ẢNH HƯỞNG CỦA NIỀM TIN TOÁN HỌC LÊN CHIẾN LƯỢC GIẢI TOÁN NỘI DUNG "TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ" (TOÁN 10) ĐỐI VỚI HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Phạm Thành Đạt[1], Nguyễn Bích Hằng[2,+], Nguyễn Thị Nga[1]

[1]Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh;
[2]Stemhouse Education, Thành phố Hồ Chí Minh
+Tác giả liên hệ ● Email: nbhang1512@gmail.com

Article history
Received: 31/5/2025
Accepted: 24/9/2025
Published: 20/12/2025

Keywords
Theory of didactical situations, mathematical beliefs, problem-solving strategies, dot product of two vectors

ABSTRACT
Students' beliefs about the nature of mathematical knowledge have been increasingly recognized as a key factor influencing learning processes and problem-solving behaviors. In the context of educational reform in Vietnam, which emphasizes the development of competencies and qualities, examining the relationship between mathematical beliefs and learning strategies is particularly meaningful, especially for topics that bridge algebra and geometry. Grounded in the Theory of Didactical Situations, this study investigated 35 high school students and found that mathematical beliefs significantly shape problem-solving strategies: rigid beliefs foster procedural approaches and withdrawal when facing conflicts, whereas flexible beliefs promote knowledge construction and strategic adaptation. These findings suggest directions for designing learning situations that nurture positive mathematical beliefs, thereby enhancing the effectiveness of mathematics teaching and learning.

1. Mở đầu

Theo từ điển Oxford, "niềm tin" được định nghĩa là sự chấp nhận rằng một điều gì đó tồn tại hoặc là đúng, đặc biệt là khi không có bằng chứng; cảm giác mạnh mẽ về sự tồn tại của một điều gì đó; tin rằng điều gì đó là tốt hoặc đúng (Komara và cộng sự, 2024). Khi niềm tin được xem như một nhận định, hay kinh nghiệm, với toán học mà cá nhân tin là đúng, dù không nhất thiết phải dựa trên bằng chứng hay lập luận, làm che khuất tầm nhìn nhận thức, trở thành nhận thức sai lệch về bản chất toán học (Lafortune và cộng sự, 2003). Niềm tin vào việc giải các bài toán, là một trong nhiều yếu tố có thể ảnh hưởng đến HS trong việc giải quyết các vấn đề (Stage và Kloosterman, 1992; Hidayatullah và Csíkos, 2022; Alfisyahrina và Sugiman, 2025), đặc biệt là sự tự tin vào khả năng giải quyết vấn đề (Asare và cộng sự, 2025), và kĩ năng siêu nhận thức trong việc giải các bài toán hình học (Suliani và cộng sự, 2024), đóng vai trò quan trọng trong việc dự đoán kết quả, cụ thể, HS có xu hướng lựa chọn cách tiếp cận phi thực tế khi giải quyết các bài toán có lời văn (Hidayatullah và Csíkos, 2022). Nhìn chung, niềm tin của HS về toán học và những ảnh hưởng đến việc học thu hút nhiều sự chú ý trong nghiên cứu giáo dục, đặc biệt là những nghiên cứu về tác động đối với việc giải toán nhận được nhiều quan tâm trên thế giới, nhưng ở Việt Nam vẫn còn hạn chế. "Tích vô hướng của hai vectơ" là một nội dung quan trọng trong Hình học (Toán 10), vừa mang tính đại số vừa mang ý nghĩa hình học, đòi hỏi HS phải vận dụng linh hoạt nhiều dạng biểu diễn và chiến lược giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, các nghiên cứu chỉ ra rằng HS thường tiếp cận chủ đề này một cách máy móc, thiên về áp dụng công thức, phản ánh niềm tin rằng toán học chủ yếu là những quy tắc thao tác (Zavala và Barniol, 2010). Trên thực tế, nhiều HS chưa nhận diện được mối liên hệ giữa giá trị đại số của tích vô hướng và góc giữa hai vectơ, dẫn đến sai lầm trong suy luận hình học cũng như trong việc lựa chọn chiến lược giải toán (Zavala và Barniol, 2010; Feudel và cộng sự, 2024). Do đó, chủ đề này được xem là bối cảnh thích hợp để phân tích mối quan hệ giữa niềm tin toán học và chiến lược giải quyết vấn đề.

