

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG “GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ” (TOÁN 12)

Nguyễn Ái Quốc^{1,+},
Phạm Văn Trí²

¹Trường Đại học Sài Gòn; ²Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
+ Tác giả liên hệ • Email: naquoc@sgu.edu.vn

Article history

Received: 23/01/2025

Accepted: 21/02/2025

Published: 05/6/2025

Keywords

Competency, solving math problems, maximum value, minimum value, function, Math 12

ABSTRACT

According to the 2018 General Education Curriculum for Mathematics, the competency to solve mathematical problems is one of the five components of mathematical competence to develop for students. Based on Polya's mathematical problem solving process, the study proposes a mathematical problem solving process in teaching the content “The largest and smallest values of functions” (Math 12). The proposed process is illustrated through experimental teaching at Can Thanh High School, Can Gio District, Ho Chi Minh City. The results of the teaching experiment show that the manifestations of students' mathematical problem solving competency are gradually enhanced through the steps of the proposed process. Students discover the concept and method of finding the largest and smallest values of functions, and know how to apply this knowledge to solve related practical problems. In this study, we use analytical methods to clarify some concepts related to mathematical problem solving competency, and qualitative analysis methods to evaluate the development of students' mathematical problem solving competency.

1. Mở đầu

Theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018, mục tiêu của dạy học môn Toán là cần hình thành và phát triển năng lực toán học cho HS, trong đó năng lực toán học gồm các thành tố như: năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giao tiếp toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học (GQVĐTH), năng lực sử dụng phương tiện và công cụ học toán, năng lực tư duy và lập luận toán học. Như vậy, năng lực GQVĐTH là một trong năm thành tố của năng lực toán học, cần được hình thành và phát triển cho HS (Bộ GD-ĐT, 2018). Năng lực GQVĐTH là cần thiết đối với HS vì giúp các em có thể giải quyết các vấn đề, bài toán toán học và bài toán thực tiễn. Thông qua việc tham gia giải quyết các vấn đề toán học, HS không chỉ được củng cố kiến thức, nhận biết mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn, mà còn hình thành và bồi dưỡng năng lực GQVĐTH. Những năm gần đây, ở Việt Nam đã có nhiều nghiên cứu về năng lực GQVĐTH cho HS THPT như: Nguyễn Huy Thao và cộng sự (2024) đưa ra quy trình dạy học áp dụng định lý Sin để giải quyết các vấn đề thực tiễn nhằm phát triển năng lực GQVĐTH cho HS THPT và minh họa quy trình này thông qua việc giải quyết các vấn đề cụ thể. Mai Thị Thanh Huyền và Đinh Thành Tuấn (2022) đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực GQVĐTH cho HS THPT trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - tích phân” (Giải tích 12). Nguyễn Ngọc Hà và Nguyễn Văn Thái Bình (2020) đề cập việc phát triển năng lực GQVĐTH cho HS THPT trong dạy học giải phương trình bằng phương pháp vectơ,...

Nội dung “Giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số” là một trong những kiến thức nền tảng và quan trọng trong chương trình môn Toán lớp 12, gắn liền với tính đơn điệu của hàm số mà HS đã học trước đó và thường được ứng dụng để tìm cách tối ưu hóa lợi nhuận, giảm thiểu chi phí, tăng hiệu quả sản xuất,... trong các lĩnh vực của đời sống. Trong bài báo này, phương pháp nghiên cứu được chúng tôi sử dụng là phân tích các bộ sách Toán 12 để làm rõ nội dung “GTLN và GTNN của hàm số” được tiếp cận như thế nào, các yêu cầu cần đạt liên quan đến GTLN, GTNN của hàm số, các dạng bài toán có tiềm năng bồi dưỡng năng lực GQVĐTH; tìm hiểu quy trình GQVĐTH của các nhà khoa học,... để từ đó xây dựng quy trình GQVĐTH; tổ chức thực nghiệm dạy học nội dung “GTLN và GTNN của hàm số” (Toán 12); phân tích định tính và định lượng kết quả của HS để làm rõ sự phát triển các biểu hiện năng lực GQVĐTH của HS tham gia thực nghiệm.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Năng lực giải quyết vấn đề toán học

