

# MỘT SỐ BIỆN PHÁP BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC TƯ DUY HÀM CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC “HÀM SỐ BẬC HAI” (TOÁN 10)

SOME INSTRUCTIONAL STRATEGIES FOR DEVELOPING STUDENTS' FUNCTIONAL THINKING COMPETENCE IN TEACHING QUADRATIC FUNCTIONS IN GRADE 10 MATHEMATICS

Nguyễn Thụy Phương Trâm<sup>1,+</sup>,  
Đào Quốc Hận<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Đồng Tháp;

<sup>2</sup>Trường THCS và THPT Vĩnh Tường, thành phố Cần Thơ

+Tác giả liên hệ • Email: nguyenthuyphuongtramdt@gmail.com

## Article history

Received: 16/4/2026

Accepted: 27/5/2026

Published: 05/8/2026

## Keywords

Functional thinking competence, quadratic functions, mixed methods, quasi-experiment, representation coordination

## ABSTRACT

Developing functional thinking is an important objective in competency-oriented mathematics education, particularly when Grade 10 students study the topic of quadratic functions. This study aimed to examine the effectiveness of five instructional strategies in developing students' functional thinking, namely motivating learning through real-life contexts, establishing functional relationships, fostering methodological knowledge, analyzing errors, and applying knowledge to practical situations. The quantitative results showed that the experimental group achieved significantly higher post-test scores than the control group, with a medium effect size. Qualitative data from classroom observations and students' written work indicated that students gradually shifted from trying numerical values or applying formulas in a fragmented manner to identifying dependent relationships, moving flexibly among different representations of functions, and interpreting results in relation to problem contexts. The findings confirm the feasibility and effectiveness of the proposed instructional strategies, while also providing empirical evidence and pedagogical implications for organizing competency-oriented mathematics teaching in upper secondary schools.

## 1. Mở đầu

Trong bối cảnh thực hiện Chương trình giáo dục phổ thông 2018, dạy học Toán không chỉ hướng đến việc hình thành kiến thức và kỹ năng mà còn chú trọng phát triển các năng lực toán học như giải quyết vấn đề, mô hình hóa toán học và tư duy, lập luận toán học (Bộ GD-ĐT, 2018; Niss và Jankvist, 2023). Trong đó, tư duy hàm có vai trò quan trọng vì giúp HS nhận ra mối quan hệ phụ thuộc giữa các đại lượng, phân tích sự biến thiên và sử dụng các biểu diễn toán học để giải thích hiện tượng. Các nghiên cứu quốc tế về tư duy hàm hiện nay chủ yếu tập trung theo hai hướng: (1) Nhấn mạnh việc nhận diện và phân tích mối quan hệ phụ thuộc nhằm phát triển khả năng khái quát hóa và suy luận toán học của HS (Ellis, 2011; Stephens và cộng sự, 2017); (2) Chú trọng vai trò của các dạng biểu diễn và nhiệm vụ học tập trong việc giúp HS chuyển đổi giữa công thức, bảng giá trị, đồ thị và ngữ cảnh thực tiễn (Günster và Weigand, 2020; Wei và cộng sự, 2024). Trong đó, “Hàm số bậc hai” được xem là nội dung phù hợp để kết nối suy luận trực quan với suy luận đại số (Wilkie, 2024). Ở Việt Nam, một số nghiên cứu đã đề cập đến tư duy hàm trong dạy học “Hàm số và đồ thị”, “Hàm số lượng giác” hoặc “Hàm số bậc hai” theo định hướng phát triển năng lực (Nguyễn Ngọc Giang và cộng sự, 2023). Tuy nhiên, các nghiên cứu này chủ yếu dừng ở phân tích lý luận hoặc mô tả biện pháp dạy học, chưa cụ thể hóa năng lực tư duy hàm thành các tiêu chí có thể quan sát và đánh giá trong lớp học. Bên cạnh đó, các minh chứng thực nghiệm kết hợp dữ liệu định lượng và định tính còn hạn chế, trong khi vai trò của chuyển đổi giữa các biểu diễn hàm số, sửa sai và vận dụng thực tiễn chưa được xem xét trong một tiến trình dạy học thống nhất nhằm phát triển năng lực tư duy hàm cho HS.

