

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG “LƯỢNG GIÁC” Ở TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Đỗ Thị Trinh¹⁺,
Đình Tiến Nguyễn²

¹Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên;

²Trường THPT Phan Đình Phùng, Hà Nội

+ Tác giả liên hệ • Email: dothittrinh@gmail.com

Article history

Received: 15/5/2022

Accepted: 30/6/2022

Published: 20/8/2022

Keywords

Measures, mathematical communication competence, trigonometry, high school

ABSTRACT

As stated in the 2018 Mathematics General Education Program, the competency to communicate in mathematics is one of the core mathematical competencies that need to be formed and developed for students in the process of teaching Mathematics. This study proposes 3 measures to develop mathematical communication competence for students in teaching the content of "Trigonometry" in high schools. These measures have a close relationship, complement each other, ensure logic; Therefore, teachers need to flexibly apply measures, contributing to the effective implementation of the development of mathematical communication capacity for students, and improving the quality of teaching Mathematics in high schools.

1. Mở đầu

Định hướng đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục ở nước ta hiện nay là “chuyển mạnh quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học” (Ban Chấp hành Trung ương, 2013). Trong đó năng lực giao tiếp toán học (NLGTTH) là một trong những năng lực cơ bản, cần được hình thành và phát triển cho HS THPT (Bộ GD-ĐT, 2018). Việc nắm vững tri thức và phát triển NLGTTH cho HS có mối quan hệ tương hỗ lẫn nhau. Nhờ có tri thức trong học tập mà HS có được vốn ngôn ngữ, tự tin trong giao tiếp; ngược lại, thông qua giao tiếp mà việc lĩnh hội, củng cố tri thức được hình thành nhanh chóng và hiệu quả.

Môn Toán là môn học có tính trừu tượng cao, vì thế đòi hỏi ở HS rất nhiều về năng lực tư duy, phân tích, tổng hợp và có khả năng tìm tòi, sáng tạo để nắm vững kiến thức. Nội dung “Lượng giác” được coi là một chủ đề khó và quan trọng trong chương trình phổ thông, có nhiều ứng dụng trong Hình học và các môn học khác. Tuy nhiên, nhiều HS còn gặp khó khăn khi học chủ đề này như: chưa hiểu rõ ý nghĩa của các hàm số lượng giác, chưa biến đổi thành thạo các hàm số lượng giác, chưa có kỹ năng giải toán,... Do vậy, GV cần nghiên cứu các biện pháp dạy học tích cực nhằm đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát triển năng lực cho HS, trong đó có NLGTTH. Dưới đây, sau khi đưa ra một số khái niệm, chúng tôi đề xuất các biện pháp phát triển NLGTTH cho HS trong dạy học nội dung “Lượng giác” ở THPT.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm

2.1.1. Năng lực

Theo Từ điển tiếng Việt: năng lực là khả năng, điều kiện chủ quan hoặc tự nhiên sẵn có để thực hiện một hoạt động nào đó hoặc phẩm chất tâm lí và sinh lí, tạo cho con người khả năng hoàn thành một công việc với chất lượng cao (Hoàng Phê, 2008). Theo Phạm Minh Hạc (1992): Năng lực chính là một tổ hợp đặc điểm tâm lí của con người (còn gọi là tổ hợp thuộc tính tâm lí của một nhân cách), tổ hợp đặc điểm này vận hành theo mục đích nhất định tạo ra kết quả của một hoạt động nào đó. Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể (Hoàng Hòa Bình, 2016).

Có rất nhiều quan niệm khác nhau về năng lực. Trong bài báo này, chúng tôi đồng nhất với quan điểm của Bộ GD-ĐT (2018): Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như niềm tin, ý chí,... thực hiện thành công một hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể.

