

DAY HỌC NỘI DUNG “THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT” (TOÁN 11) THEO HƯỚNG PHÁT TRIỂN TƯ DUY THỐNG KÊ CHO HỌC SINH

**Nguyễn Chí Thành¹,
Nguyễn Thị Lan Anh²,
Quách Thị Sen^{3,+}**

¹Trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội;

²Trường THPT Đoàn Thượng, thành phố Hải Phòng;

³Trường Đại học Dược Hà Nội

+ Tác giả liên hệ • Email: senqt@hup.edu.vn

Article history

Received: 09/6/2025

Accepted: 03/7/2025

Published: 05/8/2025

Keywords

Statistics and Probability,
statistical thinking, Math 11,
students

ABSTRACT

Statistics and Probability are one of the difficult topics in the 2018 General Education Curriculum for Mathematics. If students do not clearly understand the nature of the problem, they will make many mistakes leading to incorrect decisions in practice. Moreover, lack of understanding of statistics and probability can cause difficulty for students in solving math problems and applying them in practice, especially when required to make decisions based on random or uncertain information. The study has systematized the concept of statistical thinking, presented the manifestations of statistical thinking in teaching the content “Statistics and Probability” (Math 11); thereby proposing 3 measures to teach this content with the aim of developing students’ statistical thinking. It’s advisable that teachers flexibly apply active teaching methods, and regularly evaluate and adjust teaching measures to ensure suitability and effectiveness.

1. Mở đầu

Trong bối cảnh hiện nay, ngành Giáo dục đang thực hiện đổi mới toàn diện nhằm đào tạo nguồn nhân lực chất lượng cao, phù hợp với yêu cầu phát triển của xã hội. Mục tiêu của giáo dục Việt Nam không chỉ cung cấp kiến thức, kỹ năng, mà còn đặc biệt chú trọng hình thành và phát triển tư duy, năng lực cho HS. Ở THPT, “Thống kê và Xác suất” là một nội dung trọng tâm, có nhiều cơ hội phát triển tư duy thống kê (TDTK) cho HS. Thống kê là lĩnh vực khoa học đem lại nhiều giá trị tích cực cho cuộc sống hằng ngày, là công cụ rất hữu ích cho nhiều ngành khoa học khác (Lê Thị Hoài Châu và Nguyễn Trường Sinh, 2022). Nhờ có thống kê, chúng ta có thể phân tích dữ liệu để ra quyết định chính xác hơn. Trong nghiên cứu khoa học, thống kê hỗ trợ thiết kế thí nghiệm và rút ra kết luận có giá trị. Trong kinh doanh, doanh nghiệp sử dụng thống kê để hiểu thị trường và khách hàng, từ đó tối ưu hóa chiến lược tiếp thị và tăng trưởng doanh thu. Trong lĩnh vực y tế công cộng, thống kê theo dõi dịch bệnh và đánh giá biện pháp can thiệp. Tuy nhiên, Thống kê và Xác suất là nội dung khó trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, bởi nếu HS không hiểu rõ bản chất sẽ có những nhầm lẫn khi phân tích dữ liệu và dẫn đến những quyết định sai lầm trong thực tế. Hơn nữa, sự thiếu hiểu biết về thống kê và xác suất có thể khiến HS gặp khó khăn trong quá trình giải các bài tập và ứng dụng vào thực tế, đặc biệt là khi phải đưa ra quyết định dựa trên các thông tin ngẫu nhiên hoặc không chắc chắn.

