

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO SINH VIÊN NGÀNH KINH TẾ TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG “GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ” (HỌC PHẦN TOÁN CAO CẤP)

Lê Lương Vương¹,
Hoa Anh Tường^{2,+},
Nguyễn Hữu Hậu³

¹Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh;

²Trường Đại học Sài Gòn; ³Trường Đại học Hồng Đức

+ Tác giả liên hệ • Email: hatuong@sgu.edu.vn

Article history

Received: 25/9/2025

Accepted: 29/10/2025

Published: 05/01/2026

Keywords

Limits of functions,
Advanced mathematics,
mathematical problem-
solving competence,
Economics students

ABSTRACT

In contemporary higher education, the need to innovate teaching methods towards developing learners' competence is increasingly emphasized. As for students majoring in Economics, the formation and training of mathematical problem-solving competence is the basis for applying knowledge to professional practice. The study proposes a number of measures to develop mathematical problem-solving competence for Economics majors in teaching the content of “Limits of functions” (Advanced Mathematics course). To improve teaching effectiveness through the proposed measures, lecturers need to focus on designing learning activities to enhance students' experiences and exploration, helping them proactively discover and solve problems; in addition, it is necessary to integrate practical situations related to the economic field into lectures, in order to connect mathematical knowledge with professional contexts.

1. Mở đầu

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục đại học ở Việt Nam, đặc biệt là yêu cầu phát triển năng lực cho người học theo định hướng chuẩn đầu ra, dạy các học phần Toán không chỉ dừng lại ở việc truyền đạt kiến thức mà còn cần hướng tới phát triển các năng lực cốt lõi, trong đó có năng lực giải quyết vấn đề toán học (GQVĐTH) cho sinh viên (SV). Đây là năng lực then chốt, giúp SV không chỉ áp dụng kiến thức toán học vào giải bài tập mà còn biết vận dụng để phân tích, mô hình hóa và giải quyết những vấn đề nảy sinh trong thực tiễn nghề nghiệp.

Dạy học phát triển năng lực hiện nay là phù hợp với yêu cầu đổi mới căn bản và toàn diện GD-ĐT, tạo cơ hội cho người học có thói quen tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề mang tính khoa học và sáng tạo, biết vận dụng kiến thức đã học để giải quyết những vấn đề trong học tập và thực tiễn (Vũ Quang Huy, 2023; Nguyễn Chiến Thắng và Thái Thị Vân Anh, 2023; Nguyễn Thanh Thủy, 2019; Thái Thị Nga, 2017). Trong chương trình Toán cao cấp, nội dung “Giới hạn của hàm số” là một trong những kiến thức nền tảng, có vai trò quan trọng trong việc hình thành các khái niệm cốt lõi của Giải tích và là cơ sở để hiểu sâu các vấn đề như đạo hàm, tích phân hay tối ưu hóa trong kinh tế học. Tuy nhiên, thực tiễn dạy học cho thấy, nhiều SV còn gặp khó khăn trong việc kết nối các khái niệm toán học trừu tượng với các tình huống kinh tế cụ thể. Điều này dẫn đến việc học tập chủ yếu mang tính ghi nhớ công thức, thiếu khả năng vận dụng kiến thức để giải các bài toán có ý nghĩa thực tiễn. Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận để phân tích, tổng hợp, khái quát hóa các nghiên cứu trong và ngoài nước, xây dựng một số cơ sở lý luận về năng lực GQVĐTH, các biểu hiện của năng lực GQVĐTH của SV ngành Kinh tế trong dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp); từ đó đề xuất một số biện pháp cụ thể trong dạy học nội dung này nhằm phát triển năng lực GQVĐTH cho SV ngành Kinh tế.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Khái niệm và các biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề toán học