2.1.2. Năng lực giao tiếp toán học

Wilson (2009) đã đề xuất GV cần tạo cơ hội cho HS phát triển năng lực giao tiếp ở cả hình thức nói và viết: Mức độ hiểu biết của HS sẽ tăng lên khi họ được trình bày ý tưởng của mình bằng các cách khác nhau. Thông qua thảo luận và chia sẻ ý tưởng, HS có thể tìm ra phương pháp học tập tốt nhất cho mình. Sự hiểu biết về toán học của HS được củng cố sâu sắc hơn thông qua việc đặt các câu hỏi hoặc đưa ra lời giải, các bạn khác nhận xét, đánh giá và phản hồi. NLGTTH thể hiện ở khả năng trao đổi suy nghĩ toán học rõ ràng và chính xác, phân tích và đánh giá những suy nghĩ, lời giải của các HS khác và sử dụng ngôn ngữ toán học để diễn đạt ý tưởng toán học một cách chính xác (National Council Teachers Mathematics, 2000). Theo Đặng Thị Thủy (2019): NLGTTH là khả năng sử dụng các con số, kí hiệu, hình ảnh, biểu đồ, sơ đồ, từ ngữ để diễn đạt ý tưởng, giải pháp, nội dung toán học và sự hiểu biết của bản thân thông qua lời nói, ánh mắt, cử chỉ, điệu bộ phù hợp với đối tượng giao tiếp; đọc hiểu, biết lắng nghe, tiếp thu và tôn trọng ý kiến của người khác.

Từ các quan niệm trên, theo chúng tôi: NLGTTH là khả năng hiểu, phân tích, đánh giá, nhận xét được các vấn đề toán học, bao gồm vốn tri thức toán học, kĩ năng sử dụng ngôn ngữ toán học, dạng biểu diễn của toán học và khả năng diễn đạt, giải thích ý tưởng một cách rõ ràng, mạch lạc nhất.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán, NLGTTH gồm các thành tố sau (Bộ GD-ĐT, 2018b):

Bảng 1. Các biểu hiện và thành tố của NLGTTH

STT	Các thành tố	Biểu hiện
1	Nghe hiểu, đọc và ghi chép được các thông tin toán học cần thiết, được trình bày dưới dạng văn bản toán học hay do người khác nói hoặc viết ra.	Nghe hiểu, đọc và ghi chép (tóm tắt) được các thông tin toán học trọng tâm trong nội dung văn bản hay do người khác thông báo (ở mức độ đơn giản), từ đó nhận biết được các vấn đề cần giải quyết.
2	Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác.	Trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác (chưa yêu cầu phải diễn đạt đầy đủ, chính xác), nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề.
3	Sử dụng được hiệu quả ngôn ngữ toán học (chữ số, chữ cái, kí hiệu, biểu đồ, đồ thị, các liên kết logic,...) kết hợp với ngôn ngữ thông thường hoặc động tác hình thể khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học trong sự tương tác (thảo luận, tranh luận) với người khác	Sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ thông thường, động tác hình thể để biểu đạt các nội dung toán học ở những tình huống đơn giản.
4	Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến toán học.	Thể hiện được sự tự tin khi trả lời câu hỏi, trình bày, thảo luận các nội dung toán học ở các tình huống đơn giản.

2.2. Một số biện pháp phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học nội dung “Lượng giác” ở trung học phổ thông

2.2.1. Rèn luyện cho học sinh biết chuyển đổi từ ngôn ngữ tự nhiên sang ngôn ngữ toán học

- Mục đích của biện pháp: Giúp HS sử dụng hiệu quả ngôn ngữ toán học kết hợp với ngôn ngữ tự nhiên khi trình bày, giải thích và đánh giá các ý tưởng toán học.