“Thống kê và Xác suất” là một trong ba mạch kiến thức cốt lõi trong giáo dục toán học ở phổ thông (Bộ GD-ĐT, 2018); giúp HS biết vận dụng TDTK trong phân tích dữ liệu. Khi có TDTK, HS không chỉ dừng lại ở việc tính toán số liệu mà còn biết cách phân tích, đánh giá dữ liệu để đưa ra kết luận hợp lý, từ đó áp dụng vào các lĩnh vực trong thực tế như kinh tế, khoa học hay xã hội. Thay vì dựa vào cảm tính hay kinh nghiệm chủ quan, HS sẽ biết cách sử dụng dữ liệu làm cơ sở để đánh giá một vấn đề, xác định xu hướng, dự báo và đưa ra lựa chọn phù hợp. Tuy nhiên, hiện nay chưa có nhiều nghiên cứu trình bày tường minh những biểu hiện của TDTK, đặc biệt là đi sâu vào TDTK trong dạy học một nội dung cụ thể ở phổ thông. Do vậy, trong bài báo này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận làm rõ khái niệm TDTK và các biểu hiện của TDTK trong dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11), từ đó đề xuất một số biện pháp phát triển tư duy này cho HS.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số vấn đề lý luận

2.1.1. Tư duy thống kê

Theo Moore (1998), TDTK là một kiểu của suy luận độc lập, cơ bản, tổng quát về dữ liệu, sự biến thiên và ngẫu nhiên. Theo Trần Đức Chiên (2007), TDTK tập trung vào việc nhận thức và vận dụng quy luật thống kê biểu thị mối liên hệ giữa “chất” và “lượng” trong các hiện tượng ngẫu nhiên. Trong khi đó, Hoàng Nam Hải (2013) lại tập trung vào việc phản ánh các thuộc tính bản chất và mối quan hệ có tính quy luật của sự vật, hiện tượng thông qua dữ liệu đại diện. Quan điểm này cho phép sử dụng dữ liệu thống kê như một công cụ quan trọng để phân tích và nhận diện các quy luật ẩn sâu trong tổng thể nghiên cứu. Theo Quách Thị Sen (2019), TDTK giúp người học nhận thức được sự tồn tại của các sự vật và hiện tượng xung quanh, kiểm soát sự biến thiên, tìm ra nguyên nhân, nguồn gốc của các sự vật và hiện tượng, từ đó đưa ra phương án khắc phục những khó khăn hoặc phát triển các tiềm năng. Theo Phạm Thế Quân và Trần Trung (2023), TDTK là khả năng hiểu bản chất và quy trình của điều tra thống kê, sử dụng mô hình để biểu diễn hiện tượng ngẫu nhiên, đánh giá xác suất và vận dụng suy luận thống kê đúng lúc, đúng cách, phân tích dữ liệu trong bối cảnh cụ thể và đưa ra kết luận dựa trên bằng chứng, hướng tới việc giải quyết hiệu quả các vấn đề thực tiễn. Theo Hasim và cộng sự (2024), TDTK được hiểu là cấp độ phát triển của tư duy của HS trong thống kê, gồm 4 quá trình chính: mô tả, tổ chức và phân loại, biểu diễn, phân tích và diễn giải dữ liệu.

Từ các quan điểm trên, theo chúng tôi TDTK là một quá trình nhận thức phức tạp, bao gồm việc hiểu, phân tích và sử dụng dữ liệu thống kê trong việc giải quyết vấn đề hoặc đưa ra quyết định, đòi hỏi không chỉ kỹ năng xử lý dữ liệu mà còn ở khả năng suy luận, diễn giải và kết nối thông tin trong bối cảnh cụ thể.

2.1.2. Biểu hiện của tư duy thống kê

Theo nghiên cứu của Groth (2003), quá trình TDTK được tổ chức thành năm bước, với mỗi bước phản ánh các giai đoạn nhận thức mà HS phải trải qua khi làm việc với dữ liệu thống kê, gồm: (1) Mô tả dữ liệu; (2) Tổ chức và thu gọn dữ liệu; (3) Biểu diễn dữ liệu; (4) Phân tích dữ liệu; (5) Thu thập dữ liệu.