Kế thừa các nghiên cứu của Ellis (2011), Stephens và cộng sự (2017), Günster và Weigand (2020), nghiên cứu này xây dựng hệ thống tiêu chí đánh giá năng lực tư duy hàm trong chủ đề “Hàm số bậc hai” (Toán 10), đồng thời đề xuất và kiểm chứng hiệu quả của một số chiến lược dạy học phù hợp với bối cảnh trường phổ thông Việt Nam. Nghiên cứu hướng tới trả lời ba câu hỏi: năng lực tư duy hàm được biểu hiện qua những thành tố nào; các chiến lược

dạy học ảnh hưởng như thế nào đến kết quả học tập của HS; và HS thay đổi ra sao về cách tiếp cận, giải quyết vấn đề trong quá trình học tập.

## 2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu sử dụng thiết kế hỗn hợp (mixed methods) nhằm đánh giá hiệu quả của các chiến lược dạy học trong phát triển năng lực tư duy hàm cho HS lớp 10. Dữ liệu định lượng được thu thập thông qua thực nghiệm bán đối chứng dạng tiền trắc nghiệm - hậu trắc nghiệm với hai nhóm không tương đương; dữ liệu định tính được khai thác từ quan sát lớp học, phiếu khảo sát và bài làm của HS để làm rõ những thay đổi trong cách tiếp cận và giải quyết vấn đề. Thực nghiệm được tiến hành tại Trường THCS - THPT Vĩnh Tường (Cần Thơ) trong 8 tuần đầu học kì I năm học 2025-2026 với 86 HS lớp 10, gồm lớp thực nghiệm 10A2 ( $n = 43$ ; 22 nam, 21 nữ) và lớp đối chứng 10A3 ( $n = 43$ ; 20 nam, 23 nữ). Hai lớp được lựa chọn theo lớp nguyên vẹn, có kết quả học tập môn Toán tương đương ở năm học trước và cùng do một GV có 8 năm kinh nghiệm giảng dạy phụ trách nhằm hạn chế ảnh hưởng của yếu tố sư phạm đến kết quả thực nghiệm. Công cụ nghiên cứu gồm bài kiểm tra trước và sau thực nghiệm, phiếu khảo sát và bảng quan sát lớp học. Các bài tự luận được chấm theo rubric 4 mức độ, từ việc chỉ thực hiện các thao tác rời rạc đến khả năng thiết lập quan hệ, phối hợp các biểu diễn và giải thích kết quả trong ngữ cảnh bài toán. Công cụ đánh giá được xây dựng dựa trên các nghiên cứu của Carlson và cộng sự (2010); Ellis (2011); Stephens và cộng sự (2017), đồng thời điều chỉnh phù hợp với Chương trình giáo dục phổ thông 2018. Hệ số tin cậy Cronbach's Alpha đạt 0,82.

Quy trình nghiên cứu gồm các bước: Xây dựng cơ sở lý luận và tiêu chí đánh giá năng lực tư duy hàm; Thiết kế các chiến lược dạy học; Tổ chức tiền trắc nghiệm; Tiến hành thực nghiệm; Thực hiện hậu trắc nghiệm và thu thập dữ liệu định tính (hình 1). Nghiên cứu được sự đồng ý của Ban Giám hiệu nhà trường, GV bộ môn và phụ huynh HS. HS được thông báo rõ mục đích nghiên cứu và có quyền từ chối tham gia bất cứ lúc nào mà không ảnh hưởng đến kết quả học tập. Toàn bộ dữ liệu cá nhân được mã hóa và chỉ sử dụng cho mục đích nghiên cứu khoa học.

