

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY VÀ LẬP LUẬN TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC” (TOÁN 10)

Phạm Văn Quý^{1,+},
Nguyễn Thanh Hưng²

¹Trường THPT Hùng Vương, phường Bình Phước, tỉnh Đồng Nai;

²Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng

+ Tác giả liên hệ • Email: phamvanquycqt@gmail.com

Article history

Received: 06/10/2025

Accepted: 29/10/2025

Published: 05/12/2025

Keywords

Trigonometric ratios in triangles, students, mathematical thinking and reasoning ability, Math 10

ABSTRACT

In the context of the current general education reform, developing students' mathematical thinking and reasoning competencies is considered a key mission to improve the quality of teaching mathematics. This ability not only helps students deeply understand the nature of knowledge but also forms the ability to think logically, critically and creatively in problem solving. The study proposes three measures to develop students' mathematical thinking and reasoning abilities in teaching the topic “Triangle relations” (Mathematics 10). In the teaching process, teachers need to flexibly apply the proposed measures to accommodate student's characteristics, level and learning interests; encourage them to actively observe, analyze and present solutions to problems according to their understanding; ultimately forming logical thinking and reasoning competencies and know how to compare, analyze, generalize and flexibly apply triangle relations to solve mathematical problems as well as practical problems.

1. Mở đầu

Một trong những mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 là phát triển năng lực toán học cho HS, bao gồm: năng lực tư duy và lập luận toán học (TD&LLTH); năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học và năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Do vậy, năng lực TD&LLTH là một trong năm năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS phổ thông, phù hợp với định hướng đổi mới giáo dục.

Trong những năm gần đây, ở Việt Nam đã có nhiều công trình nghiên cứu về năng lực TD&LLTH. Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023) đã đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực TD&LLTH cho HS trong dạy học chủ đề Khối đa diện (Toán 12). Phạm Thị Kim Châu và Nguyễn Văn Bé (2023) đề cập dạy học chủ đề “Số và phép tính” trong chương trình Toán 5 theo hướng phát triển năng lực TD&LLTH cho HS. Đỗ Văn Hùng và Nguyễn Quyết Chiến (2023) đã đề xuất 3 biện pháp phát triển năng lực TD&LLTH cho HS trong dạy học các dạng toán chuyển động đều (Toán 5). Phạm Huyền Trang và cộng sự (2023) đã đề xuất một quy trình dạy học giải toán nhằm phát triển năng lực TD&LLTH cho HS và minh họa quy trình này trong dạy học nội dung “Giảm một số” (Toán 3)... Tuy nhiên, vẫn cần có những nghiên cứu sâu hơn về việc phát triển năng lực TD&LLTH với từng nội dung cụ thể để nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở phổ thông, đáp ứng mục tiêu phát triển năng lực cho người học. Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu lí luận để phân tích, tổng hợp các công trình nghiên cứu, làm rõ cơ sở lí luận và các khái niệm trọng tâm như “năng lực” và “năng lực TD&LLTH”, biểu hiện của năng lực TD&LLTH của HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10); tiếp đó đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực này cho HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10).

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số vấn đề lí luận

2.1.1. Năng lực tư duy và lập luận toán học

Năng lực TD&LLTH là năng lực thực hiện được các thao tác tư duy như: so sánh, phân tích, tổng hợp, đặc biệt hóa, khái quát, tương tự, quy nạp, diễn dịch; chỉ ra được chứng cứ, lí lẽ và biết lập luận hợp lí trước khi kết luận; giải thích hoặc điều chỉnh được cách thức giải quyết vấn đề về phương diện toán học (Bộ GD-ĐT, 2018). Năng lực TD&LLTH của HS được thể hiện thông qua khả năng phát hiện, phân tích, chứng minh và đánh giá vấn đề, cũng như biết diễn đạt và bảo vệ quan điểm toán học của bản thân (Nguyễn Bá Kim, 2015). Do vậy, việc phát triển năng

lực TD&LLTH giúp HS không chỉ nắm được kiến thức mà còn học được cách suy nghĩ và lập luận logic, sáng tạo trong quá trình giải quyết vấn đề (Nguyễn Hữu Châu, 2017).

Năng lực TD&LLTH của HS THPT gồm các biểu hiện sau: (1) Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt phát hiện được sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lí giải được kết quả của việc quan sát; (2) Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; (3) Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học (Bộ GD-ĐT, 2018).