Căn cứ vào quá trình TDTK của Groth (2003), chúng tôi đề xuất các biểu hiện của TDTK của HS THPT như sau: (1) Mô tả được dữ liệu: Biểu hiện qua việc hiểu và sử dụng thông tin thể hiện trong bảng số liệu, đồ thị, biểu đồ để làm cơ sở cho nhận định, có khả năng mô tả dữ liệu; sử dụng được các đại lượng thống kê phù hợp (trung bình, trung vị,...) để mô tả đặc điểm của dữ liệu, biết sử dụng bảng biểu, đồ thị phù hợp với từng loại dữ liệu; (2) Có khả năng tổ chức và thu gọn dữ liệu: Thể hiện ở việc sắp xếp, phân loại, nhóm, rút gọn và làm nổi bật thông tin cốt lõi từ dữ liệu thô để phục vụ mục đích nhận thức hoặc giải quyết vấn đề; (3) Lựa chọn và sử dụng được các hình thức biểu diễn dữ liệu: Thể hiện qua việc biết chọn và vẽ biểu đồ phù hợp với dữ liệu, giải thích được biểu đồ sau khi vẽ hình. Dữ liệu được trình bày bằng các hình thức trực quan, dễ hiểu nhằm minh họa mối quan hệ, xu hướng hoặc đặc điểm nổi bật; (4) Phân tích, suy luận và đưa ra kết luận từ dữ liệu: Bao gồm việc so sánh, phát hiện xu hướng, xác định mối quan hệ giữa các biến, đưa ra dự đoán hoặc quyết định dựa trên dữ liệu; (5) Có khả năng xây dựng câu hỏi và thiết kế quy trình thu thập dữ liệu: Biểu hiện qua việc xác định nhu cầu thu thập dữ liệu, lựa chọn phương pháp thu thập thích hợp và đánh giá tính phù hợp, tin cậy của dữ liệu thu được.

2.2. Biểu hiện của tư duy thống kê trong dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11)

Căn cứ vào yêu cầu cần đạt của nội dung “Thống kê và Xác suất” trong chương trình Toán 11, chúng tôi đề xuất các biểu hiện của TDTK trong dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11) như sau (xem bảng 1):

Bảng 1. Các biểu hiện của TDTK trong dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11)

Nội dung	Biểu hiện	Mức độ biểu hiện		
		Mức 1	Mức 2	Mức 3
Mẫu số liệu ghép nhóm	Có khả năng thu thập và tổng hợp dữ liệu (BH1)	Không biết thu thập dữ liệu, không có khả năng tổng hợp dữ liệu, không nhận thức được nhu cầu sử dụng dữ liệu	Biết cách thu thập dữ liệu nhưng chọn nguồn dữ liệu hoặc tổng hợp chưa hợp lý với nhu cầu, chưa chính xác	Thu thập dữ liệu với nguồn và công cụ hợp lý, tổng hợp dữ liệu khoa học, chính xác
	Có khả năng tổ chức và biểu diễn dữ liệu (BH2)	Không có khả năng tổ chức, biểu diễn dữ liệu	Có khả năng tổ chức, biểu diễn dữ liệu nhưng chưa phù hợp với mục tiêu phân tích	Có khả năng tổ chức, biểu diễn dữ liệu phù hợp với mục tiêu phân tích
	Có khả năng mô tả thông tin từ biểu diễn dữ liệu (BH3)	Không có khả năng mô tả các thông tin từ biểu diễn dữ liệu (như cỡ mẫu, số nhóm, tần số, tần số tích lũy của các nhóm,...) một cách chính xác	Có khả năng mô tả các thông tin từ biểu diễn dữ liệu nhưng còn chưa hoàn toàn chính xác, chưa có khả năng đánh giá, nhận xét	Có khả năng mô tả chính xác các thông tin từ biểu diễn dữ liệu và đưa ra những đánh giá, phân tích hay dự đoán từ thông tin đó

Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm	Có khả năng tính và hiểu ý nghĩa số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (BH4)	Không biết tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, không hiểu ý nghĩa của số trung bình	- Lập được bảng giá trị đại diện - Viết được công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm nhưng không có khả năng áp dụng vào bài toán cụ thể hoặc tính toán còn dễ sai sót, không hiểu rõ ý nghĩa của số trung bình	- Lập được bảng giá trị đại diện - Có khả năng tính toán chính xác số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm - Diễn giải được ý nghĩa của số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm
	Có khả năng tính và hiểu ý nghĩa số trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (BH5)	Không biết tính trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, không hiểu ý nghĩa của trung vị, tứ phân vị	Xác định được nhóm chứa trung vị, tứ phân vị, viết được công thức tính trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhưng không có khả năng áp dụng vào bài toán cụ thể hoặc tính toán còn dễ sai sót	- Xác định được nhóm chứa trung vị, tứ phân vị - Có khả năng tính toán chính xác trung vị, tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, diễn giải được ý nghĩa của trung vị, tứ phân vị mẫu số liệu ghép nhóm
	Có khả năng tính toán và hiểu ý nghĩa một của mẫu số liệu ghép nhóm (BH6)	Không biết tính một của mẫu số liệu ghép nhóm, không hiểu ý nghĩa của một	Xác định được nhóm chứa một, viết được công thức tính một của mẫu số liệu ghép nhóm nhưng không có khả năng áp dụng vào bài toán cụ thể hoặc tính toán còn dễ sai sót	- Xác định được nhóm chứa một - Có khả năng tính toán chính xác một của mẫu số liệu ghép nhóm, diễn giải được ý nghĩa của một của mẫu số liệu ghép nhóm
	Có khả năng giải quyết các vấn đề thực tiễn đặt ra từ dữ liệu (BH7)	Không xác định được rõ ràng vấn đề thực tiễn, không liên kết được vấn đề thực tiễn với kiến thức thống kê	Xác định được vấn đề thực tiễn đặt ra có liên quan đến kiến thức nào của thống kê, tuy nhiên chưa có khả năng đưa ra phương án giải quyết triệt để	- Liên hệ được vấn đề thực tiễn với kiến thức thống kê - Giải quyết vấn đề trong mô hình thống kê, từ đó diễn giải, kết luận vấn đề thực tiễn ban đầu
Mối liên hệ giữa Thống kê và Xác suất	Có khả năng nhận diện, tính và diễn giải, so sánh xác suất dựa trên dữ liệu thống kê (BH8)	Không có khả năng nhận diện và tính toán xác suất từ dữ liệu một cách chính xác	Biết nhận diện và tính xác suất từ dữ liệu, có thể đưa ra diễn giải nhưng chưa hợp lý	Biết nhận diện, tính xác suất từ dữ liệu, có khả năng đưa ra diễn giải, so sánh, đồng thời giải thích được nguyên nhân của sự chênh lệch
	Có khả năng dự đoán số liệu dựa trên xác suất (BH9)	Không biết sử dụng xác suất để dự đoán cho tổng thể lớn hơn, không có khả năng kiểm tra tính hợp lý của dự đoán	Biết sử dụng xác suất để dự đoán cho tổng thể lớn hơn nhưng chưa hợp lý, chưa có khả năng phân tích nguyên nhân nếu có sai lệch	Biết sử dụng xác suất để dự đoán cho tổng thể một cách hợp lý, biết phân tích nguyên nhân sai lệch giữa dự đoán và thực tế

2.3. Một số biện pháp dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11) theo hướng phát triển tư duy thống kê

2.3.1. Phát triển tư duy thống kê cho học sinh thông qua thực hiện tính và giải thích ý nghĩa của các số đặc trưng

* **Mục đích của biện pháp:** Việc tính toán các số đặc trưng đóng vai trò quan trọng trong quá trình phân tích dữ liệu, là cơ sở để đưa ra những nhận định và dự đoán tính chất của dữ liệu. Khi tính các số đặc trưng, HS có cái nhìn rõ hơn về sự phân bố của dữ liệu, có thể so sánh hai mẫu số liệu, từ đó đưa ra nhận định hợp lý. Biện pháp này giúp HS phát triển TDTK thông qua quá trình xác định các số đặc trưng và diễn giải ý nghĩa của chúng (BH4, BH5, BH6).

