TỔ CHỨC DẠY HỌC MÔ HÌNH HÓA CHỦ ĐỀ "NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN" (GIẢI TÍCH 12) Ở TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Danh Nam[1,+],
Trương Hoàng Vinh[2],
Nguyễn Văn Hồng[3]

[1]Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên;
[2]Trường Đại học Cần Thơ; [3]Sở GD-ĐT thành phố Cần Thơ
+ Tác giả liên hệ ● Email: danhnam.nguyen@tnu.edu.vn

Article history
Received: 15/11/2021
Accepted: 17/12/2021
Published: 20/01/2022

Keywords
Modelling, mathematical modeling, primitives, integrals, high school

ABSTRACT
In order to implement the fundamental and comprehensive renovation of education and training, it is required that general education shift from content-oriented approach to competency-oriented one. One of the central issues of mathematics education is the modeling in mathematics education and its application in practice. The article presents the process of organizing modelling teaching and learning with the topic "Primitives – integrals" using a specific example in oder to help students understand the nature of the primitives and integrals concepts and apply them to the real world. This is an appropriate approach for Mathematics teachers in order to effectively implement the 2018 general education program, with a focus on innovating teaching and learning methods.

1. Mở đầu

Chương trình giáo dục phổ thông của nhiều nước trên thế giới được xây dựng tiếp cận theo hướng hình thành cho học sinh (HS) các kĩ năng của thế kỉ XXI, do đó chương trình sách giáo khoa môn Toán và hệ thống đánh giá năng lực HS cũng được thiết kế dựa vào các tình huống trong thực tiễn. Chương trình môn Toán phổ thông của Singapore cũng tập trung vào việc phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn cho HS, trong đó đề cập đến 05 thành phần cốt lõi: kĩ năng, khái niệm, quá trình, thái độ và siêu nhận thức. Đối với chương trình giáo dục phổ thông của Hà Lan, Viện Freudenthal đã phát triển chương trình môn Toán tiếp cận theo hướng gắn với thực tiễn.

Để thực hiện đổi mới căn bản, toàn diện GD-ĐT, đòi hỏi giáo dục phổ thông cần chuyển từ nền giáo dục theo hướng tiếp cận nội dung sang tiếp cận năng lực người học. Một trong những vấn đề trọng tâm của giáo dục toán học được đặt ra là mô hình hóa trong giáo dục toán học và ứng dụng vào thực tiễn. Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 có mục tiêu phát triển một số năng lực toán học cho HS như: năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH), năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học và năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Thông qua việc sử dụng mô hình toán học để mô tả các tình huống đặt ra trong các bài toán thực tiễn, giải quyết các vấn đề toán học, giúp HS không những hiểu được các kiến thức toán học, thấy được mối quan hệ giữa toán học với thực tiễn mà còn hình thành và phát triển năng lực mô hình hóa cho các em. Do vậy, vấn đề mô hình hóa và gắn toán học với thực tiễn rất được chú trọng trong chương trình sách giáo khoa. Tuy nhiên, trong chương trình sách giáo khoa và các tài liệu tham khảo về môn Toán thường chỉ tập trung làm rõ các vấn đề, bài toán trong nội bộ môn Toán học. Một số bài tập mô hình hóa còn mang tính hình thức, chưa khuyến khích HS tìm tòi, khám phá vấn đề theo đầy đủ các bước của quá trình mô hình hóa, HS còn gặp khó khăn trong việc vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các bài toán gắn với thực tiễn.

Bài báo trình bày quy trình dạy học mô hình hóa chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" và được minh họa thông qua một ví dụ, từ đó giúp HS hiểu rõ bản chất của khái niệm nguyên hàm, tích phân và ứng dụng vào quá trình giải quyết các vấn đề thực tiễn.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Mô hình và mô hình hóa toán học

Mô hình được mô tả như một vật dùng thay thế mà qua đó ta có thể thấy được các đặc điểm đặc trưng của vật thể trong thực tiễn. Theo các nghiên cứu của Freudenthal (1991), Blum và Leiss (2006), Muller và Burkhardt (2006), thông qua mô hình, có thể thao tác và khám phá các thuộc tính của đối tượng mà không cần đến vật thật. Mô hình có thể được hiểu là đối tượng vật lí (ví dụ như mô hình hình không gian), mô hình trong trí não, sử dụng trong nhiều ngữ cảnh học tập khác nhau. Theo Blum và Niss (1991), mô hình là một mẫu, đại diện, minh họa, được thiết kế để mô tả cấu trúc của hệ thống, cách vận hành của một hoặc các sự vật, hiện tượng thuộc hệ thống này. Từ đó cho thấy, mô hình là một hệ thống thực, hình ảnh hay biểu diễn mô tả cấu trúc của hệ thống dưới góc nhìn trừu tượng hóa nhất định. Thông qua mô hình, ta có thể tìm tòi và khám phá các thuộc tính sẵn có của đối tượng mà không cần đến vật thật.