Nghiên cứu này tập trung mô tả và phân tích ảnh hưởng của niềm tin toán học đến việc lựa chọn chiến lược giải toán với nội dung "Tích vô hướng của hai vectơ" của HS Việt Nam. Trên phương diện lí thuyết, nghiên cứu tổng quan các công trình liên quan về niềm tin toán học dưới góc độ nhận thức, qua đó chỉ ra sự gắn kết của nó với chiến lược giải toán. Về phương diện thực nghiệm, nghiên cứu được triển khai trong khuôn khổ "Lí thuyết tình huống" nhằm mô tả và quan sát tác động của niềm tin toán học đối với chiến lược giải toán tích vô hướng trong một tình huống học tập cụ thể tại lớp học.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Niềm tin toán học và chiến lược giải toán

"Niềm tin" là một yếu tố tham gia vào quá trình phát triển nhận thức và cảm xúc của HS trong học toán. Niềm tin không chỉ bao gồm yếu tố cảm xúc mà còn chịu ảnh hưởng từ các yếu tố nhận thức (Lafortune và cộng sự, 2003; Liljedahl, 2018). Nhiều nghiên cứu xem niềm tin như một thành phần trong cấu trúc nhận thức, bao gồm kiến thức, sự hiểu biết, sở thích và quan điểm cá nhân, được hình thành dựa trên kinh nghiệm chủ quan chứ không nhất thiết dựa trên cơ sở khách quan rõ ràng, nhưng cũng chịu ảnh hưởng từ môi trường; chi phối cách HS khái niệm hóa, lí giải và tham gia vào các hoạt động toán học (Hestner và Sumpter, 2018). Niềm tin về bản chất của tri thức gắn với đặc thù theo từng lĩnh vực, nghiên cứu này xem xét trong lĩnh vực toán học. Tức là, những niềm tin nhận thức liên quan đến bản chất của toán học được định nghĩa là niềm tin toán học (Lau, 2022). Trong toán học, niềm tin là sự chấp nhận hoặc bác bỏ một mệnh đề cụ thể, không phải cảm xúc hay cảm nhận nhất thời mà phải dựa trên cơ sở, dù rằng cơ sở này không phải lúc nào cũng chính xác (Philipp, 2007; Klinger và cộng sự, 2018), là một phần của kiến thức chủ quan, bao gồm cả những nhận thức về bản thân, toán học và giải quyết vấn đề, được cá nhân tự xây dựng thông qua trải nghiệm, phản ánh cách cá nhân tiếp cận và diễn giải tri thức khách quan, được chấp nhận bởi cộng đồng toán học (Furinghetti và Pehkonen, 2002). Niềm tin về toán học xác định sự tự tin của một người vào khả năng hiểu và thực hiện các nhiệm vụ toán học (Asare và cộng sự, 2025), bao gồm giải quyết vấn đề và hiểu biết khái niệm, đặc biệt, cho phép một người có thể tổ chức và thực hiện các hành động cần thiết để quản lí các tình huống (Asare và cộng sự, 2025). Niềm tin trong toán không chỉ là những suy nghĩ chủ quan mà còn là cấu trúc tinh thần thể hiện sự phản ánh sự phán đoán về thế giới xung quanh, mang giá trị được đặc trưng bởi một mức độ cam kết nhất định (Philipp, 2007); định hình cách tiếp cận và xử lí tri thức toán học, hình thành khái niệm, và tham gia vào các hoạt động toán học (Philipp, 2007). Niềm tin toán học, niềm tin vào các khái niệm toán học của HS, ảnh hưởng đến phản ứng của HS khi đối mặt với các bài toán, phản ánh cách HS nhìn nhận bản thân trong quá trình học toán, hiểu và giải toán (Komara và cộng sự, 2024).