* **Cách thức thực hiện biện pháp:** Trong nội dung chương trình môn Toán lớp 11, HS cần tìm các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm, bao gồm số trung bình, trung vị, tứ phân vị và một. Để phát triển TDTK thông qua hoạt động thực hiện tính các số đặc trưng và giải thích ý nghĩa của các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm, chúng tôi đề xuất quy trình thực hiện biện pháp này gồm các bước sau:

Bước 1: Xác định yêu cầu của bài toán. HS tính được các số đặc trưng, giải thích được ý nghĩa của số đặc trưng, đưa ra nhận xét, so sánh (nếu cần). Ở bước này, HS cần xác định được đề bài yêu cầu tính những số đặc trưng nào, có thêm yêu cầu gì khác hay không.

Bước 2: Tính các số đặc trưng. Đối với mẫu số liệu ghép nhóm, việc tính toán các số đặc trưng đo xu thế trung tâm đòi hỏi HS phải xử lý dữ liệu theo từng lớp giá trị (nửa khoảng) thay vì từng số liệu riêng lẻ. Về khả năng tính số

trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (BH4), HS có thể lập bảng giá trị đại diện, viết công thức tính số trung bình và thực hiện phép tính chính xác. Về khả năng tính một của mẫu số liệu ghép nhóm (BH6), HS biết cách xác định nhóm chứa một, tính giá trị một chính xác và giải thích ý nghĩa của một trong thực tiễn.

Bước 3: Giải thích ý nghĩa của các số đặc trưng. GV cần tổ chức các hoạt động phù hợp để giúp HS không chỉ biết xác định số đặc trưng mà còn có thể diễn giải các số liệu trong bối cảnh thực tế. Việc nắm rõ ý nghĩa của từng số đặc trưng giúp HS có khả năng nhận định, suy luận và liên hệ chúng với thực tế.

Ví dụ 1: Thống kê lại thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện trong biểu đồ dưới đây. Hãy so sánh thu nhập của nhân viên hai công ty theo số trung bình và một của mẫu số liệu ghép nhóm (Trần Đức Huyền và cộng sự, 2023).

Bước 1: Xác định yêu cầu của bài toán. GV cần tính số trung bình và một của 2 mẫu số liệu. So sánh thu nhập của nhân viên hai công ty. Ở bước này, HS cần xác định được đề bài yêu cầu tính các số đặc trưng nào, có thêm yêu cầu gì khác hay không (như so sánh, nhận xét,...). Việc xác định chính xác yêu cầu của bài toán sẽ là nền tảng để phát triển TDTK cho HS ở các bước tiếp theo.



Biểu đồ 1. Thu nhập hàng tháng của nhân viên công ty A và B

Bước 2: Tính các số đặc trưng. Dữ liệu của bài toán được cho dưới dạng biểu đồ cột, vậy nên trước hết TDTK của HS biểu hiện ở bước này là thông qua khả năng đọc hiểu các thông tin từ dữ liệu thống kê (BH2, BH3). Từ biểu đồ đã cho, HS tổ chức lại dữ liệu bằng cách lập bảng thống kê thu nhập của nhân viên hai công ty dưới dạng bảng tần số ghép nhóm như sau (xem bảng 2):

Bảng 2. Bảng tần số ghép nhóm thống kê thu nhập nhân viên công ty A và B

Thu nhập (đơn vị: triệu đồng)	Giá trị đại diện	Số nhân viên công ty A	Số nhân viên công ty B
[5; 9)	7	12	16
[9; 13)	11	45	40
[13; 17)	15	16	29
[17; 21)	19	14	15
[21; 25)	23	7	12

Tiếp theo, TDTK sẽ được biểu hiện thông qua khả năng tính toán các số đặc trưng, cụ thể ở đây là số trung bình và một (BH4, BH6). Ở mức 1, HS sẽ không tính được các con số này, có thể do không ghi nhớ công thức, không có khả năng hiểu cách tính; ở mức 2, HS có thể viết được công thức tính toán, tuy nhiên kết quả có thể chưa chính xác. Mức độ cao nhất HS đạt được là tính các số đặc trưng một cách chính xác, biết cách thực hiện một số phép so sánh hay diễn giải (mức 3).