MHHTH là quá trình toán học hóa, từ đó xuất hiện mô hình toán học. Người học vận dụng các kiến thức vào giải quyết một tình huống thực tiễn, xây dựng thành một mô hình toán học. Có thể hiểu theo nghĩa rộng, MHHTH là quá trình giải quyết vấn đề thực tiễn bằng cách sử dụng các công cụ toán học. Quá trình này có sự xuất hiện của mô hình toán học, thông qua MHHTH để tìm được mô hình tốt nhất. Nói cách khác, MHHTH là quá trình thành lập và cải thiện một mô hình toán học để biểu diễn và giải quyết các vấn đề thực tiễn. Nguyễn Danh Nam (2015) cho rằng: Để vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết các tình huống thực tiễn, người ta phải toán học hóa tình huống đó, tức là xây dựng một mô hình toán học thích hợp, cho phép tìm câu trả lời cho tình huống. Quá trình này được gọi là MHHTH. Lê Thị Hải Châu (2014) quan niệm MHHTH là quá trình thiết lập một mô hình toán học cho vấn đề ngoài toán học, giải quyết vấn đề trong mô hình đó, rồi thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tiễn, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không được chấp nhận. Trong bài báo này, theo chúng tôi, MHHTH là toàn bộ quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học; và ngược lại, từ bước xây dựng lại tình huống thực tiễn, lựa chọn mô hình toán học phù hợp, giải thích và đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tiễn, quá trình được lặp lại nhiều lần cho đến khi có được kết quả phù hợp.

2.2. Dạy học mô hình hóa

Đối với HS, MHHTH là rất cần thiết vì những lí do như sau: (1) MHHTH giúp HS hiểu được mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn và các môn khoa học khác, giúp cho việc học toán trở nên ý nghĩa và hứng thú hơn; (2) MHHTH trang bị cho HS khả năng sử dụng toán học như một công cụ để giải quyết vấn đề, xuất hiện trong những tình huống ngoài toán học, từ đó giúp các em thấy được tính hữu ích của toán học trong thực tiễn; (3) MHHTH góp phần tạo nên một bức tranh đầy đủ, toàn diện và phong phú của toán học (Streefland, 1991). Như vậy, MHHTH là một phương tiện phù hợp để phát triển các năng lực toán học cho HS như: suy luận, khám phá, sáng tạo và giải quyết vấn đề.

Có thể hiểu, dạy học bằng mô hình hóa hay còn gọi là dạy học mô hình hóa là quá trình giáo viên (GV) tổ chức các hoạt động giúp HS xây dựng mô hình toán học để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn. Do vậy, quy trình dạy học mô hình hóa được tiến hành theo các bước sau đây: Xuất phát từ một vấn đề thực tiễn → Xây dựng mô hình toán học → Trả lời cho bài toán thực tiễn → Thể chế hóa tri thức cần giảng dạy bằng cách nêu định nghĩa hay định lí, công thức → Vận dụng vào giải các bài toán thực tiễn khác mà các tri thức đó cho phép xây dựng một mô hình toán học phù hợp (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Do đó, tri thức trong dạy học cần được hình thành từ quá trình HS khám phá các vấn đề nảy sinh từ thực tiễn với vai trò là kết quả, hoặc là phương tiện giải quyết vấn đề. Vận dụng dạy học mô hình hóa trong dạy học môn Toán sẽ góp phần đưa các ý tưởng toán học gắn liền với thực tiễn vào lớp học ở nhà trường; từ đó hình thành và bồi dưỡng cho HS năng lực MHHTH, giúp các em biết vận dụng linh hoạt kiến thức toán học để giải quyết các vấn đề nảy sinh từ thực tiễn. Vì thế, dạy học mô hình hóa giúp HS thấy rõ ý nghĩa của việc học Toán do các em nắm được ứng dụng của toán học trong thực tiễn.