- Cách thức thực hiện biện pháp: Để thực hiện biện pháp này, GV cần: + Sử dụng ngôn ngữ chính xác, tường minh và ngắn gọn; + Chú trọng việc sử dụng ngôn ngữ toán học: các kí hiệu toán học, thuật ngữ toán học và các hình vẽ; + Lựa chọn các nội dung toán học có nhiều cách diễn đạt, hướng giải và có liên quan đến thực tiễn, gần gũi với cuộc sống hằng ngày cho HS thực hành, tập luyện; - Tăng cường các hoạt động tương tác nhóm để HS có nhiều cơ hội trao đổi, thảo luận; - Tăng cường sử dụng các dụng cụ dạy học trực quan để HS quan sát, phân tích, hiểu vấn đề; - Tăng cường cho HS luyện tập các bài toán có nội dung thực tiễn, giúp các em thấy được toán học có nhiều ứng dụng trong thực tiễn,...

Ví dụ 1: Sau khi học nội dung “Hàm số lượng giác” (Đại số và Giải tích 11), GV cho HS chia thành các nhóm học tập, mỗi nhóm sẽ thảo luận, trao đổi để hoàn thành phiếu học tập số 1:

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 1	
Em hãy điền vào dấu “...” dưới đây để được một mệnh đề đúng:	
Hàm số $y = \sin x$: - Có tập xác định là: - Có tập giá trị là: - Là hàm số.....(xét tính chẵn lẻ) - Là hàm số tuần hoàn với chu kì..... - Đồng biến trên mỗi khoảng ... và nghịch biến trên mỗi khoảng...	Hàm số $y = \cos x$: - Có tập xác định là: - Có tập giá trị là: - Là hàm số (xét tính chẵn lẻ) - Là hàm số tuần hoàn với chu kì..... - Đồng biến trên mỗi khoảng ... và nghịch biến trên mỗi khoảng...

Phiếu học tập này giúp HS ghi nhớ các tính chất của hàm số lượng giác, từ đó có thể trình bày ngắn gọn về các hàm số lượng giác.

- *Những lưu ý khi thực hiện biện pháp:* Nội dung phần Lượng giác ở THPT có các biểu diễn toán học tương đối nhiều và các hình vẽ khó hình dung. Vì vậy, việc chuyển từ ngôn ngữ toán học sang ngôn ngữ tự nhiên cần được khuyến khích sử dụng. GV cần tạo cơ hội và môi trường giao tiếp thân thiện, tôn trọng để HS vượt qua trở ngại về tâm lí, mạnh dạn thể hiện quan điểm của mình; khuyến khích HS làm các mô hình trực quan để tăng tính liên hệ thực tiễn, đồng thời kích thích trí tưởng tượng và óc thẩm mĩ cho các em.

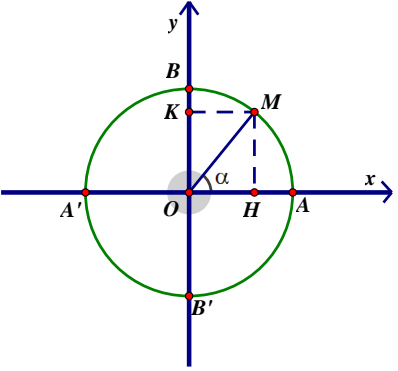
2.2.2. Rèn luyện cho học sinh kỹ năng nghe hiểu, đọc, ghi chép và trình bày một vấn đề toán học

- *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS trang bị kỹ năng nghe hiểu, đọc, ghi chép tóm tắt được các nội dung kiến thức trọng tâm của nội dung bài học.

- *Cách thức thực hiện biện pháp:*

+ *Tổ chức luyện tập cho HS kỹ năng nghe hiểu, đọc, ghi chép.* Ngay từ cấp tiểu học, GV đã tạo ra môi trường học tập để HS có kỹ năng nghe và kỹ năng ghi chép ở mức độ đơn giản. Khi HS chưa hiểu vấn đề, GV có thể đặt câu hỏi hoặc yêu cầu các em trình bày lại vấn đề. Đến THPT, HS đã có kỹ năng nghe hiểu, đọc, ghi chép vấn đề một cách tương đối thành thạo. Do ở THPT, khối lượng kiến thức trong mỗi tiết học khá nhiều nên để đảm bảo yêu cầu nội dung kiến thức, HS cần tập trung, ghi chép nhanh, chính xác, tóm tắt kiến thức vừa học. GV cần luyện tập cho HS cách nghe hiểu, đọc thông tin, sử dụng hiệu quả các thuật ngữ, kí hiệu toán học, tránh ghi chép dài dòng.