Câu trả lời mong đợi từ HS: Số trung bình thu nhập trong một tháng của nhân viên công ty A là:

$$\bar{x}_A = \frac{12 \cdot 7 + 45 \cdot 11 + 16 \cdot 15 + 14 \cdot 19 + 7 \cdot 23}{94} \approx 13,26 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số trung bình thu nhập trong một tháng của nhân viên công ty B là:

$$\bar{x}_B = \frac{16 \cdot 7 + 40 \cdot 11 + 29 \cdot 15 + 15 \cdot 19 + 12 \cdot 23}{112} \approx 13,82 \text{ (triệu đồng)}.$$

Ta ước lượng một của thu nhập của nhân viên công ty A: Nhóm chứa một của mẫu số liệu là nhóm [9; 13); một của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$M_o(A) = 9 + \frac{45 - 12}{(45 - 12) + (45 - 16)} \cdot 4 = \frac{345}{31} \approx 11,13.$$

Ta ước lượng một của thu nhập của nhân viên công ty B: Nhóm một của mẫu số liệu là nhóm [9; 13) .

$$\text{Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: } M_o(B) = 9 + \frac{40 - 16}{(40 - 16) + (40 - 29)} \cdot 4 = \frac{411}{35} \approx 11,74.$$

Bước 3: Giải thích ý nghĩa của số đặc trưng. Ở bước này, HS thực hiện thao tác so sánh giữa hai mẫu số liệu để đưa ra nhận xét (BH4, BH6). HS nhận thấy nếu so sánh theo số trung bình hay mốt của mẫu số liệu ghép nhóm thì thu nhập của nhân viên công ty A đều thấp hơn thu nhập của nhân viên công ty B. TDTK có thể được phát triển rõ ràng hơn khi GV yêu cầu HS lựa chọn số đặc trưng nào sẽ đại diện tốt hơn khi cần so sánh thu nhập của nhân viên 2 công ty. Trong tình huống này, HS cần tư duy về ý nghĩa của số đặc trưng, từ đó nhận thấy số trung bình sẽ là lựa chọn hợp lý bởi nó đại diện cho giá trị trung tâm của cả mẫu số liệu, thay vì chỉ tập trung vào mức thu nhập phổ biến nhất.

Thông qua ví dụ 1, HS được phát triển TDTK ở khả năng đọc được những thông tin cơ bản từ biểu đồ đã cho và lập bảng tần số ghép nhóm (BH2, BH3), tính toán và giải thích được ý nghĩa của số trung bình và mốt, đưa ra nhận xét và so sánh (BH4, BH6).

2.3.2. Phát triển tư duy thống kê cho học sinh thông qua dạy học mối liên hệ giữa Thống kê và Xác suất

*** Mục đích của biện pháp:** Giúp HS không chỉ hiểu sâu hơn mạch kiến thức Thống kê và Xác suất mà còn nhận thấy mối liên hệ chặt chẽ giữa chúng, từ đó phát triển được TDTK một cách toàn diện (BH8, BH9). Dạy học theo hướng liên kết giữa Thống kê và Xác suất không chỉ giúp HS hiểu sâu hơn về từng nội dung mà còn phát triển TDTK cho HS một cách tự nhiên và có hệ thống.

*** Cách thức thực hiện biện pháp:** Dữ liệu thống kê giúp HS xác định xác suất thực nghiệm của một sự kiện, trong khi xác suất lý thuyết có thể được kiểm chứng thông qua thống kê thực tế; các em nhận ra rằng, các chỉ số thống kê như tần suất, tỉ lệ phần trăm có thể được sử dụng để ước lượng xác suất thực nghiệm. GV có thể thực hiện biện pháp theo quy trình gồm các bước sau:

Bước 1: Nhận diện yếu tố xác suất trong dữ liệu thống kê. GV cung cấp bảng số liệu thống kê có sẵn, chẳng hạn như: điểm môn Toán của một lớp học, số lượng sản phẩm đạt chuẩn và không đạt chuẩn trong một lô hàng,...; sau đó hướng dẫn, hỗ trợ HS xác định các sự kiện có thể xảy ra và đặt câu hỏi liên quan đến xác suất.