Theo Lau (2022), "niềm tin toán học" là những quan niệm chủ quan mà HS cho là đúng, dù là tiềm ẩn hay tường minh, thì các quan niệm này đều có ảnh hưởng đến việc học và giải quyết vấn đề toán học. Khi một HS phải đối mặt với một bài toán, hai trạng thái có thể xảy ra ở HS là nhận thức được và tin rằng có thể giải được, hoặc nhận thức được nhưng không chắc có thể giải được bài toán. Theo Mason (2003), giải quyết vấn đề toán học không chỉ phụ thuộc vào kiến thức môn học, mà còn bị ảnh hưởng bởi các yếu tố khác. Fitzpatrick (1994) cho rằng, bốn yếu tố ảnh hưởng đến việc giải quyết vấn đề toán học bao gồm: (1) Tri thức toán học; (2) Niềm tin; (3) Điều chỉnh siêu nhận thức; (4) Kiến thức siêu nhận thức. Niềm tin đóng vai trò định hình bản chất của tri thức và việc học và vì thế ảnh hưởng đến cách HS tiếp cận và phản ứng đối với toán học, từ đó định hướng sự phát triển của các em trong các tình huống liên quan đến giải quyết vấn đề (Lerch, 2004). Niềm tin về việc giải quyết vấn đề toán học được Stage và Kloosterman (1992) xem xét theo 6 khía cạnh bao gồm: (1) Niềm tin vào thời gian cần thiết để giải quyết các vấn đề toán học; (2) Các bước cần thiết để giải quyết các vấn đề; (3) Sự hiểu biết về các giải pháp đã tìm thấy; (4) Sự hiểu biết rằng có nhiều cách để giải quyết các vấn đề; (5) Những nỗ lực trong việc cải thiện các kĩ năng toán học; (6) Tính hữu ích của toán học trong cuộc sống hằng ngày. Theo Callejo và Vila (2009), giữa các cách tiếp cận trong việc giải quyết các bài toán không quen thuộc và niềm tin toán học tồn tại một mối quan hệ phức tạp. Tập trung vào niềm tin bản chất của một bài toán toán học và niềm tin vào bản chất của hoạt động giải toán, các tác giả đã xác định hai yếu tố giải thích hành vi giải quyết vấn đề của HS là: (1) Hệ thống niềm tin mang tính nhị nguyên (dualistic); (2) Động lực giải quyết vấn đề nảy sinh từ niềm tin về mức độ khó của bài toán.

Schoenfeld (1983) chỉ ra ảnh hưởng của niềm tin như một yếu tố điều khiển hành vi của HS khi giải các bài toán. Ông nhấn mạnh niềm tin của HS về bản chất của tri thức toán học và việc học toán ảnh hưởng đến một số khía cạnh của quá trình giải quyết vấn đề. Chirove và cộng sự (2022) cho thấy, HS áp dụng nhiều chiến lược giải quyết vấn đề khác nhau, cụ thể là: (1) Dự đoán không có hệ thống, kiểm tra - điều chỉnh; (2) Dự đoán có hệ thống, kiểm tra - điều chỉnh; (3) Liệt kê có hệ thống; (4) Tìm kiếm quy luật; (5) xét trường hợp đơn giản; (6) Mô hình hóa; (7) Lập luận logic; (8) Lập luận không logic; (9) Thử và sai; (10) Sử dụng công thức trong việc giải các bài toán không quen thuộc. Trong một tình huống cụ thể, niềm tin có thể ảnh hưởng đến việc lựa chọn chiến lược giải toán cũng như mức độ tham gia vào quá trình giải quyết vấn đề. Nghiên cứu chỉ ra rằng HS nắm giữ các niềm tin (thực dụng, có hệ thống và khám phá) với các mức độ về cường độ khác nhau (Chirove và cộng sự, 2022).

Từ những quan điểm trên, có thể thấy rằng "niềm tin toán học" có ảnh hưởng đến chiến lược giải toán. "Niềm tin toán học" là niềm tin của HS về toán học, mang một cấu trúc phức hợp, có nguồn gốc từ nhận thức, phản ánh cách

HS hiểu và đánh giá bản chất tri thức, có thể thay đổi theo thời gian, và tồn tại được ở cả cấp độ tổng quát và đặc thù (trong lĩnh vực cụ thể). Đồng thời, niềm tin toán học phát triển qua ba giai đoạn: (1) Tiếp nhận tuyệt đối (tiếp nhận một cách thụ động và không đặt nghi vấn; đây là giai đoạn nhận thức thụ động); (2) Nhận thức chủ quan (HS bắt đầu nhận ra sự tồn tại của nhiều quan điểm khác nhau, nhưng việc đánh giá vẫn dựa vào cảm tính, chưa có cơ sở lí luận rõ ràng; đánh dấu bước chuyển trong nhận thức); (3) Kiến tạo dựa trên lập luận (hiểu rằng tri thức có thể được kiến tạo, lập luận trong ngữ cảnh cụ thể, ra quyết định có cơ sở).