Theo Niss (2003), năng lực GQVĐTH liên quan đến khả năng giải quyết các vấn đề toán học khác nhau, cũng như phân tích và đánh giá có tính phản biện đối với các giải pháp giải quyết vấn đề của chính mình và của người khác đưa ra. Phan Anh Tài (2014) cho rằng, năng lực GQVĐTH của HS trong học môn Toán là tổ hợp các năng lực được bộc lộ thông qua các hoạt động trong quá trình giải quyết vấn đề. Theo Rajkumar và Hema (2019), “năng lực GQVĐTH” được định nghĩa là khả năng giải quyết các vấn đề trong thế giới thực và chuyển đổi các chiến lược giải quyết vấn đề thông qua nhận thức và công nghệ, cũng như khả năng giải quyết vấn đề bằng cách áp dụng các kỹ năng nhận thức, lý luận và tư duy logic. Theo Nguyễn Ngọc Hà và Nguyễn Văn Thái Bình (2020), năng lực GQVĐTH là tổ hợp các năng lực thể hiện ở kỹ năng (thao tác tư duy và hành động) trong hoạt động học tập nhằm giải quyết hiệu quả các vấn đề toán học; là năng lực mà trong dạy học môn Toán có nhiều thuận lợi để phát triển cho người học qua việc tiếp nhận khái niệm, chứng minh mệnh đề toán học và giải các bài toán,... Nguyễn Huy Thao và cộng sự (2024) cho rằng, năng lực GQVĐTH là năng lực vận dụng một cách linh hoạt, sáng tạo những kiến thức, kỹ năng và kinh nghiệm đã có của bản thân vào giải quyết một vấn đề, tình huống nào đó. Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi có thể hiểu “năng lực GQVĐTH” là khả năng của cá nhân trong việc huy động tổng hợp kiến thức, kỹ năng toán học và kinh nghiệm thực tiễn để giải quyết thành công những vấn đề toán học trong từng điều kiện cụ thể.

Trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực GQVĐTH của HS THPT gồm có 04 biểu hiện với các yêu cầu cần đạt tương ứng như sau: (1) Xác định được tình huống có vấn đề; thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; (2) Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề; (3) Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề; (4) Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; phản ánh được giá trị của giải pháp; khái quát hóa được cho vấn đề tương tự (Bộ GD-ĐT, 2018).

2.2. Quy trình giải bài toán trong dạy học nội dung “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số” (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh

Đã có nhiều nghiên cứu đưa ra các mô hình và quy trình GQVĐTH như Polya (1997), Phan Anh Tài (2014), Đỗ Đức Thái và cộng sự (2020),... Trong bài báo này, vận dụng quy trình giải toán của Polya (1997), chúng tôi đưa ra quy trình giải một bài toán trong dạy học nội dung “GTLN và GTNN của hàm số” (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực GQVĐTH cho HS gồm các bước sau:

Bước 1: Tìm hiểu bài toán. GV cần hướng dẫn cho HS xác định yêu cầu của bài toán, các thông tin, dữ kiện và mối liên hệ giữa các dữ kiện liên quan đến việc tìm GTLN hay GTNN của đại lượng được đề cập đến. Ở bước này, có nhiều cơ hội bồi dưỡng cho HS biểu hiện 1 của năng lực GQVĐTH.

Bước 2: Tìm cách giải bài toán. Để tìm giải pháp giải bài toán, HS cần quy bài toán ban đầu về việc tìm GTLN, GTNN của một hàm số để xác định biến độc lập, biến phụ thuộc với các ràng buộc bằng cách phân tích các dữ kiện của bài toán; xây dựng mô hình toán học là hàm số biểu thị mối liên hệ giữa các biến phụ thuộc và biến độc lập; cuối cùng là đưa ra giải pháp giải bài toán. Ở bước này, HS có nhiều cơ hội bồi dưỡng biểu hiện 2 của năng lực GQVĐTH.