2.1.1. Khái niệm và các biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề toán học

Theo Kilpatrick và cộng sự (2001), năng lực GQVĐTH là sự kết hợp của hiểu biết khái niệm, thành thạo quy trình, thể hiện chiến lược, lập luận một cách linh hoạt và có thái độ toán học tích cực. Niss và Blum (1989) nhấn mạnh vai trò của mô hình hóa toán học trong việc phát triển năng lực GQVĐTH cho người học, vì người học phải chuyển đổi giữa tình huống thực tiễn và bài toán toán học. Nguyễn Bá Kim (2020) cho rằng, năng lực GQVĐTH của người học được thể hiện ở khả năng phát hiện vấn đề, huy động kiến thức toán học để giải quyết và đánh giá kết quả trong học tập cũng như thực tiễn nghề nghiệp. Như vậy, có thể hiểu năng lực GQVĐTH là khả năng huy động

tổng hợp kiến thức, kỹ năng, tư duy và phẩm chất toán học để nhận diện, phân tích và tìm ra cách giải cho các tình huống có vấn đề trong học tập và thực tiễn, đồng thời đánh giá và khái quát hóa kết quả đạt được.

Trong dạy học Toán, năng lực GQVĐTH gồm các biểu hiện sau: (1) Nhận biết và phát hiện vấn đề cần giải quyết bằng toán học; (2) Lựa chọn và đề xuất cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề; (3) Sử dụng kiến thức, kỹ năng toán học tương thích để giải quyết vấn đề; (4) Đánh giá và khái quát hóa được giải pháp cho các vấn đề tương tự (Niss, 2003).

2.1.2. Các biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề toán học của sinh viên ngành Kinh tế trong dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp)

Yêu cầu cần đạt khi dạy học chủ đề “Giới hạn hàm số” cho SV ngành Kinh tế: - Về kiến thức: (1) Hiểu định nghĩa giới hạn của hàm số (giới hạn hữu hạn, vô hạn và giới hạn một bên); (2) Hiểu và vận dụng được các định lý cơ bản về giới hạn; (3) Hiểu được mối liên hệ giữa giới hạn và các khái niệm như đạo hàm, hàm số liên tục; - Về kỹ năng: (1) Thành thạo các phương pháp tính giới hạn (biến đổi đại số, sử dụng định nghĩa, quy tắc L'Hôpital, khai triển thành chuỗi); (2) Vận dụng giới hạn để giải thích, phân tích các hiện tượng và mô hình kinh tế (ví dụ: chi phí biên, doanh thu cận biên, quy luật lợi nhuận giảm dần); (3) Nhận biết và mô hình hóa được các tình huống kinh tế gắn với giới hạn hàm số; (4) Lựa chọn và triển khai phương pháp giải phù hợp, đồng thời kiểm chứng tính hợp lý của kết quả trong bối cảnh thực tiễn; - Về thái độ và phẩm chất: (1) Tạo niềm tin cho SV thấy được tính ứng dụng của toán học trong ngành Kinh tế; (2) Rèn luyện tính kiên trì, cẩn trọng và tư duy phản biện khi giải quyết các tình huống phức tạp.

Từ khái niệm và các biểu hiện của năng lực GQVĐTH của SV, chúng tôi đưa ra các biểu hiện cơ bản của năng lực GQVĐTH của SV ngành Kinh tế khi học nội dung “Giới hạn của hàm số”, thuộc học phần Toán cao cấp như sau:

(1) Nhận biết và phát hiện vấn đề cần giải quyết bằng toán học: Thể hiện khả năng nhận diện, phân tích và mô hình hóa tình huống gắn với nội dung toán học và bối cảnh Kinh tế. SV có khả năng nhận ra các tình huống thực tiễn hoặc bài toán mô tả sự biến thiên của các đại lượng kinh tế (như chi phí, doanh thu, năng suất,...) cần được phân tích bằng công cụ giới hạn của hàm số. Việc phát hiện được bản chất toán học ẩn sau các hiện tượng này thể hiện năng lực nhận biết và định hướng vấn đề.

(2) Lựa chọn và đề xuất cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề: SV biết vận dụng các định nghĩa, định lý và quy tắc tính giới hạn một cách chính xác. Việc lựa chọn được công cụ giải quyết vấn đề toán học phù hợp, phản ánh khả năng liên hệ giữa kiến thức Toán cao cấp với các yêu cầu trong lĩnh vực Kinh tế.