2.2. Giới thiệu tình huống thực nghiệm

2.2.1. Mục tiêu của thực nghiệm

Thực nghiệm được thiết kế với mục tiêu nhằm làm rõ mối quan hệ giữa niềm tin toán học của HS và chiến lược giải toán nội dung "Tích vô hướng của hai vectơ" (Toán 10), trong một chuỗi tình huống học tập có chủ đích. Cụ thể, chúng tôi quan sát xem HS vận dụng những chiến lược nào, và cách lựa chọn chiến lược đó có liên hệ như thế nào với những niềm tin toán học mà các em mang theo. Chúng tôi sử dụng "Lí thuyết tình huống" như một công cụ cho phép quan sát và kiểm soát tình huống, nơi HS bộc lộ niềm tin, từ giai đoạn tiếp nhận tuyệt đối; đến nhận thức chủ quan và cuối cùng là kiến tạo dựa trên lập luận. Cụ thể, các khái niệm "tình huống cơ sở", "biến dạy học", "chiến lược", "môi trường" được sử dụng để phân tích tiên nghiệm tình huống. Phân tích hậu nghiệm, một sự phân tích dựa trên những gì đã được tạo ra trong việc thực hiện cụ thể một tình huống nghiên cứu (Bessot và cộng sự, 2009), được đối chiếu với những dự kiến trong tiên nghiệm, cho phép quan sát niềm tin toán học của HS trong tình huống được xây dựng. Để quan sát được ảnh hưởng của niềm tin lên chiến lược giải toán, tình huống cần được thiết kế sao cho: (1) Tạo ra xung đột nhận thức hoặc vấn đề cần giải quyết; (2) Mang tính mở, cho phép nhiều cách tiếp cận và lời giải; (3) Tạo cơ hội để diễn đạt suy nghĩ trong môi trường an toàn. Bài toán "tính tích vô hướng của hai vectơ" được chọn lựa vì đây không chỉ là nội dung trọng tâm trong hình học (Toán 10), mà còn bởi tính chất đặc biệt của nội dung này trong việc khơi gợi xung đột nhận thức. Cùng một bài toán có thể giải bằng ít nhất hai con đường độc lập - hình học và đại số, tạo điều kiện quan sát quá trình HS lựa chọn hoặc chuyển đổi chiến lược.

2.2.2. Phân tích tiên nghiệm tình huống

Nội dung "Tích vô hướng của hai Vectơ" thường được SGK định nghĩa $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$. Trong chủ đề "Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng", HS được giới thiệu thêm định nghĩa: $\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ với $\vec{a} = (a_1; a_2), \vec{b} = (b_1; b_2)$. Tuy nhiên, còn có thể tính toán theo các cách khác nhau như: $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{a}'| = \frac{1}{4}\left(|\vec{a}+\vec{b}|^2 - |\vec{a}-\vec{b}|^2\right)$, với $|\vec{a}'|$ là độ dài của $\vec{a}$ khi chiếu lên phương của $\vec{b}$. Tính tích vô hướng của hai vectơ thì không cần thiết lúc nào cũng phải biết đầy đủ ba thông tin về độ dài hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, và góc tạo bởi chúng, trong trường hợp $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{a}'|$ thì chỉ cần biết độ dài $\vec{a}$ và hình chiếu của nó, vì bản chất $|\vec{a}'| = |\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$. Tình huống cơ sở khai thác công thức $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{a}'|$, như sau: "Cho hình chữ nhật ABCD biết độ dài AB. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$*"*. Thông thường, khi đề bài đặt ra nhiệm vụ tính toán, các giả thiết sẽ được cung cấp đầy đủ. Có thể thấy, ở bài toán đặt ra, việc đề bài chỉ cung cấp giả thiết về độ dài AB khiến hình chữ nhật $ABCD$ không xác định. Hơn thế, với mỗi giá trị AC giúp hình chữ nhật $ABCD$ xác định, cho nên có thể giá trị tích vô hướng. Tuy nhiên, trong tam giác ABC vuông tại B, ta có $AB = AC.\cos\widehat{BAC}$, cho nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos\widehat{BAC} = AB.AB = AB^2$ (không đổi). Chúng tôi phân tích các kiến thức toán học và niềm tin chỉ đạo cho chiến lược giải quyết tình huống.

