

## ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH THÔNG QUA NHIỆM VỤ MỞ VỀ CHỦ ĐỀ VECTOR

Nguyễn Thị Tân An<sup>1,+</sup>,  
Nguyễn Trung Chánh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Huế,

<sup>2</sup>Trường THPT Hòa Bình, Bà Rịa - Vũng Tàu

+ Tác giả liên hệ • Email: [tanan0704@gmail.com](mailto:tanan0704@gmail.com)

### Article history

Received: 12/2/2022

Accepted: 25/4/2022

Published: 20/6/2022

### Keywords

Mathematical communication competency, open task, vector assessment

### ABSTRACT

In the current context of development and integration, the Mathematics general education program 2018 focuses on the development of learners' mathematical competencies, including the competency to communicate in mathematics. The study was conducted with 36 grade 10 students, using 7 open tasks, related to the Vector chapter, with difficulty levels 3 and 4 according to PISA classification. The aim of this study is to assess students' mathematical communication competency, adapting the scale of Cai et al (1996) into the geometric content to create a specific scale consisting of 5 levels, 4 elements of each level including presentation, reasoning, using language and drawing. The results show that the students' mathematical communication competency was mainly at the average level (level 2), the number of students reaching the low level 0 and 1 was approximately 1/3 and the near proficiency level (level 2) was 1/4. In addition, the students could not explain mathematical results in oral form as well as in written form. Besides, open tasks created a communication environment in which mistakes in students' understanding of vector knowledge were revealed.

### 1. Mở đầu

Học tập được thực hiện thông qua một quá trình hoạt động trung gian và giao tiếp là một khía cạnh không thể thiếu của quá trình này. Theo NCTM (2000), giao tiếp là một thành phần quan trọng và cần thiết trong việc học toán, làm toán và hiểu toán vì người học phải sử dụng thuật ngữ, kí hiệu và cấu trúc toán học để hiểu cũng như diễn đạt các ý tưởng và mối quan hệ toán học. Thông qua giao tiếp, GV có nguồn thông tin về cách HS suy nghĩ và tư duy, cho phép GV điều chỉnh cách giảng dạy và hỗ trợ HS khi cần thiết.

Giao tiếp toán học (GTTH) bao gồm việc chia sẻ và giải thích các ý tưởng bằng lời nói và bằng văn bản (NCTM, 2000). Mặc dù hai hình thức giao tiếp này đều quan trọng, nhưng giao tiếp viết có thể hiệu quả hơn trong việc thúc đẩy hiểu biết toán và tư duy của HS vì cho phép hỗ trợ các quá trình siêu nhận thức, giúp phát triển các ý tưởng phức tạp (Pugalee, 2004). Hơn nữa, GTTH không phải là một hoạt động đơn giản và dễ quan sát, HS có xu hướng giao tiếp mơ hồ, không rõ ràng (Morgan và cộng sự, 2014). Do vậy, Pugalee (2004) cho rằng cần có nhiều nghiên cứu hơn liên quan đến giao tiếp nói chung và giao tiếp viết nói riêng trong dạy học toán để có thể hiểu rõ hơn về đóng góp của giao tiếp trong việc thúc đẩy tư duy toán học. Một trong những cách hiệu quả cho phép HS GTTH thông qua hình thức viết là GV sử dụng các nhiệm vụ mở (NVM) yêu cầu HS trình bày và giải thích cách thức giải quyết (Cai và cộng sự, 1996).

Quan điểm giao tiếp trong giáo dục toán đã dần trở nên quan trọng trong 20 năm qua và là một năng lực cần được phát triển trong chương trình của nhiều nước (Baran và Kabaal, 2021). Tổng quan các tài liệu về GTTH cho thấy có sự gia tăng các nghiên cứu liên quan đến GTTH dưới hình thức nói và viết ở các cấp độ học tập khác nhau. Chẳng hạn, Maulyda và cộng sự (2020) đã tìm hiểu cách HS THCS kích hoạt năng lực GTTH trong việc giải các bài toán đồ và nhận ra những khó khăn mà HS gặp phải liên quan đến việc chuyển đổi các câu văn trong bài toán thành các mô hình toán học. Một nghiên cứu khác của Rohid và cộng sự (2019) tập trung vào HS lớp 8 với mục đích tương tự và cũng cho thấy HS gặp khó khăn trong việc giải thích các ý tưởng toán học của mình liên quan đến tình huống. Vai trò và ý nghĩa của năng lực GTTH trong việc hỗ trợ tư duy toán học và kỹ năng giải quyết vấn đề của HS được nhấn mạnh bởi Thompson và Chappell (2007). Ngoài ra, có thể thấy rằng các bài đánh giá của PISA trong lĩnh vực hiểu biết toán đều liên quan đến GTTH như một năng lực toán học cơ bản (OECD, 2019).