(3) Sử dụng kiến thức, kỹ năng toán học tương thích để giải quyết vấn đề: SV biết vận dụng linh hoạt các khái niệm, định lý,... và kỹ năng tính giới hạn để giải quyết vấn đề. Quá trình vận dụng này thể hiện khả năng chuyển hóa kiến thức toán học trừu tượng thành công cụ nhận thức thực tiễn, giúp SV lý giải các mô hình kinh tế một cách logic, có căn cứ và thuyết phục.

(4) Đánh giá và khái quát hóa được giải pháp cho các vấn đề tương tự: Thể hiện tư duy phản biện trong quá trình giải quyết vấn đề, SV không chỉ dừng lại ở việc tính ra kết quả, mà còn phải đối chiếu với bối cảnh kinh tế để đánh giá tính hợp lý. Sau khi giải quyết được vấn đề, SV có thể đánh giá tính đúng đắn và ý nghĩa thực tiễn của kết quả; đồng thời, các em biết khái quát hóa vấn đề để vận dụng cho các bài toán tương tự.

Như vậy, khi gắn với nội dung “Giới hạn của hàm số” trong học phần Toán cao cấp, năng lực GQVĐTH của SV ngành Kinh tế không chỉ thể hiện ở việc thành thạo các phép tính giới hạn, mà còn ở khả năng phát hiện vấn đề trong tình huống kinh tế, lựa chọn công cụ toán học thích hợp, kiểm chứng và phản biện kết quả, cũng như duy trì thái độ tích cực trong suốt quá trình học tập.

2.2. Đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho sinh viên ngành Kinh tế trong dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp)

2.2.1. Sử dụng công cụ trực quan để hỗ trợ trong dạy học khái niệm “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp)

* *Mục đích của biện pháp:* Giúp SV hình thành khái niệm “Giới hạn của hàm số” một cách trực quan, sinh động, dễ tiếp cận hơn; khắc phục tình trạng học thuộc công thức, định nghĩa một cách hình thức; khuyến khích SV quan sát, phân tích, mô hình hóa từ hình ảnh/đồ thị sang biểu thức toán học.

* *Cách thức thực hiện biện pháp:*

Bước 1: Đưa ra bài toán/vấn đề cần giải quyết. Giảng viên (GV) lựa chọn hoặc thiết kế các bài toán/tình huống có thể minh họa trực quan cho khái niệm “Giới hạn của hàm số”, ưu tiên lựa chọn các hàm số có đồ thị dễ quan sát xu hướng tiến tới một giá trị cụ thể khi biến số thay đổi. Các bài toán/vấn đề được lựa chọn cần gắn với các hiện tượng thực tiễn trong kinh tế để SV thấy được ý nghĩa của khái niệm “Giới hạn của hàm số”.

Bước 2: Sử dụng công cụ trực quan để giải quyết vấn đề. GgV có thể sử dụng các công cụ số như GeoGebra, Matlab hoặc Excel để biểu diễn đồ thị của hàm số trong vùng lân cận điểm cần xét giới hạn. Hình ảnh trực quan giúp SV nhận thấy sự thay đổi của giá trị hàm số khi biến tiến gần đến điểm giới hạn, từ đó hình thành trực giác ban đầu về khái niệm giới hạn của hàm số.

Bước 3: Giải quyết vấn đề. SV quan sát xu hướng của giá trị hàm số trên đồ thị, mô tả sự tiến gần của hàm số đến một giá trị nào đó khi x tăng lên hoặc tiến về một điểm cụ thể để đưa ra dự đoán về giới hạn của hàm số. Tiếp đó, SV sử dụng các kiến thức toán học để kiểm chứng dự đoán và giải quyết vấn đề.

Bước 4: Hình thành khái niệm “Giới hạn của hàm số”. Sau quá trình giải quyết vấn đề, ở bước 3, GgV đưa ra khái niệm giới hạn của hàm số, giúp SV hiểu được mối liên hệ giữa cảm nhận trực quan và lí luận toán học, đồng thời phát triển kĩ năng lập luận và chứng minh toán học.

Bước 5: Tổng kết/đánh giá. GgV tổng kết vấn đề và lưu ý cho SV về vai trò của các công cụ trực quan trong dạy học, giúp SV phát triển tư duy không gian và hiểu sâu kiến thức.