Bảng 1. Thống kê chiến lược của HS trong 3 bài toán (Nguồn: Tác giả)

	Chiến lược S_1 tính toán máy móc	Chiến lược S_2 gán một đại diện	Chiến lược S_3 tính toán tổng quát
Mô tả (lời giải minh hoạ)	HS tự bổ sung thông tin giá trị về cả độ dài cạnh AC và số đo $\widehat{BAC}$.	HS chỉ bổ sung một thông tin về độ dài cạnh AC hoặc số đo $\widehat{BAC}$.	HS thực hiện thao tác biến đổi để biểu diễn độ dài cạnh hoặc góc.
	Chọn $AC = 4$ và $\widehat{BAC} = 45°$. Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AC.\cos\widehat{BAC} = 3.4.\cos 45° \approx 8{,}485$	Bổ sung độ dài $AC = 6$ và tính $\cos\widehat{BAC} = 0{,}5$; hoặc bổ sung $\widehat{BAC} = 60°$ và tính $AC = 6$. Vì vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 9$	Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có: $AB = AC.\cos\widehat{BAC}$. Vì vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB.AB = AB^2 = 9$

<table>
<tr><td rowspan="3">Kiến thức chỉ đạo</td><td colspan="3">Định nghĩa tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})$.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Tính toán trên số cụ thể.</td><td colspan="2">Hệ thức lượng giác trong tam giác vuông và các hệ quả: $AB = AC\cos\widehat{BAC}$.</td></tr>
<tr><td>Tính toán số kết hợp biến đổi trong tính toán cụ thể.</td><td>Biến đổi mang tính tổng quát, liên hệ giữa vectơ, hình học, lượng giác.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Niềm tin</td><td>Hình chữ nhật cần hai kích thước để xác định, nên bài toán đã cho là bài toán tính thiếu dữ kiện. Cần biết đầy đủ các yếu tố cạnh và góc để tính tích vô hướng.</td><td>Đề bài đã cho là bài toán tính thiếu dữ kiện, nhưng chúng có một mối liên hệ nào đó, chỉ cần bổ sung thêm một yếu tố cạnh hoặc góc, để tìm ra yếu tố còn lại, và tính tích vô hướng.</td><td>Đề bài thiếu dữ kiện tường minh để tính toán (với định nghĩa) nên cần chứng minh đáp số của bài toán chỉ phụ thuộc vào độ dài AB.</td></tr>
<tr><td>Tin vào dữ kiện cho sẵn, tin rằng cần đủ dữ kiện mới tính được. Tin vào công thức, tính toán máy móc và tự bổ sung để tính.</td><td>Nhìn thấy kết quả giống nhau nhưng không lí giải được vì sao. Bắt đầu nghi ngờ, vận dụng kiến thức linh hoạt, kiểm tra trong các trường hợp.</td><td>Tin vào tính hợp lí nội tại. Biến đổi biểu thức tổng quát hóa. Biện luận rằng kết quả không phụ thuộc vào dữ kiện bị thiếu.</td></tr>
<tr><td>Giai đoạn tiếp nhận tuyệt đối.</td><td>Giai đoạn nhận thức chủ quan.</td><td>Giai đoạn kiến tạo dựa trên lập luận.</td></tr>
</table>