Bước 3: Giải bài toán. HS sử dụng các kiến thức, quy tắc, công thức toán học để tìm GTLN, GTNN của hàm số đã được xây dựng ở bước 2. Sau đó, HS trình bày lời giải bằng các lập luận toán học theo một trình tự nhất định, nêu rõ GTLN, GTNN của hàm số. GV đánh giá, tổng kết vấn đề. Ở bước này, HS có nhiều cơ hội bồi dưỡng biểu hiện 3 của năng lực GQVĐTH.

Bước 4: Đánh giá và nghiên cứu sâu bài toán. GV cho HS xem xét và đánh giá sự thỏa mãn các điều kiện ràng buộc của bài toán, sự phù hợp với thực tiễn của giải pháp thu được, sau đó khái quát hóa giải pháp tìm được cho các bài toán tương tự. Ở bước này, HS có nhiều cơ hội bồi dưỡng biểu hiện 2 và 4 của năng lực GQVĐTH.

Như vậy, trong quá trình thực hiện quy trình GQVĐTH để giải quyết một tình huống, vấn đề hay bài toán có nội dung thực tiễn, HS có cơ hội bồi dưỡng được tất cả các biểu hiện của năng lực GQVĐTH.

2.3. Dạy học nội dung “Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số” (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh ở Trường Trung học phổ thông Cần Thạnh, huyện Cần Giờ, Thành phố Hồ Chí Minh

Sau đây, chúng tôi minh họa quy trình giải bài toán đã đưa ra ở tiểu mục 2.2 trong thực nghiệm dạy học nội dung “GTLN và GTNN của hàm số” (Toán 12) cho HS lớp 12A2, Trường THPT Cần Thạnh thuộc, huyện Cần Giờ, TP. Hồ Chí Minh vào tháng 10/2024. Số HS tham gia thực nghiệm là 31, được chia thành 8 nhóm, 7 nhóm gồm 4 HS, riêng nhóm 8 có 3 HS. Thời gian thực nghiệm là 90 phút. Tiến trình dạy học chủ đề này bao gồm 3 hoạt động: Khám

phá khái niệm GTLN, GTNN của hàm số; Hình thành khái niệm GTLN, GTNN của hàm số; Củng cố kiến thức. Thông qua các hoạt động dạy học nhằm giúp HS biết vận dụng đầy đủ các bước của quy trình QGVĐTH vào giải bài toán thực tiễn, từ đó các em bồi dưỡng được các biểu hiện của năng lực QGVĐTH.

Hoạt động 1. Khám phá khái niệm “GTLN và GTNN của hàm số”.

Mục tiêu: Tạo cơ hội cho HS khám phá khái niệm GTLN, GTNN của hàm số từ yêu cầu tìm GTLN, GTNN của các đại lượng trong một bài toán thực tiễn.

Tiến trình của hoạt động 1: GV giao cho HS giải bài toán 1 sau:

Bài toán 1: Kính viễn vọng không gian Hubble được NASA (cơ quan không gian Hoa Kỳ) đưa vào vũ trụ vào ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery (xem hình 1). Vận tốc của tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ giây cho đến khi tên lửa được phóng đi tại thời điểm $t = 126$ giây, được cho bởi phương trình: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$ ($v(t)$ được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048m). Sử dụng mô hình này, em hãy ước tính GTLN, GTNN của gia tốc của tàu con thoi từ lúc cất cánh cho đến khi tên lửa được phóng đi. Kết quả được viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hai chữ số thập phân (Stewart, 2016).