2.3. Quy trình tổ chức dạy học mô hình hóa

Trên cơ sở nghiên cứu thực tiễn dạy học Toán ở các trường THPT, chúng tôi đề xuất quy trình dạy học MHHTH trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" theo các bước sau:

- *Bước 1* (tìm kiếm và chuyển đổi): Chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học (mô hình toán học), có nghĩa là từ bài toán thực tiễn đã cho, HS thực hiện chuyển đổi để đưa về các bài toán toán học thường gặp, chẳng hạn như bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong và trục hoành, bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi đường cong xoay quanh trục *Ox*, bài toán tính thể tích vật,… Từ đó, HS tiến hành tìm lời giải cho bài toán và chuyển sang bước 2.

- *Bước 2* (tìm lời giải bài toán): Sử dụng công cụ toán học để tìm lời giải cho bài toán, có nghĩa là sau khi đã chuyển từ bài toán thực tiễn sang bài toán toán học, HS tiến hành tìm lời giải cho bài toán thông qua các công cụ toán học. Đối với chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân", công cụ tích phân được sử dụng nhiều hơn trong việc tìm lời giải cho bài toán toán học. Bên cạnh đó, HS còn có thể sử dụng kết hợp với một số công cụ khác như công cụ tọa độ hóa để tìm lời giải cho bài toán.

- *Bước 3* (diễn giải): Sử dụng kết quả từ việc giải bài toán ở bước 2 để diễn giải thành lời giải thực tiễn, có nghĩa là sau khi đã tìm được lời giải phù hợp cho bài toán toán học, HS tiến hành diễn giải lời giải toán học lại thành lời giải thực tiễn. Ở bước này, các ngôn ngữ toán học trong lời giải toán học được chuyển hóa thành ngôn ngữ thực tiễn cho phù hợp với yêu cầu của bài toán thực tiễn.

- *Bước 4* (kiểm chứng lại): So sánh, đối chiếu lời giải với bài toán thực tiễn ban đầu xem có thật sự hợp lí hay không - có nghĩa là sau khi có được lời giải, HS tiến hành kiểm tra lại tính chính xác của lời giải này so với các yếu tố thực tiễn của bài toán ban đầu. Nhiệm vụ này được coi là bước quan trọng trong toàn bộ quy trình mô hình hóa bài toán thực tiễn. Ở một số trường hợp nhất định, kết quả ở lời giải toán học hoàn toàn chính xác với các yếu tố toán học, tuy nhiên khi chuyển đổi sang kết quả thực tiễn lại chưa phù hợp. Chẳng hạn, khi tính thể tích của một vật thể, sau khi tìm được lời giải chính xác của bài toán toán học, tuy nhiên khi chuyển sang kết quả cho bài toán thực tiễn lại không phù hợp, thể tích tính được có thể lớn hoặc nhỏ hơn rất nhiều so với thực tiễn. Vì vậy, sau khi chuyển lời giải bài toán toán học thành lời giải của bài toán thực tiễn, HS cần kiểm chứng lại kết quả bài toán.

2.4. Dạy học mô hình hóa chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

2.4.1. Một số tình huống thường sử dụng mô hình hóa toán học trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - tích phân" (Giải tích 12)

Trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12), một số tình huống sau thường được sử dụng MHHTH:

- *Tình huống 1: Dạng toán tính diện tích hình phẳng.* Đối với dạng toán tính diện tích hình phẳng, thường được áp dụng vào các bài toán tính diện tích của một số hình không thuộc nhóm hình có thể tính diện tích theo các công thức đã có; chẳng hạn như: hình thang cong, diện tích parabol, diện tích các đường cong,… Khi giải bài toán tính diện tích hình phẳng, ta cần xác định được đó là diện tích được giới hạn bởi dạng nào trong các dạng thường gặp: dạng diện tích hình phẳng được giới hạn bởi một đường cong và trục hoành; dạng diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong. Từ đó, xác định chính xác công thức tính diện tích hình phẳng đã cho. Để thực hiện được bước thứ nhất trong MHHTH là chuyển từ bài toán thực tiễn về bài toán toán học, GV cần hướng dẫn HS phân tích đề bài, từ đó xác định được hướng chuyển đổi và trình bày lời giải.

- *Tình huống 2: Dạng toán tính thể tích khối tròn xoay.* Tương tự với diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường, dạng toán tính thể tích khối tròn xoay thường áp dụng cho việc tính thể tích của các vật thể có hình dạng khác với các khối chóp, khối lăng trụ, khối nón,… đã có công thức tính. Khi giải bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay, HS cần xác định được đó là thể tích vật thể được xoay quanh ở dạng nào: dạng thể tích vật thể giới hạn bởi một đường xoay quanh trục *Ox*; dạng thể tích vật thể giới hạn bởi một đường xoay quanh trục *Oy*; dạng thể tích vật thể giới hạn bởi hai đường xoay quanh trục *Ox*. Theo đó, HS có thể xây dựng công thức tính thể tích phù hợp với yêu cầu.