Đã có một số tác giả trong nước nghiên cứu về chủ đề năng lực GTTH, chẳng hạn: Nguyễn Thị Duyên (2014) tập trung vào việc tìm kiếm các phương thức để thúc đẩy hoạt động GTTH của HS trong môi trường học tập lấy khảo sát làm trung tâm; Hoa Ánh Tường (2014) quan tâm đến việc sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển năng lực GTTH cho HS trung học cơ sở; Vũ Thị Bình (2016) xây dựng các biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực biểu diễn và GTTH cho HS lớp 6, 7; hoặc nghiên cứu của Lê Thái Bảo Thiên Trung và Vương Vĩnh Phát (2019) đã vận dụng những giai đoạn khác nhau của phương pháp ACODESA dựa trên học tập hợp tác, tranh luận khoa học và tự suy xét để thiết kế tình huống dạy học giúp HS hiểu rõ hơn ý nghĩa hình học của đạo hàm và góp phần phát triển năng lực GTTH. Tuy nhiên, các nghiên cứu liên quan đến việc sử dụng NVM để phát triển hoặc đánh giá năng lực GTTH của HS hầu như rất hiếm, đặc biệt trong chủ đề Vector ở chương trình Toán lớp 10. Do đó, nghiên cứu này hướng đến việc trả lời các câu hỏi nghiên cứu sau: Năng lực GTTH của HS thể hiện như thế nào qua việc trả lời các NVM chủ đề vectơ? Năng lực giao tiếp viết và nói của HS thể hiện khác nhau như thế nào? Hiểu biết của HS về chủ đề vectơ thể hiện như thế nào qua việc trả lời các NVM? Dựa trên kết quả đó đưa ra những đề xuất gì đối với việc phát triển năng lực GTTH của HS thông qua NVM ở nhà trường phổ thông?

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Năng lực giao tiếp toán học

Năng lực GTTH là khả năng đọc và giải thích được các phát biểu, câu hỏi, hướng dẫn, nhiệm vụ, hình ảnh và đối tượng liên quan đến nội dung toán; hình dung và hiểu được nhiệm vụ, thông tin được cung cấp bao gồm các thuật ngữ toán học; trình bày và giải thích được bài làm hoặc suy luận toán học của mình cũng như đánh giá được ý tưởng toán học của người khác (Turner và cộng sự, 2015).

Năng lực GTTH gồm hai thành phần “tiếp thu” và “biểu đạt” (Turner và cộng sự, 2015): + Thành phần tiếp thu là sự hiểu biết về giao tiếp của người khác, bao gồm hiểu được những gì trình bày và thể hiện dưới dạng ngôn ngữ toán học, hiểu được thông tin nào có liên quan, câu trả lời nào được yêu cầu. Đối với các bài viết, thành phần tiếp thu liên quan đến việc hiểu văn bản và hình ảnh, trong đó văn bản bao gồm các biểu diễn toán học như kí hiệu, công thức, phương trình, sơ đồ, đồ thị, bảng biểu...; + Thành phần biểu đạt là giao tiếp tích cực của chính HS, bao gồm trình bày (nói hoặc viết) câu trả lời hoặc các bước giải, mô tả các suy luận được sử dụng và giải thích cho câu trả lời của mình hoặc của người khác.

Để đánh giá năng lực GTTH, PISA (OECD, 2019) phân loại các nhiệm vụ theo 4 độ khó sau đây:

- Độ khó 1: Hiểu một câu hoặc cụm từ liên quan đến các khái niệm cho phép tiếp cận ngay với nhiệm vụ, ở đó các thông tin liên quan trực tiếp đến nhiệm vụ và thứ tự thông tin khớp với các bước suy nghĩ cần thiết để hiểu nhiệm vụ. Ở mức độ này chỉ yêu cầu HS trình bày một từ hoặc kết quả số.

- Độ khó 2: Nhận ra và liên kết các thông tin liên quan, trong đó nhiệm vụ được trình bày phức tạp hơn, bao quát hơn so với các câu và cụm từ ngắn, có thể có một số thông tin không liên quan. Mức độ trình bày chỉ yêu cầu đơn giản như viết một phát biểu hoặc phép tính ngắn, diễn đạt một khoảng hoặc một dải giá trị...

- Độ khó 3: Nhận ra, lựa chọn và liên kết các thông tin cần thiết để hiểu nhiệm vụ. Trình bày bao gồm việc cung cấp một mô tả, giải thích ngắn gọn, hoặc trình bày các bước tính toán.

- Độ khó 4: Nhận ra, lựa chọn và liên kết nhiều thông tin của nhiệm vụ, liên quan đến các quan hệ phức tạp về mặt logic. Mức độ này yêu cầu HS trình bày lời giải thích hoặc lập luận trong đó đòi hỏi liên kết nhiều yếu tố của vấn đề.

Dựa trên các biểu hiện về năng lực GTTH mô tả trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (2018) và định nghĩa của PISA (OECD, 2019), chúng tôi xem năng lực GTTH là khả năng của một cá nhân: + Nghe hiểu, đọc hiểu, ghi chép được các thông tin toán học cần thiết được trình bày dưới dạng nói hoặc viết; + Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác; + Sử dụng được hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác với người khác; + Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến toán học.