Biến V_1 gắn với "dạng tứ giác" đã xét cho: các giá trị của biến bao gồm hình vuông; hình chữ nhật; và nhóm các hình tứ giác lồi khác (hình bình hành, hình thoi,…). Biến V_2 gắn với "số lượng thông tin" cho phép tính $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ (độ dài cạnh AB, AC và số đo $\widehat{BAC}$) các giá trị của biến bao gồm: (1) Cho biết cả ba thông tin về độ dài cạnh *AB, AC* và số đo $\widehat{BAC}$; (2) Cho biết hai thông tin (độ dài cạnh *AB* và *AC*; số đo $\widehat{BAC}$ và độ dài cạnh *AB hoặc AC*); (3) Chỉ cho biết một thông tin (độ dài cạnh *AB* hoặc *AC* hoặc $\widehat{BAC}$). Biến V_1 "dạng tứ giác" phối hợp với biến V_2 "số lượng thông tin" cho phép tạo những thay đổi thứ bậc của 3 chiến lược trên. Khi HS tin rằng tri thức là đơn giản và chắc chắn thì họ có xu hướng né tránh thách thức, ít tìm kiếm bằng chứng hoặc đánh giá các quan điểm đối lập với những tri thức đã có sẵn (Schommer-Aikins, 2004), khó thích ứng với những thay đổi, không tái cấu trúc tri thức đó trong những bối cảnh mới (Buehl và Alexander, 2006). Lựa chọn "Hình vuông $ABCD$ biết độ dài $AB = 3$" thì xác định và HS chỉ cần áp dụng công thức và tính toán, vì thế lựa chọn này ủng hộ sự xuất hiện của chiến lược S_1. Những cá nhân tin rằng tri thức là chắc chắn và đến từ một nguồn chính thống thường thụ động tiếp nhận thông tin. Mặt khác, khi HS tin rằng tri thức là phức tạp và vẫn đang tiếp tục phát triển thường có xu hướng xem xét nhiều nguồn thông tin và cân nhắc các mâu thuẫn, tiếp nhận nhưng cũng đánh giá thông tin mới (Buehl và Alexander, 2006; Schommer-Aikins, 2004). Lựa chọn "Hình chữ nhật $ABCD$ biết độ dài AB" ủng hộ sự xuất hiện của S_3, làm cho chiến lược S_1 trở nên phức tạp và tốn kém công sức (vì kết quả tính toán không còn là duy nhất), đồng thời làm cho chiến lược S_2 vượt ra ngoài phạm vi hợp thức của nó. Từ tình huống cơ sở, với sự lựa chọn giá trị trong hai biến V_1 và V_2 chúng tôi dàn dựng tình huống dạy học với 3 bài toán sau: *Bài toán 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết độ dài $AB = 3$. Tính tích $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. Bài toán 2. Cho hình chữ nhật $ABCD$ với độ dài $AB = 3$. a) Chọn một số từ 1 đến 4 mà em yêu thích. Giải thích vì sao em yêu thích số đó? b) Từ 6 đến 9, chọn một số em không thích. Giải thích vì sao em không thích số đó? c) Em hãy tính tích $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ với độ dài AC lần lượt là các số em đã chọn ở a) và b). Bài toán 3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết độ dài $AB = 3$. Theo em, với độ dài AC bằng bao nhiêu để tích $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ nhận giá trị khác 9?*

Việc thiết kế ba bài toán liên tiếp nhằm đưa HS vào trạng thái dao động về mặt niềm tin, từ đó có cơ hội xuất hiện những điều chỉnh về mặt chiến lược tính tích vô hướng của hai vectơ. Môi trường trong tình huống là những số liệu trong kết quả tính tích vô hướng, các giá trị mà các em tự bổ sung thêm vào phục vụ tính toán, và cả những giá trị AC mà đề bài gợi ý bổ sung. Việc tính kết quả tích vô hướng bằng 9, HS nhận ra với mỗi giá trị bổ sung khác nhau sao cho hình chữ nhật $ABCD$ tồn tại, kết quả nhận được luôn bằng 9.

2.2.3. Phân tích hậu nghiệm kết quả thực nghiệm

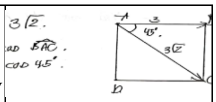
Thực nghiệm được tổ chức ở lớp với 35 HS lớp 10 tại Trường THPT Pleiku (Gia Lai) và Trường THPT chuyên Hùng Vương (Gia Lai) trên địa bàn TP. Pleiku, Gia Lai trong tháng 01/2025. Đầu tiên, các HS sẽ làm việc cá nhân để giải bài toán 1. Sau đó, lớp được chia thành các nhóm 4 HS giải bài toán 2 và 3. Chúng tôi thống kê lại số lượng HS sử dụng các chiến lược theo từng bài toán như sau:

Bảng 2. Thống kê chiến lược của HS trong ba bài toán (Nguồn: Tác giả)

	Chiến lược S_1 tính toán máy móc	Chiến lược S_2 gán một đại diện	Chiến lược S_3 tính toán tổng quát
Bài toán 1	27	8	0
Bài toán 2	2	30	3
Bài toán 3	18	12	5

Sau khi nhận đề bài toán 1, một số ít đặt nghi vấn cho bài toán:

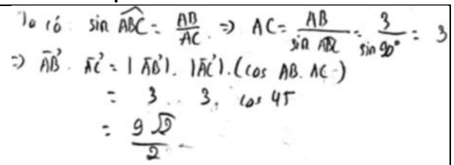
GV: Quan sát thấy một số HS bắt đầu trao đổi với nhau sau khi vẽ hình minh họa.
HS4: Bài này làm sao?; Bạn làm ra chưa?; Dạ cô ơi bài này không giải được đúng không?
GV: Vậy sao lại không giải được?; Quan sát thấy một số HS trao đổi với nhau, số khác bấm máy tính.
HS10: (hỏi HS11) Bạn làm ra chưa? (loay xoay hỏi); Bạn nào biết làm không chỉ tớ với?
HS11: Chưa (GV quan sát: HS11 không làm được, từ đó các HS khác cũng không làm).