2.4.2. Ví dụ minh họa dạy học mô hình hóa trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

Ví dụ 1 (bài toán thùng rượu): Một thùng rượu có bán kính ở mặt trên là 36cm và ở giữa là 46cm. Chiều cao của thùng rượu là 112cm, bao gồm phần thân thùng rượu và hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3cm) (xem hình 1). Biết rằng, thùng rượu được làm bằng gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3cm. Hỏi thùng rượu đó chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu (kết quả lấy hai chữ số thập phân)? Biết rằng cạnh bên của thùng rượu là hình parabol.

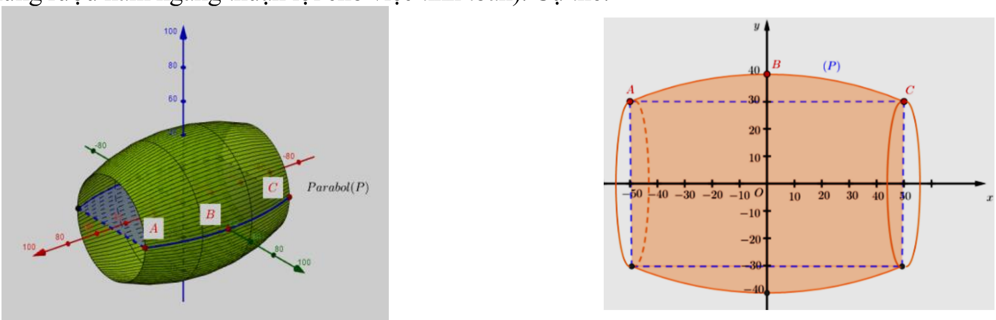
Để tính được số lít rượu mà thùng gỗ có thể chứa được tối đa, ta cần tính thể tích lớn nhất của thùng rượu đã cho. Thùng rượu là một khối tròn xoay có đường sinh là một đường cong có phương trình dạng parabol $(P): y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$. Vì vậy, HS không sử dụng được các công thức tính thể tích thông thường để tính thể tích thùng rượu mà cần áp dụng tích phân để tính thể tích khối tròn xoay.

Kích thước thực tế của thùng rượu sẽ không tính được chính xác thể tích thực của thùng gỗ. Theo thực tế, thể tích thực chứa rượu của thùng gỗ sẽ được tính dựa trên kính thước thực của phần chứa rượu (chiều cao, chiều rộng), không bao gồm phần gỗ làm thùng và phần đế của thùng rượu. Do đó, khi tính toán, HS cần trừ đi phần này, từ đó tính được chính xác các kích thước và kích thước thực của phần chứa rượu: *bán kính mặt trên (thực) là 30cm; bán kính ở giữa (thực) là 40cm; chiều cao (thực) bằng chiều cao đã cho trừ đi độ cao đế là 100cm.*

Hình 1. Thùng rượu và mô phỏng phần thể tích thùng rượu (nguồn: tác giả)

Dựa trên các kích thước vừa tìm được, HS có thể giải bài toán như sau: Xây dựng hàm số $(P): y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$, với điều kiện đi qua các điểm *A*(-50; 30), *B*(0; 40), *C*(50; 30) (xem hình 2). Dựa vào chiều cao 1m của phần chứa rượu, HS tìm được các cận của tích phân. Khi đó, HS lập được công thức tính thể tích chứa rượu của thùng rượu đã cho. Sau đây là các bước xây dựng mô hình toán học:

- *Bước 1* (tìm kiếm và chuyển đổi): Dựa vào phân tích, HS sẽ chuyển bài toán tính số lít rượu có thể chứa được của thùng rượu sang bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay.
- *Bước 2* (tìm lời giải bài toán): Sử dụng công cụ tọa độ hóa và tích phân để giải bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay (để thùng rượu nằm ngang thuận lợi cho việc tính toán). Cụ thể:



Hình 2. Thùng rượu trong không gian ba chiều và gắn với hệ trục tọa độ Oxy

Tìm phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ đi qua đỉnh *A*, *B*, *C*.

$$\begin{cases} A(-50;30) \in (P) \\ B(0;40) \in (P) \\ C(50;30) \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 50^2 a - 50b + c = 30 \\ c = 40 \\ 50^2 a + 50b + c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{250} \\ b = 0 \\ c = 40 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{250}x^2 + 40$$