### 2.2. Nhiệm vụ mở

Các nhiệm vụ toán học truyền thống thường phát biểu các điều kiện toán học cần thiết một cách hoàn chỉnh, đủ để HS huy động kiến thức, kĩ năng đã học và áp dụng một cách phù hợp để tìm ra lời giải; và thường chỉ có một câu trả lời đúng, đã được dự định trước. Các nhiệm vụ này được thiết lập chặt chẽ để đảm bảo các câu trả lời là đúng hoặc sai, chúng được gọi là các nhiệm vụ đóng. Ngược lại, các nhiệm vụ được đặt ra nhằm có nhiều lời giải đúng gọi là các NVM.

NVM là dạng nhiệm vụ có cấu trúc thiếu như thiếu dữ liệu hoặc giả thiết và không có thuật giải cố định, HS hoàn thành câu trả lời tùy theo mức độ tư duy của bản thân (Trần Vui, 2019). Các NVM có thể mở ít hay nhiều phụ thuộc vào sự hạn chế hoặc phương diện ràng buộc được tính đến. NVM có thể sắp xếp từ mức độ đơn giản yêu cầu HS giải thích, cho ví dụ về một kiến thức toán, hoặc yêu cầu thêm giả thiết rõ ràng vào một tình huống phức tạp trước khi giải quyết, hoặc tạo ra các bài toán mới có liên quan, tổng quát hoá cho một trường hợp cụ thể đã biết. Đặc trưng của NVM là không có phương pháp giải cố định, có thể được giải quyết theo nhiều cách khác nhau, với nhiều mức độ khác nhau, tạo cho HS cơ hội suy nghĩ toán học một cách linh hoạt, sáng tạo, phát triển những kỹ năng giao tiếp (Hancock, 1995). Theo Sanchez (2013), NVM thường đòi hỏi HS phải giải thích cách tư duy của mình và như vậy sẽ cho phép GV nhìn nhận được sâu sắc về việc HS tư duy như thế nào, khám phá được khả năng toán học tiềm tàng ở các em; đồng thời thấy được những “lỗ hổng” của HS trong việc hiểu, trình bày, lí giải các ý tưởng toán học, do đó có thể đánh giá năng lực GTTH của HS. Bên cạnh đó, NVM còn tạo điều kiện thuận lợi cho việc đánh giá khả năng GTTH của HS thông qua khả năng sử dụng các biểu diễn toán học khác nhau.

### 2.3. Phương pháp nghiên cứu

Theo Duval (2006), để thể hiện hiểu biết kiến thức sâu sắc, người học cần biết nhiều dạng biểu diễn khác nhau và có thể chuyển đổi linh hoạt giữa chúng, điều đó giúp thúc đẩy tư duy và suy luận, cải thiện khả năng GTTH của HS. Trong nghiên cứu này, chúng tôi lựa chọn nội dung vector để tìm hiểu năng lực GTTH của HS, vì ở nội dung này HS có thể kết hợp nhiều dạng biểu diễn khác nhau như lời, hình vẽ, biểu thức vector, tọa độ để trình bày suy nghĩ của mình.

Nghiên cứu được thực hiện đối với 36 HS lớp 10, trường THPT Hòa Bình, tỉnh Bà Rịa - Vũng Tàu, vào thời điểm HS đang học chương “Vector”. Nội dung khảo sát gồm 7 NVM (Hình 1), liên quan đến 4 bài học của chương, có độ khó 3 và 4 theo phân loại của PISA (OECD, 2019) vì khi trả lời, HS cần liên kết nhiều thông tin để trình bày, giải thích cách làm của mình. Khảo sát được tiến hành trong 4 tuần, mỗi tuần HS giải quyết hai NVM trên giấy với thời gian 15 phút, làm bài cá nhân một cách độc lập, không có sự trao đổi, thảo luận hay bất kì gợi ý nào từ phía GV.

Trong nghiên cứu này, để đánh giá năng lực GTTH của HS khi giải quyết các NVM về nội dung vector, chúng tôi đã cụ thể hóa thang đo của Cai và cộng sự (1996) vào nội dung hình học kết hợp với các biểu hiện của năng lực GTTH đã trình bày ở trên để đưa ra một thang đánh giá cụ thể hơn. Thang đánh giá chúng tôi sử dụng (Bảng 1) gồm 5 mức độ, và mỗi mức độ quan tâm đến bốn yếu tố trong giao tiếp của HS gồm trình bày, diễn đạt cách làm - lập luận - sử dụng ngôn ngữ toán học (thuật ngữ, kí hiệu) và hình vẽ.