Điều kiện thực hiện: Lớp học có máy chiếu, GgV có kĩ năng sử dụng các công cụ trực quan; bài toán lựa chọn cần phù hợp, có giới hạn rõ ràng.

Ví dụ minh họa:

Bước 1: Đưa ra bài toán/vấn đề cần giải quyết. GgV có thể giới thiệu bài toán trong bối cảnh doanh nghiệp như sau:

Bài toán 1: Xét hàm số doanh thu biên (Marginal Revenue): $R(x) = \frac{100x}{x+1}$, $x > 0$, trong đó x là số lượng sản phẩm bán ra. Yêu cầu: (1) Tính $\lim_{x \rightarrow \infty} R(x)$; (2) Nêu ý nghĩa kinh tế.

GgV nêu vấn đề: Khi sản lượng tăng mãi, doanh thu biên sẽ thay đổi như thế nào?. Đây là tình huống có thể minh họa trực quan qua đồ thị hàm $R(x)$, giúp SV dễ nhận thấy xu hướng tiến tới giới hạn.

Bước 2: Sử dụng công cụ trực quan để giải quyết vấn đề. GgV có thể sử dụng phần mềm GeoGebra để vẽ đồ thị hàm $R(x)$ trong khoảng $x \in (0; +\infty)$. SV quan sát và dễ dàng nhận thấy, khi x tăng, đồ thị dần tiến gần đến một đường ngang có tung độ bằng 100, thể hiện xu hướng tiến tới giá trị ổn định.

Bước 3: Giải quyết vấn đề. Từ hình ảnh đồ thị, SV thảo luận và dự đoán rằng khi $x \rightarrow \infty$, giá trị của $R(x)$ sẽ tiến đến 100. GgV khuyến khích SV nêu nhận xét bằng ngôn ngữ toán học: Giới hạn của hàm $R(x)$ khi x tiến ra vô cực có thể bằng 100. SV kiểm chứng dự đoán bằng cách chia cả tử và mẫu của hàm số $R(x)$ cho x và xét: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x}{x+1} =$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100}{1+\frac{1}{x}} = 100$. Kết quả này trùng khớp với quan sát trực quan.

Bước 4: Hình thành khái niệm “Giới hạn của hàm số”. GgV giới thiệu khái niệm giới hạn của hàm số tại vô cực cho SV: (1) Giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow +\infty$: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. Ta nói hàm số $f(x)$ có giới hạn là số L khi $x \rightarrow +\infty$ nếu với mọi $\varepsilon > 0$, tồn tại $M > 0$ sao cho: $|f(x) - L| < \varepsilon$ khi $x > M$, kí hiệu:

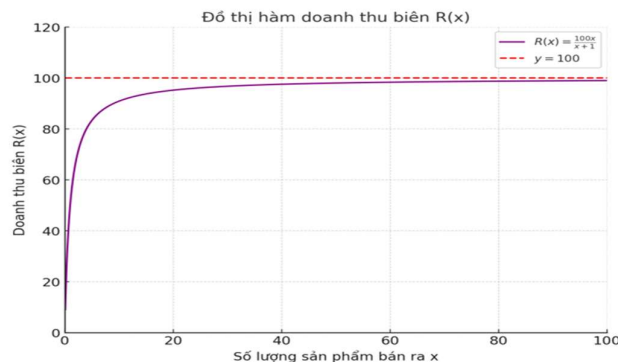
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$; (2) Giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow -\infty$: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; b)$. Ta nói hàm số $f(x)$

có giới hạn là số L khi $x \rightarrow -\infty$ nếu với mọi $\varepsilon > 0$, tồn tại $M < 0$ sao cho: $|f(x) - L| < \varepsilon$ khi $x > M$, kí hiệu:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$. Thông qua khái niệm giới hạn

của hàm số tại vô cực, giúp SV hiểu được ý nghĩa của giới hạn hữu hạn của hàm số khi $x \rightarrow +\infty$, tức là khi x càng lớn thì giá trị của hàm số $f(x)$ càng gần với L ; tương tự khi $x \rightarrow -\infty$, nghĩa là x càng nhỏ thì giá trị của hàm số $f(x)$ cũng càng gần đến L .