## 3. Kết quả nghiên cứu

### 3.1. Khái niệm và cấu trúc của năng lực tư duy hàm

“Tư duy hàm” là một dạng tư duy toán học đặc thù, tập trung vào việc nhận diện và phân tích mối quan hệ phụ thuộc giữa các đại lượng biến thiên. HS không chỉ quan sát sự thay đổi mà còn biết biểu diễn mối quan hệ đó dưới dạng hàm số, đồng thời chuyển đổi linh hoạt giữa các biểu diễn như công thức, bảng giá trị và đồ thị (Nguyễn Bá Kim, 2011; Bùi Văn Nghị, 2008; Ellis, 2011; Stephens và cộng sự, 2017). Trong giáo dục toán học hiện đại, tư duy hàm giữ vai trò nền tảng của tư duy đại số và mô hình hóa, góp phần giúp HS hiểu bản chất sự biến thiên và vận dụng toán học vào giải quyết vấn đề (Niss và Jankvist, 2023).

Kế thừa quan điểm về năng lực toán học như khả năng huy động và vận dụng tri thức để thực hiện nhiệm vụ trong các bối cảnh khác nhau (Bộ GD-ĐT, 2018; Niss và Jankvist, 2023), nghiên cứu này xác định năng lực tư duy hàm là khả năng nhận diện, biểu diễn, phân tích và sử dụng các quan hệ phụ thuộc trong toán học và thực tiễn (Ellis, 2011; Stephens và cộng sự, 2017). Trên cơ sở đó, cần phân biệt hai bình diện: tư duy hàm là nền tảng nhận thức, còn năng lực tư duy hàm là sự biểu hiện của nền tảng đó thông qua các hành động học tập có thể quan sát và đánh giá. Những biểu hiện của năng lực tư duy hàm bao gồm: nhận biết quan hệ phụ thuộc giữa các đại lượng, chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn của hàm số, phân tích sự biến thiên, phát hiện và sửa sai trong lập luận, cũng như vận dụng hàm số vào các tình huống thực tiễn. Các thành tố này được tổng hợp từ các nghiên cứu về tư duy hàm và biểu diễn toán học của Carlson và cộng sự (2010), Ellis (2011), Stephens và cộng sự (2017), Günster và Weigand (2020), đồng thời đối chiếu với yêu cầu phát triển năng lực toán học trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Trên cơ sở đó, nghiên cứu xây dựng hệ thống thành tố và chỉ báo đánh giá năng lực tư duy hàm được trình bày trong bảng 1.

*Bảng 1. Thành tố và chỉ báo của năng lực tư duy hàm*

| Thành tố                                 | Chỉ báo quan sát                                                                                       |
|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nhận biết quan hệ hàm                    | Xác định được đại lượng độc lập và đại lượng phụ thuộc; mô tả được quan hệ giữa chúng.                 |
| Chuyển đổi giữa các biểu diễn của hàm số | Dịch chuyển được giữa công thức, bảng giá trị, đồ thị và mô tả bằng lời.                               |
| Phân tích sự biến thiên                  | Nhận xét được chiều biến thiên, đỉnh, trục đối xứng hoặc giá trị lớn nhất/nhỏ nhất của hàm số.         |
| Phát hiện và sửa sai                     | Chỉ ra được chỗ sai trong lời giải; kiểm tra và điều chỉnh được lập luận bằng đại số hoặc đồ thị.      |
| Vận dụng thực tiễn                       | Thiết lập được mô hình hàm số từ tình huống thực tế và diễn giải được kết quả trong ngữ cảnh bài toán. |

### 3.2. Các biện pháp bồi dưỡng năng lực tư duy hàm

#### 3.2.1. Gợi động cơ học tập thông qua tình huống thực tiễn

Biện pháp này nhằm tạo động cơ học tập thông qua các tình huống thực tiễn, trong đó HS cần xác định giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của một đại lượng phụ thuộc. Nhiều bài toán như tối ưu chi phí trong sản xuất có thể mô tả bằng hàm số bậc hai.