Ngoài ra, để so sánh năng lực giao tiếp viết và nói của HS, chúng tôi đã chọn cố định năm HS gồm hai em học lực giỏi, hai em học lực khá, một em học lực trung bình (môn Toán) và thực hiện phỏng vấn 5 trong 7 câu khảo sát viết, gồm các câu 2, 3, 5, 6 và 7. Phỏng vấn được thực hiện sau mỗi lần khảo sát viết, mỗi ngày chỉ phỏng vấn một câu, thực hiện độc lập giữa các HS và ghi âm phần trả lời của các em. Sau đó, câu trả lời của HS sẽ được “tháo băng” và thực hiện đánh giá.

Kết quả nghiên cứu được phân tích định tính và định lượng. Quá trình phân tích định tính tập trung vào việc phân tích câu trả lời của HS theo các biểu hiện của GTTH. Phân tích định lượng thực hiện dựa trên thống kê kết quả đánh giá năng lực GTTH, phân tích số liệu và rút ra các kết luận dựa trên các số liệu đó.

Câu 1. Em hãy vẽ hai vector bằng với  $\vec{a}$ , nhưng khác  $\vec{a}$ . Giải thích cách làm của em.



Câu 2. Cho hình bình hành  $ABCD$ . Em hãy tìm một điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ . Giải thích cách làm của em.

Câu 3. Cho vector  $\vec{a}$  như hình vẽ. Em hãy vẽ hai vector  $\vec{m}$  và  $\vec{n}$  không cùng phương với  $\vec{a}$  sao cho  $\vec{a} = 2\vec{m} + 3\vec{n}$ . Giải thích cách làm của em.

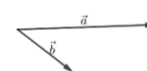


Câu 4. Vẽ tứ giác  $ABCD$  sao cho  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ . Giải thích cách làm của em.

Câu 5. Vẽ hai vector ngược hướng với vector  $\vec{a}(-3; 0)$  và viết tọa độ của hai vector đó. Giải thích cách làm của em.

Câu 6. Vẽ một cặp vector trên mặt phẳng tọa độ. Tìm tọa độ và vẽ vector tổng của cặp vector đó. Giải thích cách làm của em.

Câu 7. Mô tả một tình huống thực tế bao gồm hai vector được vẽ như hình dưới đây. Mô tả ý nghĩa của vector tổng trong tình huống đưa ra.



Hình 1. Nội dung phiếu khảo sát

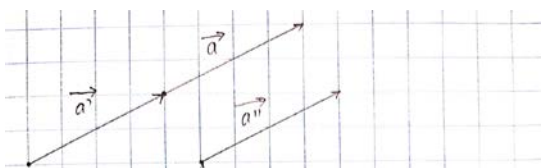
Bảng 1. Các mức độ của năng lực GTTH

Mức độ	Tiêu chí đánh giá
0	- Không trình bày; - Trình bày không liên quan, diễn tả không đúng vấn đề; - Có thể bao gồm một hình vẽ biểu diễn sai hoàn toàn yêu cầu của nhiệm vụ.

1	Có một hoặc hai yếu tố đạt yêu cầu nhưng không hoàn thành hoặc bỏ sót những phần quan trọng của vấn đề, câu trả lời: Trình bày liên quan đến yêu cầu của nhiệm vụ nhưng bị thiếu, khó theo dõi; Lập luận không đúng / hoặc không lập luận; Sử dụng nhiều thuật ngữ, kí hiệu toán học không đúng; Hình vẽ không chính xác hoặc chỉ đúng một trường hợp.
2	Cung cấp câu trả lời không đầy đủ bao gồm: Phần trình bày, diễn đạt hơi mơ hồ hoặc không rõ ràng; Lập luận không đầy đủ hoặc không chắc chắn về mặt logic; Sử dụng một vài thuật ngữ, kí hiệu toán học không đúng; Hình vẽ bị thiếu sót hoặc một số yếu tố không rõ ràng.
3	Cung cấp câu trả lời khá đầy đủ: Phần trình bày, diễn đạt rõ ràng; Các lập luận có vẻ hợp lí, logic nhưng có một sai sót nhỏ; Sử dụng gần như đúng tất cả các thuật ngữ, kí hiệu toán học; Có thể bao gồm một hình vẽ gần như thích hợp.
4	Cung cấp câu trả lời đầy đủ: Phần trình bày, diễn đạt rõ ràng; Các lập luận hợp lí, logic và đầy đủ; Sử dụng đúng các thuật ngữ, kí hiệu toán học; Có thể bao gồm một hình vẽ thích hợp.

**2.4. Kết quả nghiên cứu**

Kết quả câu 1 cho thấy, 19/36 HS vẽ đúng 2 vectơ theo yêu cầu nhưng chỉ có 5 HS giải thích đúng và đầy đủ, sử dụng chính xác các thuật ngữ toán học liên quan. Một số HS hiểu sai khái niệm “hai vectơ bằng nhau”, mặc dù ghi định nghĩa đúng nhưng vẽ hình sai, cụ thể là chỉ có độ dài bằng nhau mà không quan tâm đến phương và hướng, hoặc cùng phương và độ dài, nhưng hướng ngược nhau. Ngoài ra, một số HS vẽ hình đúng nhưng khi giải thích chỉ đề cập đến độ dài, hoặc phương và độ dài của các vectơ. 11 HS nhầm lẫn trong việc sử dụng các thuật ngữ khi trình bày lời giải thích, chẳng hạn như “đường thẳng” hoặc “đoạn thẳng” thay cho “vectơ”, “vectơ song song với vectơ” thay cho “giá của hai vectơ song song với nhau”, “độ dài giá của vectơ” thay cho “độ dài của vectơ”, “giá cùng hướng” thay cho “vectơ cùng hướng”...