Hình 1. Hình vẽ của HS19

Trong giai đoạn này, một số HS bắt đầu nghi ngờ đề bài ban đầu và cho rằng hình chữ nhật đưa ra là không xác định, tức đề có thể thiếu dữ kiện. Trong 27 HS sử dụng chiến lược S1, có 22 em cho rằng không thể giải vì thiếu thông tin và 10 em đề xuất bổ sung giả thiết để tiếp tục tính toán. Khi chia nhóm 4 HS và yêu cầu mỗi em chọn một số, dù ban đầu ngạc nhiên, các em vẫn đưa ra lựa chọn kèm theo lí do mang tính cá nhân. Những lí do này tạo sự gắn kết cá nhân, đồng thời việc bổ sung giả thiết cho thấy nhiều HS đã chuyển từ tin tưởng đề bài đầy đủ sang nhận thức khả năng thiếu dữ kiện, phản ánh sự thay đổi trong cách tiếp cận và niềm tin toán học.

GV: Bây giờ các em thay AC là số em vừa chọn và tính tích vô hướng.
HS18: AC=3 không tính được đúng không ạ?; tại AC là cạnh huyền.
HS31: Dạ 8 đúng không cô? 8 phẩy 9.
HS4: Cô ơi kết quả bằng 9 đúng không ạ? Em làm tròn đó.
HS11: Dạ. cô ơi em làm như vậy đúng không ạ? Em ra 9.



Hình 2. Minh họa bài làm của HS

Tùy vào số HS chọn mà mỗi bài có quá trình tính phức tạp khác nhau. Đối với 4 số đầu tiên, các giá trị 1, 2 và 3 không cho ra được kết quả $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, vì lúc này hình chữ nhật $ABCD$ không tồn tại. Trong quá tình này, có trường hợp HS làm tròn số hoặc tính toán sai dẫn đến kết quả cuối cùng khác 9. Ở đây, một số HS mặc định góc $\widehat{BAC}$ phải nhận một trong các giá trị $60°$; $45°$; $30°$. Khi bài toán 3 được đưa ra, đa phần HS cố gắng tìm một số thỏa mãn yêu cầu đề bài, một số ít HS nhận ra kết quả bài toán có thể luôn bằng 9. Có thể thấy, đối với trường hợp HS chuyển từ chiến lược S_1 sang S_2, niềm tin đã tác động tích cực lên HS, trong khi đối với trường hợp chuyển từ S_2 sang S_1, niềm tin tác động tiêu cực lên HS, khiến các em luôn tin rằng số đo góc $\widehat{BAC}$ luôn nhận giá trị cố định duy nhất.

3. Kết luận

Kết quả thực nghiệm cho thấy niềm tin toán học ảnh hưởng rõ rệt đến việc lựa chọn chiến lược giải toán của HS. Những HS dựa vào tính toán máy móc thường bị giới hạn bởi niềm tin rằng toán học chỉ đúng khi có đủ dữ kiện, nên gặp khó khăn với bài toán thiếu hoặc mơ hồ thông tin. Ngược lại, HS sử dụng chiến lược biến đổi tổng quát thể hiện niềm tin vào tính hợp lí nội tại của toán học và khả năng tự kiến tạo tri thức qua suy luận, chứng minh. Sự chuyển đổi giữa các chiến lược phản ánh vai trò định hướng của niềm tin trong việc mở rộng hoặc thay đổi cách tiếp cận. Điều này cho thấy học toán không chỉ là tiếp thu kiến thức và áp dụng quy tắc, mà còn gắn liền với sự hình thành và phát triển niềm tin về bản chất của toán học. Nghiên cứu còn hạn chế về phạm vi mẫu và số lượng tình huống thực nghiệm, do đó cần được mở rộng và kết hợp phương pháp định lượng trong các nghiên cứu tiếp theo nhằm đo lường chính xác hơn mối quan hệ giữa niềm tin và chiến lược giải toán.