2.1.2. Biểu hiện năng lực tư duy và lập luận toán học của học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

Yêu cầu cần đạt của chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10): - Nhận biết được giá trị lượng giác của một góc từ 0^0 đến 180^0 ; - Tính được giá trị lượng giác (đúng hoặc gần đúng) của một góc từ 0^0 đến 180^0 bằng máy tính cầm tay; - Giải thích được hệ thức liên hệ giữa giá trị lượng giác của các góc phụ nhau, bù nhau; - Giải thích được các hệ thức lượng cơ bản trong tam giác: định lí Côsin, định lí Sin, công thức tính diện tích tam giác; - Mô tả được cách giải tam giác và vận dụng được vào việc giải một số bài toán có nội dung thực tiễn (ví dụ: xác định khoảng cách giữa hai địa điểm khi gặp vật cản, xác định chiều cao của vật khi không thể đo trực tiếp,...) (Bộ GD-ĐT, 2018).

Dựa trên các yêu cầu cần đạt của chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10), khái niệm và biểu hiện năng lực TD&LLTH của HS THPT, chúng tôi xây dựng một số biểu hiện cụ thể của năng lực TD&LLTH ở HS THPT trong dạy học chủ đề này như sau (xem bảng 1):

Các biểu hiện năng lực TD&LLTH của HS THPT	Biểu hiện của năng lực TD&LLTH ở HS THPT trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”
Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt phát hiện được sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lí giải được kết quả của việc quan sát	- Thiết lập được mối quan hệ giữa các yếu tố của tam giác (các cạnh, góc, đường cao, trung tuyến, bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp). - Thực hiện được các thao tác phân tích, tổng hợp, đặc biệt hóa, khái quát hóa, trừu tượng hóa để xây dựng mối liên hệ giữa các đại lượng trong tam giác thông qua các định lí (định lí Sin, định lí Cosin, các công thức tính diện tích,...), cũng như giải các bài toán.
Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề	Sử dụng được các phương pháp lập luận quy nạp và suy diễn trong các dạng toán về hệ thức lượng: - Tìm, xác định các yếu tố của tam giác; - Thiết lập, biến đổi, chứng minh các hệ thức lượng; - Giải các bài toán về tính cạnh, góc, hoặc diện tích của tam giác.
Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học	- Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết các bài toán về chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác. - Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện khi giải các bài toán chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10).

2.2. Đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

Dựa trên các biểu hiện của năng lực TD&LLTH của HS THPT, tham khảo các biện pháp phát triển năng lực TD&LLTH cho HS THPT trong các nghiên cứu của Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023), Nguyễn Văn Khang và Lê Hoàng Mai (2024), Nguyễn Văn Thuận và cộng sự (2023), chúng tôi đề xuất 3 biện pháp phát triển năng lực này cho HS trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10) như sau:

2.2.1. Rèn luyện cho học sinh thao tác tư duy so sánh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

* Mục đích của biện pháp: Giúp HS hiểu sâu mối liên hệ giữa các yếu tố của tam giác (các cạnh và các góc), giữa các công thức (định lí Sin, định lí Cosin, công thức Heron, công thức tính diện tích theo hai cạnh và góc xen giữa,...). Nhờ đó, HS không chỉ nắm vững kiến thức mà còn hình thành tư duy so sánh, phân tích, tổng hợp và lựa chọn được phương pháp giải thích hợp. Biện pháp này có nhiều cơ hội cho HS phát triển biểu hiện 1, 2 của năng lực TD&LLTH.

* *Cách thức thực hiện biện pháp*: “So sánh” là xác định sự giống và khác nhau của các sự vật và hiện tượng; muốn so sánh hai sự vật (hiện tượng), ta phải phân tích các dấu hiệu, các thuộc tính bản chất giữa chúng, đối chiếu các dấu hiệu, thuộc tính đó với nhau, rồi tổng hợp lại xem hai sự vật đó có gì giống và khác nhau (Polya, 1997). Do vậy, để rèn cho HS thao tác tư duy so sánh, GV có thể tổ chức các hoạt động học tập nhằm giúp HS hình thành và rèn luyện thao tác so sánh theo các bước sau: - Nêu nội dung, đối tượng toán học cần so sánh; - Xác định các tiêu chí cần so sánh, chẳng hạn như mối quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác, giữa các công thức tính diện tích, hoặc giữa các dạng bài toán về hệ thức lượng; - Thông qua hoạt động học tập của HS theo cá nhân hoặc theo nhóm nhỏ để tìm ra những điểm giống và khác nhau giữa các công thức, định lý, hoặc phương pháp giải bài toán; - Cho các nhóm trình bày kết quả so sánh dưới dạng bảng, sơ đồ hoặc lời diễn giải; GV quan sát, định hướng, nhận xét và đưa ra kết luận.