Bước 5: Tổng kết/đánh giá. GgV tổng kết và giải thích ý nghĩa kinh tế: Khi sản lượng tăng rất lớn, doanh thu biên tiến tới 100, nghĩa là với một sản phẩm bán thêm chỉ



Hình 1. Doanh thu biên theo sản lượng (Nguồn: Tác giả)

mang lại doanh thu xấp xỉ là 100 (đơn vị tiền tệ). Nói cách khác, mức tăng doanh thu do bán thêm một sản phẩm mới dần ổn định là 100 (đơn vị tiền tệ). Đây là mức doanh thu biên giới hạn, cho thấy hiệu quả doanh thu tăng thêm không còn biến động nhiều khi quy mô bán hàng lớn.

Để giải bài toán 1, biểu hiện của năng lực GQVĐTH của SV được thể hiện ở việc nhận diện và phát hiện vấn đề cần giải quyết, quan sát đồ thị để đưa ra dự đoán về giới hạn của hàm số $\lim_{x \rightarrow \infty} R(x)$ và kiểm chứng dự đoán thông qua các công cụ toán học, từ đó các em giải quyết được vấn đề và hình thành khái niệm “Giới hạn hàm số”. Đây là các biểu hiện 1, 2, 3 của năng lực GQVĐTH của SV.

2.2.2. Tăng cường các tình huống thực tiễn liên quan đến ngành Kinh tế trong dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp)

* **Mục đích của biện pháp:** Giúp SV nhận thấy mối liên hệ giữa kiến thức giới hạn của hàm số và các vấn đề thực tiễn có liên quan đến kinh tế, từ đó nâng cao động cơ học tập và biết vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề. Biện pháp này có nhiều cơ hội giúp HS phát triển biểu hiện 1, 2, 3 của năng lực GQVĐTH.

* **Cách thức thực hiện biện pháp,** gồm 4 bước:

Bước 1: Đưa ra tình huống thực tiễn trong ngành Kinh tế (liên quan đến chi phí, doanh thu, lợi nhuận,...). Việc mở đầu bằng một tình huống thực tiễn giúp SV thấy rõ mối liên hệ giữa kiến thức toán học và các vấn đề trong ngành Kinh tế. Cách tiếp cận này làm giảm tính trừu tượng của toán học và giúp người học định hình bối cảnh thực tiễn ngay từ đầu.

Bước 2: Xác định vấn đề cần giải quyết. GgV hướng dẫn SV phân tích tình huống, xác định biến số độc lập - phụ thuộc, nhận diện vấn đề cần giải quyết. GgV cần hướng dẫn cho SV phân tích các yếu tố liên quan để xác định rõ biến số trong bài toán, nhận biết biến độc lập (thường là thời gian, sản lượng, giá cả...), biến phụ thuộc (chi phí, doanh thu, lợi nhuận,...). Qua đó, SV dần nhận diện được vấn đề cốt lõi cần giải quyết.

Bước 3: Giải quyết tình huống thực tiễn. Việc để SV tự khám phá và giải quyết tình huống giúp các em xây dựng kiến thức một cách chủ động. Khi SV tự rút ra được quy luật thay đổi của hàm số, khái niệm giới hạn trở nên gần gũi, dễ hiểu và gắn liền với bối cảnh kinh tế trong thực tiễn.

Bước 4: Liên hệ kết quả toán học với ý nghĩa trong Kinh tế. GgV yêu cầu SV giải thích kết quả toán học dưới góc nhìn kinh tế, giúp các em rèn luyện tư duy liên môn và khả năng diễn đạt. Đây cũng là bước quan trọng để chuyển hóa kiến thức toán học sang công cụ phân tích và ra quyết định trong thực tiễn ngành Kinh tế.

Điều kiện thực hiện: GgV cần chuẩn bị tình huống thực tiễn gắn với SV ngành Kinh tế, có dữ liệu rõ ràng; SV được khuyến khích thảo luận nhóm để phân tích tình huống, giải quyết vấn đề.