GV tổ chức cho HS hoạt động theo nhóm để giải quyết vấn đề dựa trên quy trình QGVĐTH đã đề xuất như sau:

Bước 1: Tìm hiểu bài toán. GV yêu cầu các nhóm tìm hiểu bài toán để trả lời các câu hỏi: (1) Yêu cầu của bài toán là gì?; (2) Các dữ kiện nào cần thiết cho việc giải bài toán? (3) Phương trình của vận tốc tàu con thoi có thể được coi là phương trình của hàm số vận tốc theo biến số nào?; (4) Làm thế nào để tìm được phương trình gia tốc của tàu con thoi theo thời gian t , biết rằng kí hiệu của gia tốc là $a(t)$? (5) Ta có thể chuyển bài toán tìm GTLN, GTNN của gia tốc tàu con thoi thành bài toán nào? (Câu trả lời mong đợi: (1) Bài toán yêu cầu tìm GTLN, GTNN của gia tốc tàu con thoi; (2) Các dữ kiện cần thiết cho việc giải bài toán là phương trình biểu thị vận tốc của tàu con thoi theo thời gian t tại hai thời điểm $t = 0$ và $t = 126$; (3) Trong các dữ kiện đã cho, chưa có phương trình của gia tốc. Phương trình vận tốc của tàu con thoi có thể được coi là phương trình của hàm số vận tốc theo biến số thời gian t ; (4) Lấy đạo hàm hai vế của phương trình hàm số theo thời gian t , ta được phương trình của gia tốc theo thời gian t ; (5) Quy bài toán tìm GTLN, GTNN của gia tốc tàu con thoi thành bài toán tìm GTLN, GTNN của hàm số $a(t)$ theo biến số t).

Kết quả bài làm của các nhóm: Có 7 nhóm đưa ra các câu trả lời đúng; 01 nhóm không trả lời được hai câu hỏi 4 và 5 do không tìm được hàm gia tốc theo biến số t .

Bước 2: Tìm cách giải bài toán. GV yêu cầu các nhóm thực hiện các nhiệm vụ sau: (1) Tìm phương trình gia tốc tàu con thoi theo biến thời gian t ; (2) Phát biểu cách tìm GTLN, GTNN của hàm gia tốc theo biến t ; (3) Xác định điều kiện ràng buộc đối với vận tốc, gia tốc và thời gian t (Câu trả lời mong đợi: (1) HS tìm được phương trình gia tốc của tàu con thoi $a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61$; (2) HS phát biểu được rằng sẽ sử dụng đạo hàm để khảo sát sự biến thiên của hàm số, lập bảng biến thiên để tìm GTLN, GTNN của hàm gia tốc; (3) HS nêu được các đại lượng vận tốc, gia tốc và thời gian đều phải có giá trị dương, riêng thời gian t phải thỏa mãn điều kiện: $0 \leq t \leq 126$).

Kết quả bài làm của các nhóm: Có 7 nhóm đều trả lời đúng các câu hỏi của GV. Tuy nhiên, nhóm 8 còn lại đưa ra phương trình hàm $a(t)$ sai do lấy đạo hàm của hàm $v(t)$ không chính xác. Cụ thể, trong biểu thức của $a(t)$, nhóm 8 đã viết hệ số của t là -0,180058 thay vì phải là -0,18058 (xem hình 2).

GV nhận xét bài làm của các nhóm, đưa ra đáp án chính xác và hỗ trợ nhóm 8 chỉnh lại lỗi sai trong bài làm của nhóm mình.

Bước 3: Giải bài toán. GV yêu cầu các nhóm tìm GTLN, GTNN của hàm gia tốc.



Hình 1. Kính viễn vọng Hubble
(Nguồn: Stewart, 2016)

NHÓM 8

Trả lời 1: Phương trình gia tốc tàu con thoi theo biến thời gian t là:

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,180058t + 23,61$$

Trả lời 2: Cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số gia tốc theo biến t là: Tính đạo hàm, tìm giá trị nghiệm của đạo hàm, lập bảng biến thiên, sau đó so sánh các giá trị của gia tốc trên bảng biến thiên, kết luận.

