 - 3 \cdot 2 + 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 1)}{x - 2} = 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 9$$

Tiếp tuyến (d) có phương trình là:

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y - 3 = 9(x - 2)$$

$$\Leftrightarrow y = 9x - 15$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$ là (d): $y = 9x - 15$

Hình 4. Bài làm đúng của nhóm 6

Bảng 1. Bảng thống kê sự phát triển của năng lực GQVĐTH của HS trong dạy học thực nghiệm

Bài toán	Sự phát triển của 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH của HS			
	Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học	Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề	Sử dụng được các kiến thức, kĩ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra	Đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hóa được cho vấn đề tương tự
Bài toán 1	44 HS (100%)	44 HS (100%)	40 HS (90,1%)	44 HS (100%)
Bài toán 2	44 HS (100%)	44 HS (100%)	44 HS (100%)	24 HS (54,5%)
Bài toán 3	44 HS (100%)	44 HS (100%)	40 HS (90,1%)	44 HS (100%)
Bài toán 4	44 HS (100%)	44 HS (100%)	44 HS (100%)	44 HS (100%)

Mặc dù tồn tại một số khó khăn của HS trong dạy học thực nghiệm, nhưng kết quả thu được cho thấy cả 4 biểu hiện năng lực GQVĐTH của HS được phát triển dần thông qua giải 4 bài toán. GV đã tạo cơ hội cho sự tương tác giữa GV với HS, HS với HS thông qua sử dụng các câu hỏi, sự dẫn dắt khi giải các bài toán để phát triển đầy đủ từng biểu hiện của năng lực GQVĐTH.

3. Kết luận

Kết quả dạy học thực nghiệm chủ đề “Đạo hàm” (Toán 11) ở Trường THPT Trần Đại Nghĩa, phường 3, TP. Tây Ninh, tỉnh Tây Ninh cho thấy quy trình GQVĐTH được đề xuất là hợp lý và việc áp dụng quy trình đã giúp HS phát triển đầy đủ các biểu hiện của năng lực GQVĐTH. Bên cạnh đó, quy trình GQVĐTH còn tạo cơ hội cho HS được phát triển các kĩ năng như: làm việc nhóm, phân tích một bài toán,... Kết quả dạy học thực nghiệm cũng đặt ra câu hỏi cho các nhà nghiên cứu là làm sao để phát triển đồng đều cả 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH cho HS, đặc biệt là biểu hiện 3 và 4. Hạn chế của bài báo là chưa xây dựng được thang đánh giá các biểu hiện của năng lực GQVĐTH theo một số tiêu chí nhất định. Để nâng cao hiệu quả phát triển năng lực GQVĐTH cho HS trong dạy học giải các bài toán, GV cần chú trọng việc thiết kế quy trình GQVĐTH, lựa chọn xây dựng các bài toán cũng như cách dẫn dắt, đặt câu hỏi gợi mở nhằm giúp HS giải quyết được vấn đề toán học, hiểu sâu và nhớ lâu kiến thức.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đỗ Đức Thái (tổng chủ biên), Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam, Vũ Đình Phụng, Nguyễn Thị Kim Sơn, Trần Quang Vinh (2020). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
- Mai Thị Thanh Huyền, Đinh Thành Tuấn (2022). Một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - tích phân” (Giải tích 12). *Tạp chí Giáo dục*, 22(22), 1-6.
- Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Ngọc Hà, Nguyễn Văn Thái Bình (2020). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học trong dạy học giải phương trình bằng phương pháp vector ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, số đặc biệt kì 1 tháng 5, 98-104.
- Osman, S., Yang, C., Abu, M., Ismail, N., Jambari, H. & Kumar, J. (2018). Enhancing Students' Mathematical Problem-Solving Skills through Bar Model Visualisation Technique. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 273-279.
- Polya (1977). *Giải bài toán như thế nào?* NXB Giáo dục.
- Phạm Văn Hoàn, Nguyễn Gia Cốc, Trần Thúc Trình (1981). *Giáo dục học môn Toán*. NXB Giáo dục.
- Phan Anh Tài (2014). *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học Toán 11 trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
- Rajkumar, R. & Hema, G. (2019). Factors affecting mathematical problem-solving competence of undergraduate students in facing competitive examinations. *International Journal of Research in Humanities, Arts and Literature*, 7(2), 319-328.
- Từ Đức Thảo (2011). *Bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học hình học*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.
- Thịnh Thị Bạch Tuyết (2016). *Dạy học Giải tích ở trường trung học phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề thông qua trang bị một số thủ pháp hoạt động nhận thức cho học sinh*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.