Tài liệu tham khảo

Alfisyahrina, M., & Sugiman. (2025). Integrating Realistic Mathematics Education with Think Pair Share to Enhance Problem-Solving Ability and Mathematical Beliefs in Integer Learning. *International Journal of Scientific Research and Management (IJSRM)*, *13*(03), 600-610.

Asare, B., Dissou Arthur, Y., & Adu Obeng, B. (2025). Mathematics self-belief and mathematical creativity of university students: the role of problem-solving skills. *Cogent Education*, *12*(1), 2456438.

Bessot, A., Comiti, C., Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009). *Những yếu tố cơ bản của bản của Didactic Toán*. NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

Buehl, M. M., & Alexander, P. A. (2006). Examining the dual nature of epistemological beliefs. *International Journal of Educational Research, 45*(1-2), 28-42.

Callejo, M. L., & Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: Two case studies. *Educational Studies in Mathematics, 72*, 111-126.

Chirove, M., Mogari, D., & Ogbonnaya, U.I. (2022). Students' mathematics-related belief systems and their strategies for solving non-routine mathematical problems. *Waikato Journal of Education, 27*(3), 101-121.

Feudel, F., Mercan, S., & Panse, A. (2024). *Students' understanding of the scalar product at the entry to university-Comparison of desirable and actual associations*. In Fifth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics, Barcelona, Spain.

Fitzpatrick, C. (1994). *Adolescent mathematical problem solving: The role of metacognition, strategies and beliefs*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA, USA.

Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 39-57). Dordrecht: Springer Netherlands.

Hestner, Å., & Sumpter, L. (2018). Beliefs and Values in Upper Secondary School Students' Mathematical Reasoning. *In Views and Beliefs in Mathematics Education* (pp. 79-87). Springer International Publishing.

Hidayatullah, A., & Csíkos, C. (2022). Mathematics related belief system and word problem-solving in the Indonesian context. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(4), em2094.

Klinger, M., Thurm, D., Itsios, C., & Peters-Dasdemir, J. (2018). Technology-Related Beliefs and the Mathematics Classroom: Development of a Measurement Instrument for Pre-Service and In-Service Teachers. In *Views and Beliefs in Mathematics Education* (pp. 233-244). Springer International Publishing.

Komara, Lestari, P., & Supratman. (2024). Analysis of Mathematical Beliefs of Madrasah Tsanawiyah Students After Using the Geometry Transformation Digibook. *Mathematics Education Journal, 8*(2), 185-193.

Lafortune, L., Deaudelin, C., Doudin, P.-A., & Martin, D. (2003). *Conceptions, croyances et représentations en maths, sciences et technos (1st ed.)*. Presses de l'Université du Québec.

Lau, W. W. (2022). Predicting pre-service mathematics teachers' teaching and learning conceptions: The role of mathematical beliefs, mathematics self-efficacy, and mathematics teaching efficacy. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(6), 1141-1160.

Lerch, C. M. (2004). Control decisions and personal beliefs: Their effect on solving mathematical problems. *The Journal of Mathematical Behavior, 23*(1), 21-36.

Liljedahl, P. (2018). Affect as a System: The Case of Sara. *In Views and Beliefs in Mathematics Education* (pp. 21-32). Springer International Publishing.

Mason, L. (2003). High school students' beliefs about maths, mathematical problem solving, and their achievement in maths: A cross-sectional study. *Educational Psychology, 23*(1), 73-85.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 1*, 257-315.

Schoenfeld, A. H. (1983). Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science, 7*(4), 329-363.

Schommer-Aikins, M. (2004). Explaining the epistemological belief system: Introducing the embedded systemic model and coordinated research approach. *Educational Psychologist, 39*(1), 19-29.

Skott, J. (2015). Towards a participatory approach to 'beliefs' in mathematics education. *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education: Exploring a mosaic of relationships and interactions* (pp. 3-23). Springer.

Stage, F. K., & Kloosterman, P. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School Science and Mathematics, 92*(3), 109-115.

Suliani, M., Juniati, D., & Lukito, A. (2024). The influence of student's mathematical beliefs on metacognitive skills in solving mathematical problem. *International Journal of Evaluation and Research in Education, 13*(3), 1481-1491.

Zavala, G. & Barniol, P. (2010). Students' understanding of the concepts of vector components and vector products. *AIP Conference Proceedings, 1289*(1), 341-344.