Ví dụ: So sánh giữa định lý Sin và định lý Cosin trong tam giác, từ đó rút ra cách vận dụng từng định lý trong quá trình giải quyết các vấn đề toán học.

Để thực hiện nhiệm vụ này, GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động sau: - Nội dung của định lý Sin trong tam giác: “Trong tam giác ABC : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$. Nội dung của định lý Cosin: “Trong tam giác ABC :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, $c^2 = a^2 + b^2 - 2bc \cos C$ ”; - Xác định các tiêu chí cần so sánh như: dạng công thức toán học, mối liên hệ giữa các yếu tố trong tam giác, mục đích sử dụng chính, ý nghĩa hình học,...; - Tổ chức cho HS có thể hoạt động cá nhân hoặc theo nhóm nhỏ để tìm ra những điểm giống và khác nhau giữa công thức của định lý Sin và định lý Cosin; - Cho các nhóm trình bày kết quả so sánh dưới dạng bảng, sơ đồ hoặc lời diễn giải; GV nhận xét, chính xác hóa kiến thức.

Việc tổ chức cho HS so sánh giữa định lý Sin và định lý Cosin giúp các em hiểu sâu bản chất của các hệ thức lượng trong tam giác, nhận thấy tuy hai định lý này có hình thức biểu diễn khác nhau, nhưng đều cho thấy mối liên hệ chặt chẽ giữa cạnh và góc trong cùng một tam giác. Khi HS nắm vững những điểm giống (cùng mô tả mối quan hệ cạnh - góc) và điểm khác (về công thức, điều kiện áp dụng, các dạng dữ kiện cần biết,...), các em sẽ nâng cao được khả năng lựa chọn phương pháp giải một bài toán cho phù hợp, biết vận dụng linh hoạt trong học tập. Từ kết quả so sánh, HS sẽ nhận thấy định lý Sin thích hợp vận dụng khi biết độ dài các cặp cạnh và góc đối diện của một tam giác, còn định lý Cosin thích hợp vận dụng khi biết độ dài hai cạnh và góc xen giữa hai cạnh đó, hoặc độ dài ba cạnh của một tam giác. Thông qua ví dụ này, HS rèn luyện được thao tác tư duy so sánh, phân tích và tổng hợp, từ đó hình thành và phát triển được tư duy. Đây là nền tảng của các biểu hiện 1 và 2 trong năng lực TD&LLTH của HS THPT.

2.2.2. *Rèn luyện cho học sinh thao tác phân tích và tổng hợp khi giải quyết vấn đề trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)*

* *Mục đích của biện pháp*: Rèn luyện cho HS thao tác phân tích và thao tác tổng hợp nhằm giúp các em: - Phân tích một bài toán, vấn đề thành các yếu tố, mối quan hệ, dữ kiện để nhận ra hướng giải quyết; - Tổng hợp các kiến thức, kết quả riêng lẻ đã có để giải quyết một vấn đề hoàn chỉnh, hoặc khái quát hóa thành kết luận chung. Việc rèn luyện đồng thời hai thao tác này giúp HS phát triển tư duy logic, linh hoạt và có hệ thống; nâng cao khả năng vận dụng tổng hợp các định lý, công thức vào giải quyết vấn đề; hiểu sâu bản chất các hệ thức lượng mà không chỉ dừng lại ở việc áp dụng máy móc công thức. Do vậy, biện pháp này có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 1, 2, 3 của năng lực TD&LLTH.

* *Cách thức thực hiện biện pháp*: Trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác”, GV có thể rèn luyện cho HS thao tác phân tích và tổng hợp trong quá trình giải quyết vấn đề thông qua các bước sau: (1) Hướng dẫn HS phân tích vấn đề: Xác định yếu tố đã biết - cần tìm - mối quan hệ giữa các yếu tố. HS có thể tách bài toán thành các bài toán nhỏ, mỗi bài toán ứng với một công thức hoặc định lý thích hợp (định lý Sin, định lý Cosin, công thức tính diện tích,...); (2) Hướng dẫn HS tổng hợp vấn đề: Sau khi phân tích và giải quyết từng phần, HS liên kết các kết quả để xây dựng phương án giải quyết vấn đề hoàn chỉnh, từ đó rút ra nhận xét hoặc kết luận khái quát. Sau đó, GV đánh giá và tổng kết vấn đề.

Ví dụ: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp, trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng, ta được $AB = 24m$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$. Tính chiều cao của tháp.