Ví dụ minh họa:

Bước 1: Đưa ra tình huống thực tiễn trong ngành Kinh tế. GgV đưa ra tình huống thực tiễn sau:

Tình huống: Một doanh nghiệp bán sản phẩm có doanh thu cho bởi hàm $R(x) = \frac{500x}{x+10}$ (triệu đồng), trong đó x là số sản phẩm bán ra (nghìn chiếc). Em hãy: (1) Tính $\lim_{x \rightarrow \infty} R(x)$; (2) Giải thích ý nghĩa kinh tế của kết quả.

Tình huống này giúp SV hình dung được mối quan hệ giữa sản lượng và doanh thu, đây là vấn đề thường gặp trong thực tiễn ngành Kinh tế. Với câu hỏi: Nếu sản lượng tiếp tục tăng không ngừng thì doanh thu của doanh nghiệp sẽ thay đổi như thế nào?, GgV hướng SV tới việc nhận ra đây là một vấn đề có thể giải quyết bằng công cụ toán học, cụ thể là khái niệm giới hạn của hàm số.

Bước 2: Xác định vấn đề cần giải quyết. GgV hướng dẫn SV phân tích tình huống, xác định biến số độc lập - phụ thuộc, nhận diện câu hỏi cần giải quyết. GgV cần giúp SV xác định x là sản lượng, $R(x)$ là doanh thu. Vấn đề đặt ra là: Khi x rất lớn thì doanh thu sẽ thế nào? SV cần xác định được khi x tăng lên rất lớn, tức là doanh nghiệp bán được rất nhiều sản phẩm, việc xem xét giới hạn của hàm $R(x)$ khi $x \rightarrow \infty$ sẽ cho biết doanh thu tiến tới một giá trị cố định nào đó.

Bước 3: Giải quyết tình huống thực tiễn. SV dễ dàng tính được: $R(x) = \frac{500x}{x+10} = \frac{500}{1 + \frac{10}{x}}$, suy ra

$\lim_{x \rightarrow \infty} R(x) = \frac{500}{1+0} = 500$. Từ đó, SV thấy được doanh thu sẽ dần đến 500 khi x tăng dần. GgV giúp SV củng cố kiến thức về khái niệm giới hạn của hàm số và tính được $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{500x}{x+10} = 500$.

Bước 4: Liên hệ kết quả toán học với ý nghĩa trong Kinh tế. Doanh thu tối đa mà doanh nghiệp có thể đạt được là 500 triệu đồng, dù sản lượng tăng mãi. Điều này giúp SV hiểu rằng trong thực tế kinh doanh, doanh thu không thể tăng vô hạn do ảnh hưởng của các yếu tố giới hạn như chi phí sản xuất, thị trường tiêu thụ hay hiệu suất hoạt động, từ đó hình thành tư duy phân tích, phân biện và khả năng liên hệ giữa mô hình toán học với hiện tượng kinh tế cụ thể.

Với biện pháp 2, quá trình giải quyết tình huống thực tiễn thông qua các bước như xác định vấn đề cần giải quyết, giải quyết tình huống thực tiễn, liên hệ kết quả toán học với ý nghĩa trong Kinh tế đã giúp SV nhận diện được vấn đề cần giải quyết là tính $\lim_{x \rightarrow \infty} R(x)$ và sử dụng công cụ toán học để tính giới hạn này, đồng thời giải thích được ý nghĩa kinh tế của kết quả tìm được. Do vậy, SV có nhiều cơ hội phát triển các biểu hiện 1, 2, 3 của năng lực GQVĐTH.

2.2.3. Lồng ghép các bài toán có nhiều chiến lược để giải quyết vấn đề

*** Mục đích của biện pháp:** Tạo cơ hội cho SV phát huy tính sáng tạo, chủ động, linh hoạt trong học tập, rèn luyện khả năng phân tích, lựa chọn và so sánh nhiều cách giải khác nhau, từ đó nâng cao năng lực GQVĐTH. Cả 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH có nhiều cơ hội để phát triển cho SV trong biện pháp này.