Trả lời 3: Điều kiện đặt với vận tốc, gia tốc, thời gian t :

$$v(t) > 0, a(t) > 0, t \in [0; 126]$$

Hình 2. Bài làm sai của nhóm 8

Lời giải mong đợi: Lấy đạo hàm hai vế phương trình của vận tốc theo thời gian t : $a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61$ với $0 \leq t \leq 126$. Tìm đạo hàm của $a(t)$: $a'(t) = 0,007812t - 0,18058$. Khi đó, $a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{0,18058}{0,007812} \approx 23,12$. Các giá trị đặc biệt của $a(t)$: $a(0) = 23,61$; $a(23,12) = 21,52$; $a(126) = 62,87$.

Xét dấu của $a'(t)$ và lập bảng biến thiên của hàm $a(t)$ (xem bảng 1): GTLN của gia tốc là khoảng $62,87 \text{ ft/s}^2 \approx 19,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ và GTNN của gia tốc là $21,52 \text{ ft/s}^2 \approx 6,56 \text{ m/s}^2$.

Kết quả bài làm của HS: Có 7 nhóm đã giải đúng bài toán tìm GTLN, GTNN của hàm gia tốc bằng phương pháp khảo sát tính đơn điệu của hàm số gia tốc và lập bảng biến thiên. Nhóm 7 là nhóm duy nhất giải sai do tính giá trị của $a(t)$ không chính xác. GV yêu cầu nhóm 7 lên trình bày lời giải và giải thích cách làm của nhóm mình. Sau khi nhóm 7 trình bày, nhóm 4 có ý kiến cho rằng nhóm 7 đã tính giá trị của $a(t)$ không chính xác, cụ thể là $a(0) = 23,4$ (giá trị đúng là 23,61) và $a(23,12) = 25,5$ (giá trị đúng là thay vì 21,52) (xem hình 3). Sau đó, nhóm 4 giải thích cách làm của nhóm mình (xem hình 4). Nhóm 7 nhận ra lỗi sai và chỉnh sửa bài làm của nhóm mình.

Bước 4: Đánh giá, nghiên cứu sâu bài toán. GV lưu ý HS rằng để giải các bài toán thực tiễn về tìm GTLN, GTNN của một đại lượng nào đó, có thể quy bài toán đó về bài toán tìm GTLN, GTNN của hàm số gắn với đại lượng đó. Tuy nhiên, cần xác định các biến độc lập và biến phụ thuộc (chính là hàm số) cùng với các điều kiện ràng buộc. Mặt khác, để tìm GTLN, GTNN của hàm số, có thể sử dụng đạo hàm và lập bảng biến thiên để khảo sát sự biến thiên của hàm số đó.

Hoạt động 2. Hình thành khái niệm GTLN, GTNN của hàm số.

Mục tiêu: Tạo cơ hội cho HS tự hình thành khái niệm GTLN, GTNN của hàm số và các quy tắc tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một tập xác định là một khoảng, nửa khoảng, hay một đoạn.

Tiến trình dạy học: GV lưu ý cho HS, trong bảng biến thiên, đoạn giá trị $[0; 126]$ của biến t được gọi là tập xác định của hàm số $a(t)$; mọi giá trị của $a(t)$ trên tập xác định $[0; 126]$ đều lớn hơn hoặc bằng 21,52 và 21,52 được gọi là GTNN của hàm số $a(t)$; 21,52 là giá trị của hàm số $a(t)$ tại điểm $t = 23,12$; điểm $t = 23,12$ thuộc tập xác định của hàm số $a(t)$. Từ đó, GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa GTNN của hàm số, chỉnh sửa các phát biểu và đưa ra định nghĩa về GTNN của hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên tập D , kí hiệu là $M = \min_D f(x)$, nếu $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Bảng 1. Bảng biến thiên của hàm $a(t)$

t	0	23,12	126
$a'(t)$		- 0 +	
$a(t)$	23,61	21,52	62,87

NHÓM 7

Phương trình của gia tốc là :