Ví dụ 2: Trong dạy học nội dung “Các giá trị lượng giác của góc lượng giác” (Đại số 10), để hình thành mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của góc α , GV có thể rèn luyện cho HS kỹ năng nghe hiểu, đọc và ghi chép bằng cách đưa ra các câu hỏi, các em sẽ tìm câu trả lời và ghi lại nội dung của câu trả lời vào phiếu học tập số 2.

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 2	
Câu hỏi	Câu trả lời mong đợi
<p><i>Câu hỏi 1:</i> Quan sát đường tròn lượng giác (xem hình 1), em hãy xác định các giá trị lượng giác của góc α.</p>	<p>$\sin \alpha = \overline{OK}; \cos \alpha = \overline{OH}$.</p> <p>$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$.</p>  <p style="text-align: center;"><i>Hình 1</i></p>

Câu hỏi 2: Công thức nào thể hiện mối liên hệ giữa ba cạnh MH, OM, OH trong tam giác vuông OMH?	$OH^2 + HM^2 = OM^2$
Câu hỏi 3: Từ công thức: $OH^2 + HM^2 = OM^2$, ta có được công thức lượng giác nào?	$OH^2 + HM^2 = OM^2 \Leftrightarrow (\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$ (1).
Câu hỏi 4: Với $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó, $\cos \alpha \neq 0$. Hãy chia cả hai vế của đẳng thức $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ (1) cho $\cos^2 \alpha$, ta được công thức nào?	$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ $\Leftrightarrow 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$
Câu hỏi 5: Tương tự như vậy, khi chia đẳng thức (1) cho $\sin^2 \alpha$ ta được điều gì? Cần lưu ý điều kiện nào cho góc α ?	$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ $\Leftrightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ <p>Khi chia (1) cho $\sin^2 \alpha$ cần điều kiện $\sin \alpha \neq 0$, hay $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.</p>
Câu hỏi 6: Hãy tính $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = ?$	$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1 \Rightarrow \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$

+ *Rèn luyện cho HS kỹ năng trình bày một vấn đề toán học.* Kỹ năng trình bày một vấn đề toán học được hình thành và phát triển khi HS thực hiện các nhiệm vụ học tập tổng hợp (theo nghĩa cần phối hợp các kỹ năng nghe, đọc hiểu và ghi chép) và cần được luyện tập từ đơn giản đến phức tạp. Để tập luyện cho HS kỹ năng trình bày, GV có thể tập luyện cho HS thông qua các hoạt động như: yêu cầu trình bày ngắn, thực hiện các bài kiểm tra thường xuyên (kiểm tra miệng, kiểm tra 15 phút), sử dụng các câu hỏi nhanh về lý thuyết, các bài tập vận dụng đơn giản, các bài toán trắc nghiệm, xét tính đúng sai, ... sẽ giúp HS linh hoạt trong tư duy và ngôn ngữ, từ đó các em hình thành khả năng trình bày một cách rõ ràng và mạch lạc.

2.2.3. Hướng dẫn học sinh phát hiện và biết khắc phục những sai lầm thường gặp khi giải toán

- *Mục đích của biện pháp:* Khi giải toán, HS thường mắc những sai lầm. Polya (2010) đã nói: Con người phải biết học ở những sai lầm và những thiếu sót của mình. Chính từ những sai lầm đó dẫn đến HS thiếu tự tin với khả năng giải toán của mình. Do vậy, trong quá trình dạy học giải toán, GV cần giúp HS phát hiện ra các lỗi sai thường gặp để có biện pháp khắc phục.