Bước 2: Tính xác suất dựa trên dữ liệu thống kê và so sánh, diễn giải. HS sử dụng công thức xác suất để tính xác suất dựa trên dữ liệu thống kê: $P(A) = \frac{n(A)}{n - \Omega}$ và đưa ra diễn giải với $n(A)$ là số phần tử của biến cố A , $n - \Omega$ là

số phần tử của không gian mẫu. Sau đó, GV cho HS so sánh xác suất giữa các nhóm khác nhau trong dữ liệu, từ đó nhận xét sự chênh lệch giữa các nhóm và giải thích nguyên nhân.

Bước 3: Dự đoán dữ liệu mới bằng xác suất. HS sử dụng xác suất để ước lượng số liệu mới, kiểm tra tính hợp lý của dự đoán bằng cách so sánh với dữ liệu thực tế.

Ví dụ 2: Một trường THPT muốn xét học bổng cho HS dựa trên kết quả học tập, Ban Giám hiệu cần tìm hiểu tỉ lệ HS đạt học bổng trong từng khối lớp để đưa ra dự kiến cho năm học tiếp theo. Dữ liệu thống kê của năm nay (xem bảng 2):

Bảng 2. Số HS đạt học bổng theo khối

Khối lớp	Tổng số HS	Số HS đạt học bổng
10	300	90
11	280	84
12	320	128

Dựa vào bảng số liệu, hãy tính xác suất và đưa ra nhận định về tình hình xét học bổng của HS trong trường trong năm tiếp theo.

Bước 1: HS nhận diện yếu tố xác suất trong dữ liệu thống kê. GV yêu cầu HS quan sát bảng thống kê và xác định các sự kiện có thể xảy ra. GV có thể gợi ý qua một số câu hỏi: (1) Nếu chọn ngẫu nhiên một HS trong toàn trường, xác suất em đó đạt học bổng là bao nhiêu?; (2) Xác suất để HS đạt học bổng thuộc khối 12 cao hơn khối 10 hay không?

TDTK của HS có thể xuất phát từ việc nhận diện được các nhóm HS trong bảng dữ liệu, tuy nhiên chưa có khả năng đưa ra những nhận định, đặt vấn đề liên quan đến xác suất (mức 1), cho đến có khả năng đặt câu hỏi xác suất từ dữ liệu thống kê (mức 2) và nâng cao hơn nữa là đặt được những câu hỏi mang tính suy luận từ dữ liệu và hướng đến vấn đề đặt ra (mức 3).

Bước 2: Tính xác suất dựa trên dữ liệu thống kê và so sánh, diễn giải. GV hướng dẫn HS sử dụng công thức để tính xác suất của các sự kiện: Xác suất chọn một HS bất kì đạt học bổng: $P(A) = \frac{90 + 84 + 128}{300 + 280 + 320} \approx 0,336$; xác

suất chọn một HS khối 12 đạt học bổng: $P(A_{12}) = \frac{128}{320} = 0,4$.

HS có biểu hiện TDTK thông qua việc tính toán xác suất từ dữ liệu. Ở mức 1, HS không có khả năng sử dụng công thức xác suất để tính toán, chẳng hạn như xác suất chọn ngẫu nhiên một HS bất kì đạt học bổng. Ở mức 2, HS có thể tính được xác suất, tuy nhiên chưa có khả năng diễn giải kết quả, chẳng hạn như xác suất là 0,336 cho thấy cứ khoảng 100 HS thì có 33 hoặc 34 em đạt học bổng. Đến mức 3, HS không chỉ biết tính toán và diễn giải mà còn kiểm tra được tính hợp lý của kết quả.

Bước 3: Dự đoán dữ liệu mới bằng xác suất. HS sử dụng xác suất để dự đoán số HS đạt học bổng trong năm tiếp theo. Ở bước này, HS sẽ tư duy, suy luận, sử dụng xác suất để dự đoán cho một tổng thể lớn hơn (BH9).