*Ví dụ:* Khi xét bài toán xác định mức sản xuất để chi phí (triệu đồng) đạt giá trị thấp nhất, trong đó chi phí phụ thuộc vào số lượng sản phẩm  $x$  và được mô tả bởi một hàm số bậc hai  $y = x^2 - 4x + 3$ , HS thường tiếp cận bằng cách thử giá trị và lập bảng như trong bảng 2.

Bảng 2. Bảng giá trị của hàm số

| $x$                | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 |
|--------------------|---|---|----|---|---|
| $y = x^2 - 4x + 3$ | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 |

Cách làm này cho thấy xu hướng biến thiên nhưng không xác định chính xác giá trị nhỏ nhất. Từ đó, HS nhận ra cần một phương pháp khác. Dưới sự gợi ý về đặc điểm của parabol, HS xác định đỉnh và nhận ra giá trị nhỏ nhất của hàm số chính là tung độ của đỉnh. Điều đó tạo động lực để HS tìm hiểu kiến thức.

#### 3.2.2. Tổ chức phát hiện và thiết lập mối quan hệ hàm

Biện pháp này nhằm giúp HS nhận diện và thiết lập mối quan hệ phụ thuộc giữa các đại lượng, từ đó biểu diễn dưới dạng hàm số. Thực tế cho thấy nhiều HS gặp khó khăn với bài toán thực tiễn do chưa xác định được mối liên hệ giữa các đại lượng, dẫn đến cách giải rời rạc. Vì vậy, cần tổ chức cho HS phát hiện và thiết lập quan hệ hàm như một bước trung tâm của quá trình giải toán. GV hướng dẫn HS theo quy trình: xác định đại lượng, thiết lập quan hệ, biểu diễn bằng hàm số và khai thác tính chất của hàm. Nhờ đó, HS chuyển từ thử nghiệm sang phân tích và mô hình hóa.

*Ví dụ:* “Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 40m. Hãy tìm kích thước của mảnh đất để diện tích đạt giá trị lớn nhất.” Ban đầu, HS có thể thử một số trường hợp cụ thể để tính diện tích, tuy nhiên nhanh chóng nhận thấy cách làm này không đảm bảo tìm được kết quả tối ưu một cách chính xác. Từ đó, xuất hiện nhu cầu cần tìm một phương pháp tổng quát hơn. GV định hướng HS xác định các đại lượng: gọi chiều dài là  $x(m)$ ,  $x > 0$ , chiều rộng là  $y(m)$ ,  $y > 0$ . Theo đề bài:  $2.(x + y) = 40 \Leftrightarrow x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - x$ .

Hay chiều rộng là  $20 - x(m)$ . Diện tích của mảnh đất được biểu diễn bởi hàm số:

$$S(x) = x(20 - x) \Leftrightarrow S(x) = -x^2 + 20x$$

Hàm số  $S(x)$  là một hàm bậc hai có hệ số  $a < 0$  nên đồ thị là một parabol quay xuống và đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh. Từ đó, HS xác định:  $x = \frac{-b}{2a} = 10$ ,  $S_{\max} = 100$ .

Kết quả cho thấy diện tích lớn nhất đạt được khi mảnh đất là hình vuông cạnh 10m.

Từ hoạt động này, HS dần nhận ra diện tích không phải là một giá trị cố định mà thay đổi theo kích thước của hình chữ nhật. Trong quá trình học, các em bắt đầu chuyển từ cách thử từng trường hợp riêng lẻ sang việc xác định mối quan hệ giữa các đại lượng và khai thác đặc điểm của hàm số để giải quyết bài toán. Sự thay đổi đó cho thấy HS từng bước hình thành cách tiếp cận mang tính hàm, từ đó nâng cao khả năng phân tích và vận dụng kiến thức trong những tình huống khác nhau.