*** Cách thức thực hiện biện pháp:** Biện pháp này được thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Đưa ra bài toán. GgV đưa ra bài toán cho SV giải quyết trong dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (học phần Toán cao cấp).

Bước 2: Xác định yêu cầu của bài toán và lựa chọn các chiến lược giải bài toán. GgV hướng dẫn SV xác định yêu cầu của bài toán, khuyến khích SV thảo luận, đề xuất nhiều hướng tiếp cận khác nhau để giải quyết vấn đề.

Bước 3: Trình bày lời giải bài toán. SV trình bày các chiến lược giải bài toán. GgV cần hướng dẫn cho SV phân tích sự hợp lý, ưu điểm và hạn chế của từng chiến lược giải.

Bước 4: Tổng kết, đánh giá. GgV tổng kết, đánh giá từng chiến lược giải, giúp SV thấy được ý nghĩa phong phú của toán học. GgV có thể liên hệ với bối cảnh trong Kinh tế, giúp SV phân tích và lý giải ý nghĩa thực tiễn của kết quả trong từng cách giải, qua đó gắn kết mô hình toán học với các hiện tượng kinh tế cụ thể.

Điều kiện thực hiện: Bài toán cần được xây dựng theo hướng có nhiều cách giải; lớp học có thể được tổ chức theo hướng tương tác nhóm để SV dễ dàng trao đổi, thảo luận trong quá trình giải quyết vấn đề.

Ví dụ minh họa:

Bước 1: Đưa ra bài toán. GgV đưa ra bài toán sau đây:

Bài toán 2: Xét hàm số chi phí bình quân khi sản xuất: $C(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{x}$, $x > 0$, trong đó x là số lượng sản phẩm. Yêu cầu: (1) Hãy tìm $\lim_{x \rightarrow \infty} C(x)$ bằng ít nhất hai cách khác nhau; (2) Giải thích ý nghĩa kinh tế của kết quả.

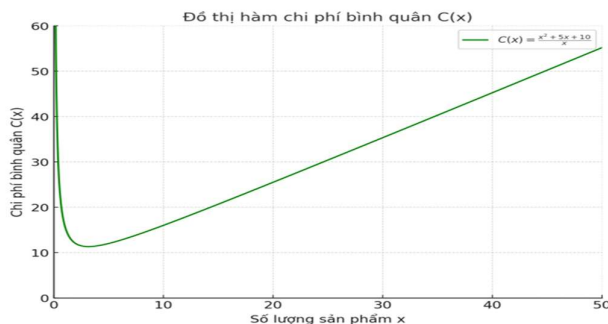
GgV giới thiệu đây là bài toán có thể có các hướng giải khác nhau như sử dụng phương pháp đại số, so sánh bậc của tử và mẫu trong giới hạn dạng phân thức hay sử dụng các phương tiện trực quan.

Bước 2: Xác định yêu cầu của bài toán và lựa chọn các chiến lược giải. SV cần xác định yêu cầu của bài toán, nắm được cần tìm giới hạn của chi phí bình quân khi sản lượng tăng rất lớn, từ đó tìm hiểu và lựa chọn các chiến lược giải bài toán.

Bước 3: Trình bày lời giải bài toán. Với bài toán 2, SV có thể tìm được các chiến lược giải: (1) Chia cả tử và mẫu cho x , rồi lấy giới hạn; (2) Dựa vào quy tắc so sánh bậc của tử và mẫu trong giới hạn dạng phân thức; (3) Sử dụng phần mềm để khảo sát đồ thị, từ đó tìm được giá trị giới hạn (xem hình 2).

Bước 4: Tổng kết, đánh giá. GgV hướng dẫn SV phân tích tính hợp lý, hiệu quả của từng cách giải, đồng thời chỉ ra ưu điểm của việc có nhiều chiến lược giải khác nhau trong toán học. SV dễ dàng nhận thấy, $\lim_{x \rightarrow \infty} C(x) = \infty$, nghĩa là chi phí bình quân tăng dần khi quy mô sản xuất mở rộng, cho thấy mô hình không phản ánh hiệu quả kinh tế theo quy mô khi sản lượng quá lớn.