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61, t \in [0; 126]$$

Tìm đạo hàm của $a(t)$: $a'(t) = 0,007812t - 0,18058$

Tìm nghiệm của $a'(t)$: $a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{0,18058}{0,007812} \approx 23,12$

Bảng biến thiên của hàm $a(t)$ là:

t	$-\infty$	0	23,12	126	$+\infty$
$a'(t)$			- 0 +		
$a(t)$		23,4	25,5	62,9	

Kết luận :

Giá trị lớn nhất của gia tốc là khoảng $62,9 \text{ ft/s}^2 \approx 19,17 \text{ m/s}^2$

Giá trị nhỏ nhất của gia tốc là khoảng $23,4 \text{ ft/s}^2 \approx 7,13 \text{ m/s}^2$

Hình 3. Bài làm sai của nhóm 7

NHÓM 4

Phương trình của gia tốc là :

$$a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t + 23,61$$

Điều kiện: $t \in [0; 126]$

Tìm đạo hàm của $a(t)$: $a'(t) = 0,007812t - 0,18058$

Tìm nghiệm của $a'(t)$: $a'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{0,18058}{0,007812}$

$$\approx 23,12$$

Bảng biến thiên của hàm $a(t)$

t	$-\infty$	0	23,12	126	$+\infty$
$a'(t)$			- 0 +		
$a(t)$		23,61	21,52	62,87	

Kết luận: Giá trị nhỏ nhất của gia tốc là khoảng $21,52 \text{ ft/s}^2 \approx 6,56 \text{ m/s}^2$ và giá trị lớn nhất của gia tốc là khoảng $62,87 \text{ ft/s}^2 \approx 19,16 \text{ m/s}^2$

Hình 4. Bài làm đúng của nhóm 4

Tương tự, GV lưu ý HS rằng trong bảng biến thiên, đoạn giá trị $[0; 126]$ của biến t được gọi là tập xác định của hàm số $a(t)$; mọi giá trị của $a(t)$ trên tập xác định $[0; 126]$ đều nhỏ hơn hoặc bằng 62,87 và 62,87 khi đó được gọi là GTLN của hàm số $a(t)$; trong đó 62,87 là giá trị của hàm số $a(t)$ tại điểm $t = 126$; điểm $t = 126$ thuộc tập xác định của hàm số $a(t)$. Từ đó, GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa GTLN của hàm số, chỉnh sửa (nếu cần) và đưa ra định nghĩa về GTLN của hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là GTLN của hàm số $y = f(x)$ trên tập D , kí hiệu là $M = \max_D f(x)$, nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

GV cần lưu ý cho HS rằng, ngoài phương pháp lập bảng biến thiên, ta có thể tìm GTLN, GTNN của hàm số trên tập xác định là một đoạn bằng quy tắc sau: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm trên $(a; b)$ (có thể trừ một số hữu hạn các điểm) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn các điểm trong $(a; b)$, ta có thể tìm GTLN và GTNN của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ theo các bước sau: - Bước 1: Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc khoảng $(a; b)$ mà tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại; - Bước 2: Tính $f(a); f(x_1); f(x_2); \dots; f(x_n); f(b)$; - Bước 3: Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được ở bước 2. Khi đó: $M = \max_{[a; b]} f(x)$, $m = \min_{[a; b]} f(x)$.

Hoạt động 3. Củng cố kiến thức.

Mục tiêu: Giúp HS củng cố kiến thức về GTLN, GTNN của hàm số. GV sẽ đưa ra hai bài toán thực tiễn để HS sử dụng phương pháp lập bảng biến thiên và quy tắc tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn để giải.

Tiến trình của hoạt động 3: GV phát cho HS phiếu học tập có bài toán 2 như sau:

Bài toán 2: Cho một bể chứa nước hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và chứa được 100m³ nước (xem hình 5). Mặt đáy của bể được làm từ vật liệu A với chi phí 700 000 đồng cho mỗi m², các mặt bên bể được làm với vật liệu B với chi phí 500 000 đồng cho mỗi m² và mặt trên được làm từ vật liệu C với chi phí 200 000 đồng cho mỗi m². Tìm kích thước của bể chứa nước để tiết kiệm chi phí nhất?