- *Cách thức thực hiện biện pháp:* Quá trình tiếp thu tri thức sẽ hiệu quả hơn nếu người học biết tự phân tích những sai lầm đã mắc phải. Để tìm được sai lầm trong các lời giải, người học cần phân tích từng bước, đối chiếu, so sánh với các kiến thức toán học đã có từ trước. Từ đó, người học sẽ nắm được nguyên nhân của những sai lầm, hiểu được bản chất của vấn đề, nguyên nhân dẫn đến sai lầm. Do vậy, việc khắc phục những sai lầm trong học tập cho người học là rất cần thiết, học hỏi qua sai lầm cũng là một cách hiệu quả giúp người học hiểu sâu, tránh được những sai lầm thường gặp khi giải quyết vấn đề. Chẳng hạn, GV có thể chỉnh sửa các lỗi sai thường gặp cho HS trong quá trình giải toán thông qua ví dụ sau:

Ví dụ 3: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết $\sin \alpha = \frac{5}{6}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

Lời giải sai lầm:

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$.

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{11}}{6}.$$

$$\text{Do đó: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5\sqrt{11}}{11}; \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\sqrt{11}}{5}.$$

Phân tích: GV cho HS nhận xét và chỉ ra sai lầm trong cách giải trên. Ở lời giải trên HS đã cho rằng: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$. Trong khi phép tính đúng phải là: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

Lời giải đúng:

$$\text{Từ } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha.$$

$$\text{Khi đó: } \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \pm \frac{\sqrt{11}}{6}.$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha < 0, \text{ suy ra } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{11}}{6}.$$

$$\text{Do đó: } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5\sqrt{11}}{11}; \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{\sqrt{11}}{5}.$$

- *Những lưu ý khi thực hiện biện pháp:* Khi cho HS trao đổi, trình bày theo nhóm, GV cần quan sát các nhóm thảo luận, thường xuyên thay đổi người trình bày đại diện của nhóm. Với HS nhút nhát, ngại giao tiếp, GV cần quan tâm nhiều hơn, lựa chọn các nội dung đơn giản và gọi các em trình bày, giúp các em mạnh dạn và tự tin hơn. Với những lỗi sai thường gặp của HS, GV cần giúp các em điều chỉnh một cách chi tiết và có nhận xét cụ thể từng phần.

3. Kết luận

Dựa trên các biểu hiện đặc trưng của năng lực NLGTTH, chúng tôi đã xây dựng 3 biện pháp phát triển NLGTTH cho HS trong dạy học nội dung “Lượng giác” ở THPT. Mỗi biện pháp có đưa ra các ví dụ minh họa về cách thức tổ chức hoạt động học tập cho HS trong quá trình dạy học ở một nội dung cụ thể; đảm bảo tính khoa học, tính thực tiễn và vừa sức đối với HS THPT; có mối liên hệ chặt chẽ, bổ sung cho nhau, có tính logic, đồng bộ. Trong dạy học nội dung “Lượng giác”, GV cần vận dụng linh hoạt các biện pháp, góp phần thực hiện hiệu quả việc phát triển NLGTTH cho HS, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở THPT.

Tài liệu tham khảo

- Ban Chấp hành Trung ương (2013). *Nghị quyết số 29-NQ/TW ngày 04/11/2013 về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.*
- Bộ GD-ĐT (2018a). *Chương trình Giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Bộ GD-ĐT (2018b). *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đặng Thị Thủy (2019). Một số biện pháp phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh cuối cấp tiểu học thông qua dạy học giải toán có lời văn. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt tháng 12*, 156-161; 250
- Hoàng Hòa Bình (2016). Năng lực và đánh giá theo năng lực. *Tạp chí Khoa học, Đại học Quốc gia Hà Nội: Nghiên cứu Giáo dục*, 32(2), 68-82.
- Hoàng Phê (chủ biên, 2008). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Phạm Minh Hạc (1992). *Một số vấn đề tâm lý học*. NXB Giáo dục.
- Polia, G. (2010). *Giải một bài toán như thế nào?* NXB Giáo dục Việt Nam
- Wilson, B. (2009). *Mathematical Communication through Written and Oral Expression*. Action Research.