#### 3.2.3. Rèn luyện tri thức phương pháp về tư duy hàm

Nội dung này nhằm giúp HS hình thành tri thức phương pháp khi tiếp cận và giải các bài toán về hàm số. Thực tế cho thấy nhiều HS biết thực hiện các bước nhưng chưa nắm được cách tiếp cận tổng quát, nên gặp khó khăn khi gặp tình huống mới. Vì vậy, cần rèn luyện để HS không chỉ biết làm mà còn hiểu cơ sở của phương pháp.

Thông qua các bài toán về xác định đỉnh, giao điểm và phân tích đồ thị, HS được hướng dẫn theo một quy trình ổn định, thay cho cách thử nghiệm bằng bảng giá trị như ban đầu.

*Ví dụ:* Xét hàm số  $y = x^2 - 2x - 3$  với yêu cầu xác định tọa độ đỉnh của parabol và các giao điểm của đồ thị với trục hoành. Từ biểu thức hàm số, HS xác định các hệ số  $a = 1$ ;  $b = -2$ ;  $c = -3$ , sau đó vận dụng công thức để tìm tọa độ đỉnh. Tiếp theo, bằng cách giải phương trình  $x^2 - 2x - 3 = 0$ , HS tìm được các giao điểm của đồ thị với trục hoành là:  $(-1; 0)$ ,  $(3; 0)$ .

Ví dụ này góp phần giúp HS dần hình thành cách tiếp cận chung khi nghiên cứu hàm số bậc hai: xác định đỉnh, tìm giao điểm và khai thác các đặc điểm của đồ thị để giải quyết bài toán. Điều quan trọng không còn là thực hiện các phép tính riêng lẻ mà là hiểu được hướng tiếp cận có thể vận dụng trong nhiều tình huống khác nhau.

Sự thay đổi trong cách học giúp HS từng bước thoát khỏi lối làm bài mang tính máy móc, bắt đầu chú ý đến ý nghĩa của từng bước giải và mối liên hệ giữa các biểu diễn của hàm số. Nhờ vậy, khả năng phân tích, giải quyết vấn đề và tư duy hàm của HS cũng được nâng lên rõ rệt.

#### 3.2.4. Phát hiện và khắc phục sai lầm trong học tập

Việc giúp HS nhận ra và sửa sai không chỉ dừng ở việc làm đúng bài mà còn góp phần rèn tư duy phản biện và tính chính xác trong lập luận. Khi học nội dung “Hàm số bậc hai”, HS thường sai không chỉ ở tính toán mà còn ở cách hiểu, như xác định đỉnh hay giải phương trình, bất phương trình. Nếu không được phát hiện kịp thời, những sai sót này dễ dẫn đến hiểu sai kéo dài. Trong dạy học, GV có thể khai thác các lỗi thường gặp như những tình huống để HS cùng phân tích và sửa chữa. Nhờ vậy, HS hiểu rõ nguyên nhân sai và dần hình thành thói quen kiểm tra lại lời giải của mình.

Chẳng hạn, xét hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  với yêu cầu tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số và giải bất phương trình  $y \leq 2$ . Một HS biến đổi:  $x^2 - 4x + 3 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 \leq 0$  và kết luận nghiệm là  $x \in (-; 15)$ . Kết luận này cho thấy HS đã suy đoán khoảng nghiệm một cách cảm tính, có thể dựa vào việc “ước lượng” hai nghiệm gần đúng của phương trình  $x^2 - 4x + 1 = 0$  nhưng không thực hiện đầy đủ bước giải chính xác hoặc kiểm chứng lại kết quả. Sai lầm nằm ở chỗ HS không sử dụng các phương pháp giải bất phương trình (phân tích nhân tử, công thức nghiệm hoặc xét dấu) để xác định đúng khoảng nghiệm. Trước kết quả này, GV yêu cầu HS kiểm tra lại cách giải.

Khi giải đúng phương trình  $x^2 - 4x + 1 = 0$ , ta được nghiệm  $x = 2 \pm \sqrt{3}$ . Do hệ số  $a > 0$  nên bất phương trình có nghiệm  $x \in [2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}]$ . Điều này cho thấy kết quả ban đầu là không chính xác.