GV tổ chức cho HS hoạt động nhóm dựa trên các bước của quy trình giải một bài toán như sau:

Bước 1: Tìm hiểu bài toán. Bài toán yêu cầu tính độ dài ba cạnh của bể nước sao cho chi phí nhỏ nhất; các dữ kiện cần thiết cho việc giải bài toán là thể tích bể nước, chiều dài gấp 3 lần chiều rộng, chi phí của 3 loại vật liệu cho mỗi mét vuông. Ở bước này, 06 nhóm đều trả lời đúng, có 02 nhóm trả lời còn chưa đầy đủ và chính xác.

Bước 2: Tìm cách giải bài toán. HS học tập theo nhóm để vẽ hình hộp chữ nhật biểu diễn bể nước, trên đó có ghi các kí hiệu x, y, z lần lượt cho ba cạnh là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hình hộp; viết phương trình biểu diễn hàm số T là chi phí thiết kế bể nước theo 3 biến độc lập là x, y, z . Sau đó, GV hướng dẫn cho HS giải thích được rằng cần biến đổi hàm số T theo biến x bằng cách sử dụng các thông tin trong giả thiết và viết lại hàm số T theo biến x . Ở bước này, cả 8 nhóm đã trả lời đúng các câu hỏi của GV.

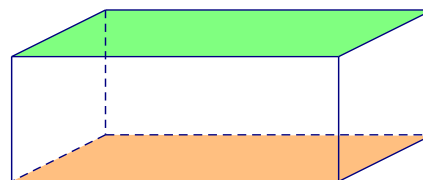
Bước 3: Giải bài toán. Sau khi nhận yêu cầu từ GV về tìm GTNN của hàm số T , các nhóm đã lấy đạo hàm của $T(x)$, tìm nghiệm của $T'(x) = 0$, lập bảng biến thiên của $T(x)$ và kết luận chi phí nhỏ nhất khi chiều rộng là 2,91 (m), chiều dài là 8,73 (m) và chiều cao là 3,94 (m). Kết quả là cả 8 nhóm đều giải đúng. GV gọi đại diện nhóm 8 lên bảng trình bày và giải thích cách làm của nhóm mình. Sau đó, GV đánh giá, tổng kết vấn đề.

Bước 4: Đánh giá, nghiên cứu sâu bài toán. GV lưu ý cho HS để tìm GTLN, GTNN của một đại lượng trong bài toán thực tiễn, ta xây dựng một hàm số gắn liền với đại lượng đó theo các biến liên quan. Dựa vào giả thiết về điều kiện ràng buộc của các biến để đưa hàm số về hàm một biến với điều kiện của biến số đó. Tiếp đó, tính đạo hàm, tìm nghiệm của đạo hàm và lập bảng biến thiên để xác định GTLN và GTNN của hàm số. Từ đó tìm được GTLN và GTNN của đại lượng cần tìm.

Để giúp HS nghiên cứu sâu giải pháp, GV giao cho HS giải bài toán 3:

Bài toán 3: Một công ty dầu khí muốn lắp đặt một đường ống dẫn khí đốt từ điểm A trên bờ biển đến điểm B trên một hòn đảo, biết điểm B cách bờ biển 6km. Gọi B' là một điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Đoạn bờ biển AB' là một đoạn thẳng có độ dài là 9km. Chi phí lắp đặt là 124 300 000 đồng/km cho đường ống nằm trên bờ và 323.245.000 đồng/km cho đường ống nằm dưới đáy biển. Tìm cách lắp đặt đường ống dẫn khí đốt sao cho chi phí lắp đặt là thấp nhất? (Evans et al., 2013).