Thông qua quá trình giải bài toán 2 theo các bước 2, 3, 4 đã giúp SV xác định được yêu cầu của bài toán, đề xuất được các chiến lược giải và trình bày được lời giải bài toán. Đồng thời, với sự hướng dẫn của GgV giúp SV đánh giá



Hình 2. Chi phí bình quân theo sản lượng (Nguồn: Tác giả)

được từng chiến lược giải bài toán, biết vận dụng vào giải quyết vấn đề kinh tế trong thực tiễn. Do vậy, biện pháp này có nhiều cơ hội phát triển cho SV cả 4 biểu hiện của năng lực GQVĐTH.

Để triển khai hiệu quả các biện pháp đã đề xuất, theo chúng tôi cần: - Đối với GgV: Chủ động thiết kế các hoạt động dạy học có tính thử thách và gắn với thực tiễn chuyên ngành được đào tạo; kết hợp đa dạng phương pháp, hình thức tổ chức dạy học để phát huy tối đa tiềm năng của SV; - Đối với nhà trường: Cần khuyến khích và hỗ trợ GgV trong việc áp dụng phương pháp dạy học tích cực theo định hướng phát triển năng lực cho người học, bao gồm tập huấn, chia sẻ kinh nghiệm và cung cấp công cụ, phần mềm hỗ trợ; - Đối với SV: Chủ động tham gia tích cực vào quá trình học tập, rèn luyện kỹ năng tự học, hợp tác và phản biện, cũng như tìm kiếm cơ hội vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết các tình huống thực tiễn.

3. Kết luận

Thông qua nghiên cứu lí luận và phân tích đặc điểm nội dung “Giới hạn hàm số” trong học phần Toán cao cấp, bài báo đã đề xuất ba biện pháp dạy học nhằm phát triển năng lực GQVĐTH cho SV. Các biện pháp này được xây dựng trên cơ sở lí luận về dạy học phát triển năng lực, đặc biệt là năng lực GQVĐTH, phù hợp với đặc điểm của SV ở bậc đại học, khối ngành Kinh tế. Tuy nhiên, bài báo mới chỉ dừng lại ở việc đề xuất biện pháp và minh họa thông qua một số tình huống cụ thể, chưa có sự khảo sát thực nghiệm rộng rãi để kiểm chứng hiệu quả trong nhiều môi trường đào tạo khác nhau. Đây chính là khoảng trống nghiên cứu cần tiếp tục được khai thác. Trong các nghiên cứu tiếp theo, có thể mở rộng việc vận dụng các biện pháp trong dạy học các nội dung khác của Toán cao cấp hoặc Toán ứng dụng, đồng thời tiến hành thực nghiệm sư phạm trên nhiều đối tượng nhằm đánh giá sâu hơn về tác động của các biện pháp trong việc phát triển năng lực GQVĐTH cho SV.

Tài liệu tham khảo

- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Niss, M. A. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project*. In A. Gagatsis, S. Papastavridis, 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education - Athens, Hellas 3-4-5 January 2003, Hellenic Mathematical Society, 116-124.
- Niss, M., & Blum, W. (1989). *Mathematical problem solving modelling applications and links to other subjects state, trends and issues in mathematics instruction*. Roskilde Universitet.
- Nguyễn Bá Kim (2020). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Chiến Thắng, Thái Thị Vân Anh (2023). Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên ngành Kinh tế trong dạy học nội dung “Hệ phương trình tuyến tính” (Học phần đại số tuyến tính). *Tạp chí Giáo dục*, 23(22), 11-16. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1103>
- Nguyễn Thanh Thủy (2019). Tổ chức dạy học theo định hướng phát triển năng lực cho sinh viên sư phạm trong đổi mới giáo dục hiện nay. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 21, 34-38.
- Thái Thị Nga (2017). Cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề cho sinh viên đại học Sư phạm Toán thông qua giảng dạy học phần Đại số sơ cấp. *Tạp chí Giáo dục*, 418, 34-37.
- Vũ Quang Huy (2023). Dạy học giải toán học phần “Tối ưu tổ hợp” nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề cho sinh viên sư phạm Toán. *Tạp chí Giáo dục*, 23(số đặc biệt 11), 31-35. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1386>