Để làm rõ hơn, GV có thể hướng dẫn HS đưa hàm số về dạng:  $y = (x - 2)^2 - 1$ , từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là  $(-1)$  khi  $x = 2$ . Đồng thời, bằng cách vẽ đồ thị của hàm số và đường thẳng  $y = 2$ , HS dễ dàng nhận thấy hai điểm giao tương ứng với nghiệm của bất phương trình. Cách tiếp cận này giúp HS hiểu rõ mối liên hệ giữa biểu thức đại số và biểu diễn hình học của hàm số.

Qua ví dụ này, có thể thấy sai lầm của HS không chỉ xuất phát từ việc tính toán chưa chính xác, mà còn từ việc chưa kiểm tra lại kết quả và chưa nắm vững bản chất của bài toán. Khi được hướng dẫn phân tích và sửa sai, HS dần hình thành cách suy nghĩ chặt chẽ hơn, biết đối chiếu giữa các phương pháp và tự đánh giá lời giải của mình. Đây cũng là cơ sở để phát triển tư duy hàm theo hướng bền vững, thay vì chỉ dừng lại ở việc làm đúng từng bài riêng lẻ.

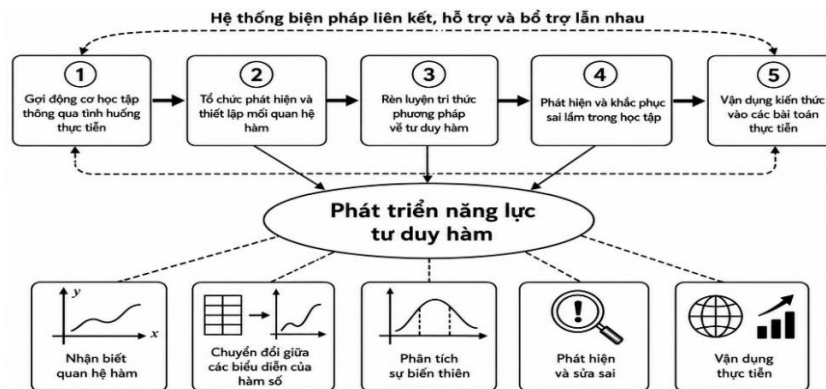
#### 3.2.5. Vận dụng kiến thức vào các bài toán thực tiễn

Việc vận dụng kiến thức toán học vào các tình huống thực tiễn, thông qua những bài toán gắn với đời sống, góp phần phát triển năng lực của HS. Trong dạy học “Hàm số bậc hai”, việc liên hệ với thực tiễn giúp HS hiểu rõ hơn ý nghĩa của hàm số và từng bước hình thành tư duy hàm một cách tự nhiên.

Chẳng hạn, xét bài toán: “Một quả bóng được đá từ mặt đất và chuyển động theo quỹ đạo có dạng parabol. Độ cao của quả bóng (tính bằng mét) tại thời điểm  $t$  (giây) được cho bởi hàm số  $h(t) = -5t^2 + 20t$ . Hãy xác định độ cao lớn nhất của quả bóng và thời điểm đạt được độ cao đó.” Từ biểu thức hàm số, HS nhận ra đây là một hàm bậc hai với hệ số  $a < 0$ , nên đồ thị là parabol quay xuống và đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh. Do đó, thời điểm đạt độ cao lớn nhất được xác định bởi:  $t_{(a)} = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \cdot (-5)} = 2$ .

Thay vào hàm số, ta có:  $h(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20$ . Như vậy, quả bóng đạt độ cao lớn nhất là 20 mét tại thời điểm 2 giây. Kết quả cho thấy HS không còn phụ thuộc vào bảng giá trị như ban đầu (bảng 2), mà đã biết khai thác trực tiếp đặc điểm của hàm số để giải quyết bài toán và giải thích ý nghĩa kết quả trong ngữ cảnh thực tiễn.