Thông qua các bước của quy trình giải một bài toán, HS học tập theo nhóm để giải quyết vấn đề, qua đó giúp các em củng cố, khắc sâu kiến thức. GV lưu ý HS đối với những bài toán yêu cầu tìm cách thức lắp đặt hay xây dựng một công trình để chi phí thấp nhất, cần lập hàm số biểu thị chi phí ấy theo biến là độ dài khoảng cách tương thích



Hình 5. Hình mô phỏng bể nước
(Nguồn: Tác giả)

vị trí lắp đặt cần tìm. Nếu điều kiện ràng buộc của biến là thuộc một đoạn, ta không cần lập bảng biến thiên mà chỉ tính giá trị của hàm số tại các đầu mút và tại các nghiệm của phương trình đạo hàm thuộc đoạn đó. Sau đó, tìm GTLN và GTNN của hàm chỉ phí, tìm độ dài khoảng cách cần xác định và kết luận cho tình huống thực tế.

3. Kết luận

Kết quả nghiên cứu thực nghiệm dạy học nội dung “GTLN và GTNN của hàm số” (Toán 12) tại Trường THPT Cần Thạnh, huyện Cần Giờ, TP. Hồ Chí Minh cho thấy, các biểu hiện năng lực GQVĐTH của HS khi tham gia thực nghiệm phát triển dần qua từng bước của quy trình GQVĐTH đã đề xuất; HS đã tích cực tham gia giải quyết các nhiệm vụ do GV đưa ra, hứng thú khi tự khám phá phương pháp tìm GTLN, GTNN của hàm số. HS nhận thức được mối liên hệ giữa bài toán tìm phương án tối ưu trong thực tiễn và bài toán tìm GTLN, GTNN của hàm số. Các biểu hiện của năng lực GQVĐTH, bao gồm khả năng nhận diện vấn đề, xây dựng mô hình toán học, giải quyết bài toán và đánh giá kết quả đã được phát triển dần qua từng bước của quy trình được đề xuất. Tuy nhiên, nghiên cứu mới chỉ tập trung vào một nhóm HS tại một trường THPT cụ thể nên tính khái quát của kết quả nghiên cứu còn có những hạn chế; vì vậy cần có thêm các nghiên cứu trên diện rộng với nhiều đối tượng HS và địa bàn khác nhau để kiểm chứng tính hiệu quả của nghiên cứu.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đỗ Đức Thái (tổng chủ biên), Nguyễn Sơn Hà, Phạm Sỹ Nam, Vũ Đình Phụng, Nguyễn Thị Kim Sơn, Trần Quang Vinh (2020). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
- Evans, M., Brown, P., & Mathews, D. (2013). *Applications of differentiation - A guide for teachers (Years 11-12)*. Published by Education Services Australia.
- Mai Thị Thanh Huyền, Đinh Thành Tuấn (2022). Một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - tích phân” (Giải tích 12). *Tạp chí Giáo dục*, 22(22), 1-6.
- Niss, M. A. (2003). Quantitative literacy and mathematical competencies. In B. L. Madison, & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 215-220). National Council on Education and the Disciplines.
- Nguyễn Huy Thao, Nguyễn Ngọc Giang, Phạm Huyền Trang, Nguyễn Thị Nga, Dương Minh Tới (2024). Dạy học ứng dụng “định lý Sin” vào giải các bài toán thực tiễn nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 24(3), 19-23.
- Nguyễn Ngọc Hà, Nguyễn Văn Thái Bình (2020). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học trong dạy học giải phương trình bằng phương pháp vector ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, số đặc biệt kì 1 tháng 5, 98-104.
- Polya, G. (1997). *Giải một bài toán như thế nào?*. NXB Giáo dục.
- Phan Anh Tài (2014). *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học Toán lớp 11 trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
- Rajkumar, R., & Hema, G. (2019). Factors Affecting Mathematical Problem Solving Competence Of Undergraduate Students In Facing Competitive Examinations. *IMPACT: International Journal of Research in Humanities, Arts and Literature*, 7(2), 319-328.
- Stewart, J. (2016). *Calculus, Eighth Edition*. Brooks/Cole, CENGAGE Learning.