Sau khi cho HS tìm hiểu đề bài, GV hướng dẫn các em rèn luyện thao tác phân tích và tổng hợp như sau:

Bước 1: Hướng dẫn thao tác phân tích (hướng dẫn HS rèn luyện kỹ năng phân tích ngược): GV hướng dẫn cho HS phân tích các yếu tố của bài toán để nhận thấy được tam giác ACD vuông tại C và đã biết góc A , do đó để tính CD , cần biết độ dài cạnh AD hoặc AC . Tiếp đó, để tính cạnh AD , ta xét tam giác ABD , do tam giác này đã biết cạnh AB và góc B nên cần tính thêm một yếu tố nữa là cạnh hoặc góc của tam giác ABD .

Bước 2: Hướng dẫn thao tác tổng hợp. Áp dụng tính chất góc ngoài của tam giác ABD tại đỉnh A , ta có:

$$\angle ADB = \angle CAD - \angle ABD = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ. \text{ Áp dụng định}$$

lí Sin trong tam giác ABD , ta có: $\frac{AD}{\sin B} = \frac{AB}{\sin D}$, hay $AD = \frac{AB \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACD , ta có $CD = AD \cdot \sin A$, thay số vào ta được chiều cao $CD \approx 61,4$ mét.

Qua ví dụ trên cho thấy, phân tích và tổng hợp là hai thao tác có mối liên hệ chặt chẽ, không thể tách rời trong quá trình tư duy. Thao tác phân tích giúp HS hiểu sâu hơn bản chất kiến thức, xác định được hướng giải và mối quan hệ giữa các yếu tố của bài toán; còn tổng hợp giúp hệ thống hóa kết quả phân tích một cách logic, từ đó trình bày được lời giải hoàn chỉnh.

2.3.3. Rèn luyện thao tác khái quát hóa cho học sinh trong dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác” (Toán 10)

* **Mục đích của biện pháp:** Giúp HS: - Nhận ra điểm chung, bản chất của các bài toán cụ thể. Qua đó, giúp HS hình thành khái niệm, định lý và công thức toán học một cách tự nhiên; - Biết mở rộng kiến thức từ trường hợp riêng sang trường hợp tổng quát, từ đó phát triển tư duy logic, năng lực lập luận và khả năng sáng tạo trong học tập môn Toán. Việc rèn luyện thao tác khái quát hóa trong dạy học giúp HS không chỉ “biết làm” mà còn “hiểu vì sao làm như vậy”, biết tìm ra quy luật chung để áp dụng vào những tình huống mới. Biện pháp này có nhiều cơ hội phát triển cho HS biểu hiện 1, 2 và 3 của năng lực TD&LLTH.

* **Cách thức thực hiện biện pháp**, gồm các bước sau: (1) Giải quyết trường hợp riêng, sau đó đặt câu hỏi cho HS xem kết quả này còn đúng trong các trường hợp khác hay không?; (2) Tìm quy luật chung thông qua các thao tác so sánh, phân tích; (3) Mở rộng và khái quát vấn đề bằng kí hiệu, biểu thức toán học hoặc phát biểu tổng quát, qua đó củng cố khả năng lập luận logic; (4) Giao các bài toán tương tự nhưng mở rộng hoặc biến đổi dữ kiện, qua đó giúp HS áp dụng kiến thức đã khái quát (nếu có).

Ví dụ: Xây dựng định lý Sin trong tam giác từ một trường hợp riêng của tam giác.

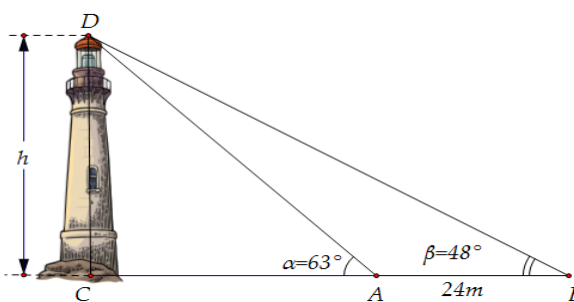
(1) Xét một trường hợp riêng của tam giác ABC là tam giác vuông tại C . Khi đó: $\sin A = \frac{BC}{AB}$ và $\sin B = \frac{AC}{AB}$,

$$\text{suy ra } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = AB \quad (1) \quad (\text{trong đó } \sin C = \sin 90^\circ = 1).$$

GV đặt câu hỏi: Nếu tam giác không vuông, liệu công thức (1) còn đúng không?