2 vectơ bằng nhau là 2 vectơ cùng hướng và cùng độ dài. Ta vẽ  $\vec{a}'$  có giá trung với giá của  $\vec{a}$  và cùng hướng với  $\vec{a}$ , vẽ sao cho độ dài  $\vec{a}'$  bằng độ dài  $\vec{a}$ .

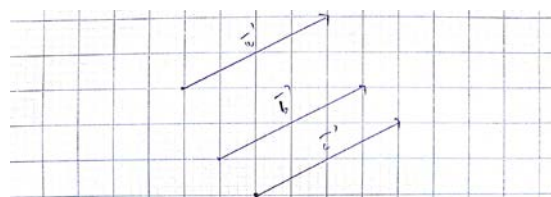
Vẽ vectơ  $\vec{a}''$  có giá song song với giá của  $\vec{a}$  và  $|\vec{a}''| = |\vec{a}|$  và  $\vec{a}''$  cùng hướng  $\vec{a}$ . Vậy ta vẽ được  $\vec{a}'$  và  $\vec{a}''$  bằng với  $\vec{a}$ .

Mức độ 4

- Muốn vẽ 2 vectơ bằng với  $\vec{a}$  ta phải vẽ chúng có độ dài bằng nhau, cùng hướng, song song, hoặc cùng hướng, cùng độ dài, cùng hướng, cùng độ dài.

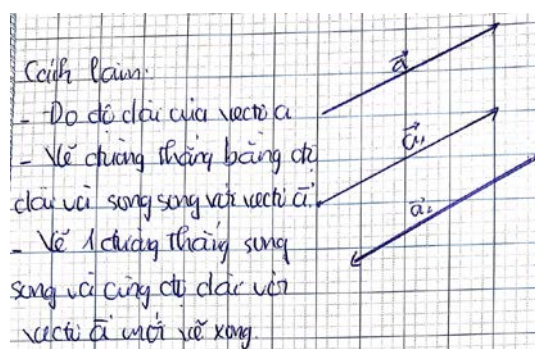
- Hai vectơ chỉ tạo thành 2 cạnh của hình bình hành cùng chiều, hướng.

Mức độ 2



Việc vẽ hai hay nhiều vectơ bằng nhau như hai hay nhiều vectơ phải cùng hướng và cùng độ dài.

Mức độ 3



Mức độ 1

Hình 2. Minh họa bài làm câu 1 ở các mức độ của năng lực GTTH

Ở câu 2, có 7 HS biến đổi đẳng thức đã cho về đẳng thức  $\vec{BA} = \vec{CD}$  hoặc  $\vec{DA} = \vec{CB}$  (luôn đúng với mọi điểm M), từ đó kết luận có thể chọn điểm M tùy ý. 6 HS chọn trường hợp đặc biệt khi M là giao điểm hai đường chéo hình bình hành vì nhận ra các cặp vector đối nhau  $\vec{MA}, \vec{MC}$  và  $\vec{MB}, \vec{MD}$ , tổng của chúng bằng  $\vec{0}$  nên  $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MB} + \vec{MD}$ . 6 HS vẽ M là giao điểm hai đường chéo hoặc chấm một điểm bất kì nhưng không giải thích. Một số HS thực

hiện sai quy tắc cộng  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BD}$ , sau đó nhầm lẫn vector và độ lớn của vector, nhầm lẫn hai đường chéo của hình bình hành bằng nhau. Hoặc ngay từ đầu đã sai làm  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = AC$ ,  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = BD$ .

Câu 3 liên quan đến biểu diễn vector, sử dụng kiến thức tổng hai vector và tích của vector với một số. Trong câu này, có 10 HS vẽ hình đúng và giải thích đúng hoặc gần đúng, các em sử dụng định nghĩa phép cộng vector (quy tắc ba điểm) hoặc quy tắc hình bình hành để xác định các vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  sao cho  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ , từ đó vẽ  $\vec{m} = \frac{1}{2}\vec{b}$ ,  $\vec{n} = \frac{1}{3}\vec{c}$ .

Một số HS sau khi xác định đúng các vector  $\vec{b}$  và  $\vec{c}$  nhưng vẽ  $\vec{m}$  và  $\vec{n}$  không thể hiện tỉ lệ 1:2, 1:3 hoặc không đúng tỉ lệ, và cũng không giải thích hoặc giải thích không đúng. Một số HS sử dụng quy tắc ba điểm nhưng sai chiều của vector tức là  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ , hay xem phép cộng vector như phép cộng độ dài nên vẽ  $\vec{m}$  và  $\vec{n}$  tùy ý chỉ thỏa mãn về độ lớn  $2|\vec{m}| + 3|\vec{n}| = |\vec{a}|$ .