Giả sử năm sau trường có 1000 HS, có thể dự đoán số HS đạt học bổng: $1000 \cdot 0,336 = 336$ HS. Sau đó, biểu hiện TDTK của HS sẽ được rèn luyện ở mức độ cao hơn khi HS có thể kiểm tra tính hợp lý của dự đoán bằng cách so sánh với dữ liệu các năm trước. HS với TDTK ở mức 1 có thể sử dụng xác suất để dự đoán số HS đạt học bổng trong năm tới. Ở mức 2, HS có thể kiểm tra tính hợp lý của dự đoán bằng cách so sánh với dữ liệu các năm trước. Tuy nhiên, HS vẫn có thể gặp khó khăn trong việc xác định nguyên nhân nếu có sự sai lệch giữa dự đoán và thực tế. Đến mức 3, HS không chỉ kiểm tra mà còn biết phân tích nguyên nhân sai lệch.

3. Kết luận

Bài báo đã đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm nâng cao hiệu quả dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” (Toán 11). Kết quả nghiên cứu cho thấy, việc tổ chức dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” theo hướng phát triển TDTK cho HS lớp 11 nhằm góp phần tạo ra sự chuyển biến tích cực trong nhận thức và thái độ học tập, nâng cao chất lượng dạy học, hỗ trợ phát triển toàn diện các năng lực toán học cho HS. Thông qua việc rèn luyện các kỹ năng như thu thập, xử lý, phân tích và diễn giải dữ liệu, HS hiểu sâu sắc hơn bản chất của kiến thức, biết vận dụng linh hoạt vào tình huống thực tiễn, nâng cao hứng thú học tập và chủ động trong quá trình học tập, phát triển TDTK một cách hiệu quả và bền vững. Tuy nhiên, nghiên cứu chưa đánh giá sâu hiệu quả của từng biện pháp trong thực tiễn giảng dạy. Do đó, các nghiên cứu tiếp theo cần mở rộng phạm vi thực nghiệm, phát triển hệ thống công cụ đánh giá TDTK và khai thác sâu hơn vai trò của một số công nghệ trong quá trình dạy học nội dung “Thống kê và Xác suất” ở THPT.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Groth, R. E. (2003). *Development of a high school statistical thinking framework*. Doctoral dissertation, Department of Mathematics, Illinois State University, USA.
- Hasim, S. M., Rosli, R., & Halim, L. (2024). A quantitative case study of secondary school students' level of statistical thinking. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(2), 2421.
- Hoàng Nam Hải (2013). *Phát triển năng lực suy luận thống kê cho sinh viên cao đẳng chuyên nghiệp*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
- Lê Thị Hoài Châu, Nguyễn Trường Sinh (2022). Sự khác biệt giữa tư duy thống kê và tư duy toán học trong dạy học Toán. *Tạp chí Khoa học Công nghệ và Thực phẩm*, 23(2), 118-126.
- Moore, D. S. (1998). Statistics among the liberal arts. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444), 1253-1259.
- Phạm Thế Quân, Trần Trung (2023). Phát triển năng lực suy luận thống kê cho học sinh trung học phổ thông qua các bài toán có nội dung thực tiễn. *Tạp chí Giáo dục*, 23(6), 1-6.
- Quách Thị Sen (2019). Phát triển tư duy thống kê cho sinh viên trong dạy học Toán - Thống kê Y Dược ở các trường đại học ngành Dược. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 14, 29-33.
- Trần Đức Chiên (2007). *Rèn luyện tư duy thống kê cho học sinh trong dạy học Thống kê - Xác suất ở môn Toán trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Chiến lược và Chương trình Giáo dục.
- Trần Đức Huyền, Nguyễn Thành Anh (đồng chủ biên), Ngô Hoàng Long, Phạm Hoàng Quân, Phạm Thị Thu Thủy (2023). *Bài tập Toán 11 (tập 1) - bộ Chân trời sáng tạo*. NXB Giáo dục Việt Nam.