(2) Tìm quy luật chung: GV hướng dẫn HS xét tam giác ABC bất kì, vẽ đường cao AH , sau đó hướng dẫn HS tính được $\sin B = \frac{AH}{AB}$, $\sin C = \frac{AH}{AC}$, suy ra $AH = AB \cdot \sin B = AC \cdot \sin C$, từ đó ta có $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$. Sau khi thực hiện phép biến đổi tương tự cho trường hợp kẻ đường cao của tam giác ABC từ góc B và C , HS dễ dàng nhận ra quy luật chung $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (với $AB = c, AC = b, BC = a$).

(3) Mở rộng và khái quát vấn đề: Kẻ đường kính BD của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có góc A và BDC bằng hoặc bù nhau, suy ra $\sin A = \sin BDC$, hay $\frac{a}{\sin A} = 2R$. Từ đó, ta có kết quả tổng quát hơn $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, đây chính là định lý Sin trong tam giác.



Hình (Nguồn: Tác giả)

Thông qua ví dụ trên, HS không chỉ nắm vững định lý Sin mà còn tự khám phá và hình thành định lý này bằng quá trình tư duy khái quát hóa. Điều này giúp các em hiểu sâu bản chất mối quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác và phát triển tư duy logic, khả năng lập luận và giải quyết các vấn đề tương tự.

3. Kết luận

Bài báo đã đề cập một số vấn đề lí luận và đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực TD&LLTH cho HS. Các biện pháp được minh họa thông qua các ví dụ cụ thể và có thể vận dụng linh hoạt trong thực tiễn giảng dạy. Việc vận dụng các thao tác tư duy một cách có định hướng không chỉ giúp HS hiểu sâu bản chất kiến thức mà còn hình thành thói quen lập luận logic, tư duy phản biện và có khả năng khái quát hóa vấn đề toán học. Để nâng cao hiệu quả dạy học theo định hướng phát triển năng lực TD&LLTH cho HS, GV cần đa dạng hóa các hình thức dạy học, kết hợp giữa làm việc cá nhân, nhóm nhỏ và thảo luận chung để phát huy tính tích cực của HS, giúp các em chủ động khám phá, phát hiện và giải quyết vấn đề thay vì chỉ ghi nhớ công thức; đồng thời khai thác các tình huống thực tiễn gắn với nội dung toán học nhằm giúp HS hiểu sâu kiến thức. Tuy nhiên, bài báo mới chỉ dừng lại ở việc phân tích lí luận và đề xuất biện pháp ở dạng lí thuyết, chưa có điều kiện kiểm chứng thực nghiệm trong thực tiễn dạy học để đánh giá mức độ hiệu quả của các biện pháp trong thực tế. Trong những nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi sẽ triển khai thực nghiệm sư phạm để kiểm chứng hiệu quả và tính khả thi của các biện pháp đã đề xuất; đồng thời, mở rộng nghiên cứu sang các chủ đề khác trong chương trình môn Toán ở THPT nhằm xây dựng hoàn thiện hơn hệ thống biện pháp phát triển năng lực TD&LLTH cho HS.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đỗ Văn Hùng, Nguyễn Quyết Chiến (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học các dạng toán chuyển động đều (Toán 5). *Tạp chí Giáo dục*, 23(số đặc biệt 10), 19-24. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1272>
- Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Dương Hoàng, Nguyễn Thị Ngọc Hạnh (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận cho học sinh lớp 12 thông qua dạy học thể tích khối đa diện. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 12(02S), 38-47. <https://doi.org/10.52714/dthu.12.02S.2023.1082>
- Nguyễn Hữu Châu (2017). *Một số vấn đề về đổi mới giáo dục phổ thông ở Việt Nam*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn Văn Khang, Lê Hoàng Mai (2024). Một số biện pháp phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh thông qua dạy học giải bài tập chủ đề Đại số tổ hợp - Toán 10. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 13(01S), 203-215.
- Nguyễn Văn Thuận, Nguyễn Thị Mỹ Hằng, Nguyễn Thị Xoan (2023). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề “Đại số tổ hợp” ở trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 23(7), 1-5. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/678>
- Polya, G. (1997). *Toán học và những suy luận có lí*. NXB Giáo dục.
- Phạm Huyền Trang, Nguyễn Ngọc Giang, Nguyễn Huy Thao, Trương Thị Kim Tiền, Hoàng Thiên Kim (2024). Phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh trong dạy học giải toán nội dung “Giảm một số đi một số lần” (Toán 3). *Tạp chí Giáo dục*, 24(6), 17-21. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1532>
- Phạm Thị Kim Châu, Nguyễn Văn Bé (2021). Dạy học chủ đề Số và phép tính trong Toán 5 theo hướng phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 10(6), 15-20. <https://doi.org/10.52714/dthu.10.6.2021.905>