Đối với câu 4, 21 HS biến đổi đẳng thức đã cho thành  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$  (hoặc  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$  hoặc  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ ), từ đó nhận ra tứ giác là hình bình hành (hoặc hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông). Nhiều HS còn mắc một số lỗi như sử dụng sai quy tắc ba điểm, sai quy tắc hình bình hành, biến đổi sai dấu, đánh dấu trên hình vẽ điểm cuối của vector không đúng (HS đánh dấu mũi tên của vector ngay giữa đoạn thẳng). Một HS sau khi biến đổi về đẳng thức  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$  nhưng không nhận ra đặc điểm của ABCD.

Với yêu cầu của câu 5, có 7 HS vẽ đúng vector  $\vec{a}$  và hai vector ngược hướng, đọc đúng tọa độ của chúng, đồng thời có những giải thích hợp lí, 19 HS không đọc được tọa độ hoặc đọc sai tọa độ của hai vector ngược hướng. Một số HS từ tọa độ vector  $\vec{a}$  viết tọa độ các vector đối nhưng không vẽ được các vector lên hệ trục tọa độ hoặc vẽ sai.

Đối với câu 6, có 9 HS trả lời đạt mức 3 và 4, các em lấy 3 điểm A, B, C trên hệ trục Oxy, vẽ các vector  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{AC}$ , xác định vector tổng là  $\overrightarrow{BC}$ , tính tọa độ của  $\overrightarrow{BC}$  theo tọa độ của  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{AC}$  (hay tọa độ điểm B và C). Hoặc HS cho tọa độ của  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  (thường có hoành độ hoặc tung độ bằng 0), tìm tọa độ vector tổng theo công thức, rồi biểu diễn  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  lên hệ trục tọa độ, tịnh tiến hai vector về chung gốc và vẽ vector tổng. 13 HS chỉ trình bày đúng biểu diễn hình học hoặc biểu diễn đại số (tọa độ). HS vẽ hai vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bất kì trên hệ trục Oxy, xác định vector tổng nhưng không viết được tọa độ của vector tổng. Hoặc HS cho tọa độ của  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , tìm tọa độ vector tổng, nhưng không biểu diễn được các vector lên mặt phẳng tọa độ. 14 HS vẽ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  lên hệ trục tọa độ nhưng đọc sai tọa độ của  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , tính tọa độ và vẽ vector tổng không đúng.

Ở câu 7, có 4 HS mô tả được tình huống thực tế, trong đó hai vector ứng với  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được cho là hai lực tác động lên cùng một vật, khi đó vector tổng biểu diễn cho hướng và tốc độ chuyển động của vật. 21 HS mô tả tình huống thực tế, trong đó có hai đại lượng có hướng, có độ lớn, tác động lên hai đối tượng khác nhau nên không thể kết luận về vector tổng.

Sau khi phân tích bài làm của HS và đánh giá các câu trả lời theo 5 mức độ của năng lực GTTH đã trình bày, chúng tôi thu được kết quả sau đây về bài khảo sát:

Bảng 2. Số HS đạt các mức độ năng lực GTTH ở mỗi câu

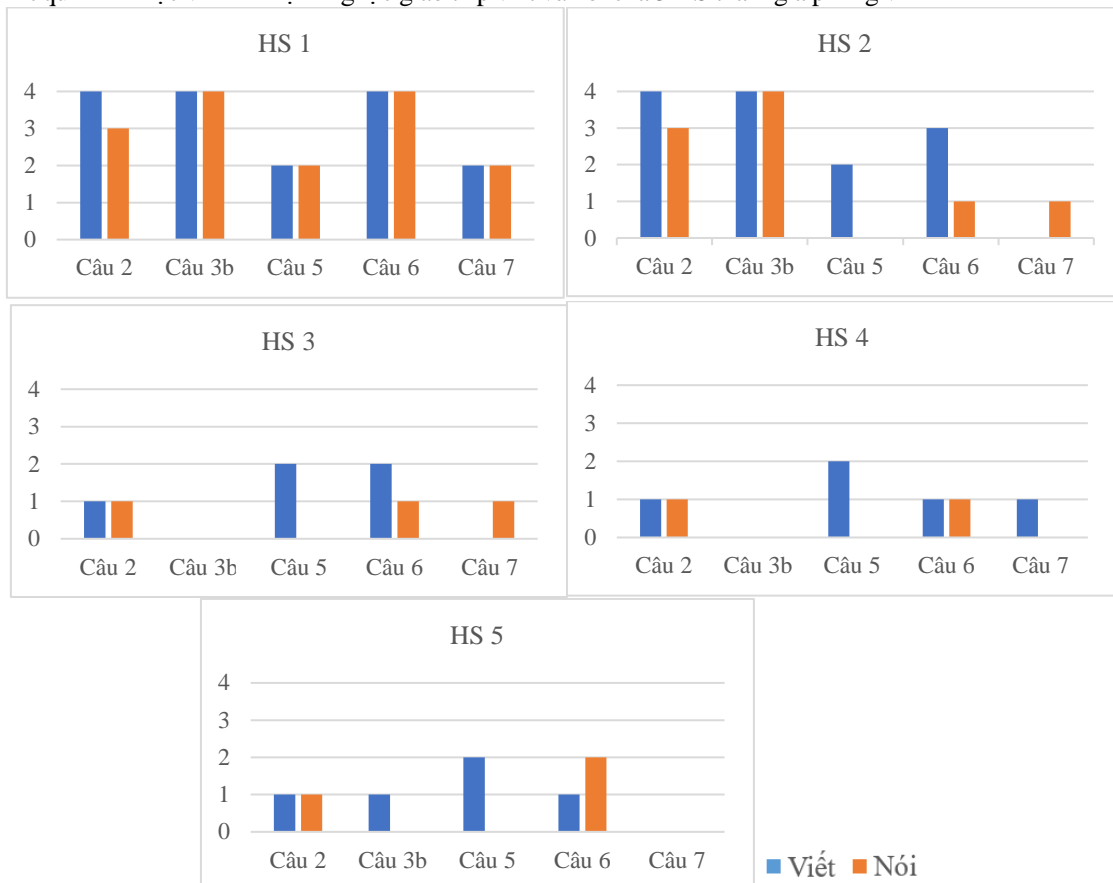
	Mức độ 0	Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4
Câu 1	0	4	13	14	5
Câu 2	1	10	12	10	3
Câu 3	5	11	10	6	4
Câu 4	1	1	13	15	6
Câu 5	5	5	19	6	1
Câu 6	14	0	13	8	1
Câu 7	11	11	10	4	0
Tổng (%)	37 (14,68%)	42 (16,67%)	90 (35,71%)	63 (25,00%)	20 (7,94%)

Kết quả trên cho thấy, ở các nhiệm vụ, phần lớn HS đạt mức độ 2 của năng lực GTTH - nghĩa là các em thường sử dụng nhiều thuật ngữ, kí hiệu toán học không đúng, phần trình bày, mô tả không rõ ràng, và việc lập luận thường không đầy đủ, logic, hình vẽ chỉ thỏa mãn một số yêu cầu của đề bài. Tuy nhiên, số HS đạt mức độ 3 cũng khá cao (25%), câu trả lời của các em sử dụng gần như đúng tất cả các thuật ngữ, kí hiệu toán học, phần giải thích, mô tả rõ ràng, các lập luận chỉ có một sai sót nhỏ, hình vẽ gần như thích hợp. Ngoài ra, số HS không trả lời, trả lời không

đúng yêu cầu, giao tiếp không hiệu quả, trình bày khó theo dõi, lập luận không đúng, hình vẽ không chính xác (mức 0 và 1) cũng chiếm khoảng 31,4%.

Những câu mà HS đạt mức độ 3 và 4 rất thấp là câu 5, 6, 7. Ở câu 5 và 6, phần lớn HS gặp sai lầm khi biểu diễn vector có tọa độ cho trước lên hệ trục tọa độ  $Oxy$ , không thể viết hoặc viết sai tọa độ của một vector đã vẽ trên hệ trục tọa độ. Điều này cho thấy các em chưa nắm vững biểu diễn hình học của một vector được xác định bởi tọa độ, mặc dù các em có thể thực hiện các tính toán về tọa độ của các vector rất tốt. Câu 7 yêu cầu HS tìm kiếm một ví dụ trong thực tế liên quan đến hình ảnh vector được cho sẵn, nhưng kết quả cho thấy HS thiếu sự gắn kết kiến thức vector trong các tình huống thực tế. Điều này có thể giải thích một phần do trong chương trình toán có quá ít các ví dụ minh họa cho vector trong các tình huống thực tế.

Kết quả thu được về mức độ năng lực giao tiếp viết và nói của 5 HS tham gia phỏng vấn như sau:



Hình 3. Mức độ năng lực GTTH viết và nói của 5 HS tham gia phỏng vấn

Từ kết quả trên, có thể nhận thấy phần lớn điểm đánh giá năng lực giao tiếp nói và viết bằng nhau chiếm tỉ lệ 48%, chủ yếu các trường hợp này rơi vào 2 HS có học lực giỏi, hoặc điểm nói thấp hơn điểm viết chiếm 40%. Một số ít trường hợp có điểm viết thấp hơn điểm nói, chiếm tỉ lệ 12% và mức độ chênh lệch chỉ 1 điểm - đó thường là những câu trả lời trong khi nói thể hiện một ý đúng nhưng không phải là trọng tâm của vấn đề, tuy nhiên khi viết các em thường bỏ qua, không trình bày.