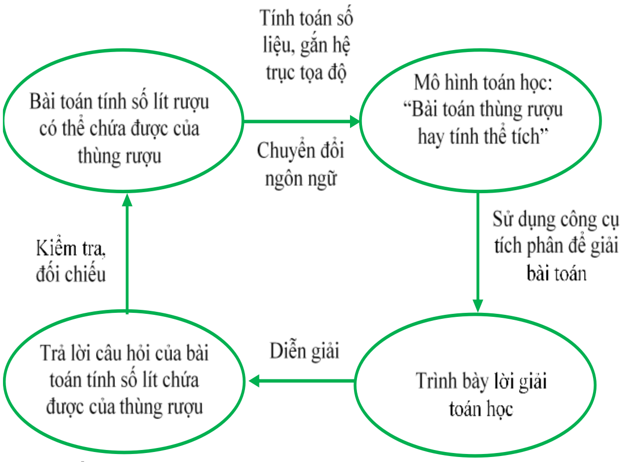
Áp dụng công thức tính thể tích *V* khi quay hình phẳng giới hạn bởi parabol (*P*), HS tìm được các giá trị $x = 50$, $x = -50$, $y = 0$ xung quanh trục hoành *Ox*:

$$V = \pi \int_{-50}^{50} y^2 dx = \pi \int_{-50}^{50} \left(-\frac{x^2}{250} + 40\right)^2 dx = \pi \int_{-50}^{50} \left(\frac{x^4}{250^2} - \frac{80x^2}{250} + 40^2\right) dx$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{312500} - \frac{8x^2}{75} + 40^2 x\right)\Big|_{-50}^{50} = \frac{406000\pi}{3} \approx 425162,20 cm^3 .$$

- *Bước 3* (diễn giải): Thể tích vật thể tròn xoay vừa tính được chính là thể tích chứa được tối đa của thùng. Vậy, thùng rượu chứa được tối đa 425,16 (lít rượu).
- *Bước 4* (kiểm chứng lại): So sánh, đối chiếu lời giải với bài toán thực tiễn ban đầu.

Bài toán trên có thể được sơ đồ hóa theo các bước giải như sau (xem sơ đồ 1):



Sơ đồ 1. Quy trình mô hình hóa bài toán "Thùng rượu"

Ví dụ 2 (bài toán quả trứng): Một quả trứng ngỗng có thể được tạo bởi mô hình khi quay đồ thị hàm số $y=\frac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}$, $-4,35\le x\le 4,35$ quanh trục *Ox*. Sử dụng mô hình này để tính thể tích quả trứng (*x*, *y* được đo theo *cm*).

Vận dụng quy trình đã đề xuất ở trên, GV có thể hướng dẫn HS giải bài toán như sau:

- *Bước 1:* Dựa vào dữ liệu đề bài cho, HS có thể thấy đây là một bài toán tính thể tích của vật thể mà không sử dụng các công thức thông thường để tính. Do đó, HS có thể chuyển đổi bài toán này về bài toán tính thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số: $y=\frac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}$, với $-4,35\le x\le 4,35$ quanh trục *Ox*.

- *Bước 2:* Sau khi chuyển về bài toán toán học thì thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}$, $-4,35\le x\le 4,35$ quanh trục *Ox* được tính bởi công thức: $V=\pi\int\limits_{-4,35}^{4,35} y^2\,\mathrm{d}x$.

- *Bước 3:* Sau khi tính được thể tích, HS tiến hành chuyển đổi về kết quả thực tiễn là thể tích quả trứng để hoàn thiện yêu cầu đề bài.

- *Bước 4:* Kiểm tra lại kết quả, điều chỉnh cho phù hợp với yêu cầu của bài toán.