### 3. Kết luận

Nghiên cứu tập trung vào năng lực GTTH của HS thể hiện qua việc trả lời các NVM về nội dung vector. Kết quả cho thấy, với những nhiệm vụ có cấp độ khó ở mức 3 và 4 thì năng lực GTTH của HS chủ yếu đạt mức độ trung bình (mức 2), số HS đạt mức độ thấp 0 và 1 xấp xỉ tỉ lệ 1/3 và số HS đạt mức độ gần thành thạo (mức 3) xấp xỉ 1/4. Ngoài ra, HS giải thích kết quả toán học bằng hình thức nói không tốt bằng hình thức viết, kết quả này trái ngược với nghiên cứu của Maulyda và cộng sự (2020), tuy nhiên có thể giải thích là do HS ít có cơ hội giao tiếp nói trong tiết học toán vì thời gian hạn chế cũng như số lượng HS khá đông trong mỗi lớp học. Nghiên cứu cũng cho thấy, các NVM đã tạo môi trường giao tiếp mà ở đó bộc lộ những sai lầm trong việc hiểu của HS về kiến thức vector. Những

HS đạt mức độ 0 và 1 của năng lực GTTH thường có xu hướng hiểu sai hoặc nhầm lẫn khái niệm (như khái niệm: vector, hai vector bằng nhau, phép cộng vector, phép nhân vector với một số, tọa độ của vector), sử dụng sai quy tắc (quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành) dẫn đến hình vẽ không đúng và sử dụng sai các thuật ngữ toán học. Những HS ở mức độ 2 có thể làm việc với các biểu diễn độc lập như lời, hình vẽ hoặc tọa độ, nhưng các em lại gặp khó khăn khi chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn này. Như vậy, trong quá trình dạy học, bên cạnh kiến thức quy trình, GV cần chú trọng đến kiến thức khái niệm, có thể sử dụng những NVM ở những thời điểm thích hợp để phát hiện những sai lầm trong việc hiểu của HS từ đó điều chỉnh kịp thời. Ngoài ra, GV cũng cần chú ý đến các nhiệm vụ thực tế, các nhiệm vụ đòi hỏi sự chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn giúp HS hiểu kiến thức sâu sắc hơn và thấy được ý nghĩa, ứng dụng của các kiến thức toán trong thực tế. Bên cạnh đó, GV cần tạo điều kiện để HS trình bày bằng lời nói, nhận xét lẫn nhau để giúp các em tự tin và trình bày các ý tưởng logic hơn khi nói.

### Tài liệu tham khảo

- Baran, A., & Kabael, T. (2021). An investigation of eighth grade students' mathematical communication competency and affective characteristics. *The Journal of Educational Research, 114*(4), 367-380.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Cai, J., Jakabcsin, M. S., & Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics, 96*(5), 238-246.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1-2), 103-131.
- Hancock, C. L. (1995). Implementing the assessment standards for school mathematics: Enhancing mathematics learning with open-ended questions. *The Mathematics Teacher, 88*(6), 496-499.
- Hoa Ánh Tường (2014). Sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trung học cơ sở. *Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục*. Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- Lê Thái Bảo Thiên Trung, Vương Vĩnh Phát (2019). Nghiên cứu năng lực giao tiếp toán học của học sinh trong một tình huống dạy học đạo hàm. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, 16*(4), 40-52.
- Mauliyda, M. A., Annizar, A. M., Hidayati, V. R., & Mukhlis, M. (2020). Analysis of students' verbal and written mathematical communication error in solving word problem. *Conference Series, 1538*.
- Morgan, C., Craig, T., Schütte, M., & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: An overview of research in the field. *ZDM, 46*(6), 843-853.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nguyễn Thị Duyên (2014). Phát huy năng lực giao tiếp toán học của học sinh trong môi trường khảo sát Toán. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 59*(2A), 157-167.
- Organization for Economic Co-operation and Development [OECD] (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD Publishing.
- Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving practices. *Educational Studies in Mathematics, 55*, 27-47.
- Rohid, N., Suryaman, S., & Rusmawati, R. D., (2019). Students' mathematical communication skills in solving mathematics problems: A case in Indonesian Context. *Anatolian Journal of Education, 4*(2), 19-30.
- Sanchez, W. B. (2013). Open-ended questions and the process standards. *The Mathematics Teacher, 107*(3), 206-211.
- Thompson, D. R., & Chappell, M. F. (2007). Communication and representation as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly, 23*(2), 179-196.
- Trần Vui (2019). *Đánh giá trình độ toán - Hiểu sâu khái niệm và thành thạo kỹ năng cơ bản trong giải quyết vấn đề*. NXB Đại học Sư phạm.
- Turner, R., Blum, W., & Niss, M. (2015). Using competencies to explain mathematical item demand: A work in progress. In *Assessing mathematical literacy* (pp. 85-115). Springer, Cham.
- Vũ Thị Bình (2016). *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.