Lời giải cụ thể của ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, gọi (*H*) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}$, $-4,35\le x\le 4,35$ và trục *Ox*. Thể tích quả trứng cần tính bằng thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng (*H*) khi quay quanh trục *Ox*:

$$V=\pi\int\limits_{-4,35}^{4,35}\left(\frac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{\pi}{900}\int\limits_{-4,35}^{4,35}\left(7569-400x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{900}\left(7569x-400\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-4,35}^{4,35}\approx 153cm^3.$$

Tình huống trong các ví dụ trên được xuất phát từ một vấn đề thực tiễn, GV hướng dẫn HS xây dựng mô hình toán học, giải bài toán và rút ra câu trả lời cho tình huống thực tiễn. Cuối cùng, GV thể chế hóa tri thức cần giảng dạy bằng cách nêu ứng dụng của khái niệm tích phân thông qua sử dụng mô hình toán học phù hợp để giải bài toán. Như vậy, thông qua phân tích các ví dụ trên, chúng tôi rút ra một số ưu điểm của việc MHHTH trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" như sau:

- Giúp HS: + Hiểu rõ, nắm vững các kiến thức và làm sáng tỏ các vấn đề toán học có liên quan trong thực tiễn; + Phát huy được các kĩ năng toán học cần thiết, rèn luyện khả năng tư duy toán học; + Phát triển được năng lực MHHTH; + Có cơ hội tham gia vào giải quyết các tình huống cụ thể trong thực tiễn chứ không chỉ là tìm hiểu các kiến thức toán học; + Dễ ghi nhớ mô hình hóa mà các em đã tìm được hơn so với việc giải một bài toán theo cách thông thường; + Hứng thú học tập môn Toán, hiểu được những ứng dụng của toán học gắn liền với cuộc sống, nhận thấy được toán học luôn có mối liên hệ mật thiết với tình huống thực tiễn.

- Giúp GV tổ chức lớp học hiệu quả hơn, góp phần đổi mới phương pháp dạy học theo hướng tích cực hóa hoạt động học tập của HS, "lấy HS làm trung tâm", từ đó nâng cao chất lượng dạy học.

Tóm lại, sử dụng MHHTH đòi hỏi nhiều thời gian và công sức của GV cho công tác chuẩn bị hơn là các phương pháp dạy học truyền thống. Tuy nhiên, nếu người dạy và người học tích cực, chủ động áp dụng phương pháp mô hình hóa vào dạy học sẽ góp phần nâng cao chất lượng giáo dục. Dạy học mô hình hóa có thể kết hợp hiệu quả với dạy học dự án để HS được tham gia vào một dự án nhằm giải quyết một vấn đề thực tiễn trong cuộc sống.

3. Kết luận

Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 với mục tiêu phát triển các năng lực chung và năng lực toán học cho HS, trong đó chú trọng đến năng lực giải quyết vấn đề. Nhiều kết quả nghiên cứu ở Việt Nam cho thấy HS hoàn toàn có thể tham gia vào quá trình mô hình hóa nếu GV xây dựng được các tình huống phù hợp và tích hợp mô hình hóa vào dạy học. Trong bối cảnh chương trình giáo dục phổ thông đang tiếp cận theo hướng phát triển năng lực HS thì việc vận dụng kết quả nghiên cứu này để tạo cơ hội cho GV và HS xây dựng các mô hình toán học hỗ trợ cho quá trình dạy học Toán là một việc làm rất có ý nghĩa. Từ đó, giúp HS thấy được vẻ đẹp của toán học từ các ứng dụng thực tiễn, các em có cơ hội được giải quyết các vấn đề thực tiễn. Dạy học bằng mô hình hóa chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" là cách tiếp cận phù hợp để hình thành và phát triển cho HS năng lực MHHTH (thành phần của năng lực toán học). Do vậy, GV khi dạy học chủ đề này cần tìm được các tình huống/vấn đề ngoài toán học (có thể đó là vấn đề thực tiễn hoặc là vấn đề trong các ngành khoa học khác) để xây dựng các bài toán chứa đựng những mô hình toán học thường gặp và đưa vào bài giảng, giúp HS làm quen với các mô hình toán học và biết sử dụng vào giải quyết các vấn đề thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

Blum, W., Leiss, D. (2006). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Sugarloaf". In Haines, C. Galbraith P., Blum, W. and Khan, S. (2006). *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W., Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 37-68.

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education.* China Lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemeijer, K. P. E., Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum Studies*, *32*(6), 777-796.

Lê Thị Hải Châu (2014). Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, *65*, 05-18.

Muller, E., & Burkhardt, H. (2006). Applications and modeling for mathematics - Overview. In W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 267-274). New York: Springer.

Nguyễn Danh Nam (2015). Quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học*, *Đại học Quốc gia Hà Nội, 3*, 01-10.

Streefland, L. (1991). *Fraction in realistic mathematics education, a paradigm of development research*. Dordrect: Kluwer Academic Publisher.

Treffers, A., Beishuizen, M. (1999). *Realistic mathematics education in the Netherlands*. In Thompson I. (Ed.) Issues in teaching numeracy in primary schools, Buckingham: Open University Press.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 9-35.