Như vậy, bảng giá trị chỉ đóng vai trò khởi đầu, trong khi các biện pháp tiếp theo giúp HS chuyển từ thử nghiệm sang thiết lập và khai thác quan hệ hàm. Các biện pháp được tổ chức theo một tiến trình hợp lý, góp phần phát triển tư duy hàm một cách toàn diện; hiệu quả này cũng được thể hiện qua kết quả định lượng ở bảng 3.



Hình 1. Hệ thống biện pháp phát triển năng lực tư duy hàm

Năm biện pháp trên không tồn tại rời rạc mà tạo thành một tiến trình tương hỗ: gọi động cơ để hình thành nhu cầu nhận thức, thiết lập quan hệ hàm để định hình đối tượng tư duy, rèn luyện tri thức phương pháp để ổn định cách tiếp cận, phát hiện sai lầm để điều chỉnh nhận thức, và vận dụng vào thực tiễn để mở rộng ý nghĩa của kiến thức. Chính sự liên kết này làm nên sức mạnh của hệ thống can thiệp.

### 3.3. Kết quả thực nghiệm

#### 3.3.1. Kết quả định lượng

Để đảm bảo cơ sở so sánh, trước khi tiến hành thực nghiệm, một bài kiểm tra tiền trắc nghiệm đã được thực hiện nhằm đánh giá trình độ ban đầu của hai nhóm. Kết quả được trình bày trong bảng 3.

Bảng 3. Kết quả tiền trắc nghiệm của hai nhóm

| Nhóm | n  | Điểm trung bình | Độ lệch chuẩn |
|------|----|-----------------|---------------|
| TN   | 43 | 5,92            | 1,78          |
| ĐC   | 43 | 5,85            | 1,75          |

Kết quả cho thấy điểm trung bình của hai nhóm gần như tương đương và độ phân tán không có sự khác biệt đáng kể. Kiểm định t cho hai mẫu độc lập cho giá trị  $p > 0,05$ , do đó có thể xem trình độ ban đầu của HS ở hai lớp là tương đương. Điều này tạo cơ sở hợp lý cho việc so sánh kết quả sau can thiệp. Sau quá trình thực nghiệm, kết quả hậu trắc nghiệm của hai nhóm được phân tích bằng thống kê mô tả và kiểm định t cho hai mẫu độc lập. Kết quả tổng hợp được trình bày trong bảng 4.

Bảng 4. Kết quả học tập và các tham số thống kê của hai nhóm (lớp TN:  $n=43$ , lớp ĐC:  $n=43$ )

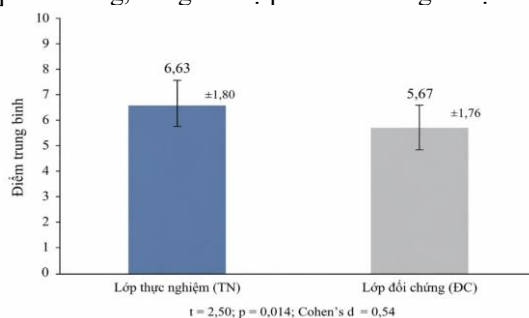
| Chỉ số          | Lớp TN   |         | Lớp ĐC   |         |
|-----------------|----------|---------|----------|---------|
|                 | Số lượng | Tỉ lệ % | Số lượng | Tỉ lệ % |
| < 5             | 7        | 16,3    | 11       | 25,6    |
| 5-7             | 22       | 51,1    | 25       | 58,1    |
| $\geq 8$        | 14       | 32,6    | 7        | 16,3    |
| Điểm trung bình | 6,63     |         | 5,67     |         |
| Phương sai      | 3,24     |         | 3,11     |         |
| Độ lệch chuẩn   | 1,80     |         | 1,76     |         |

Từ bảng 4 có thể thấy sự khác biệt rõ giữa hai nhóm sau can thiệp. Tỉ lệ HS đạt mức khá, giỏi ( $\geq 8$ ) ở lớp thực nghiệm cao hơn đáng kể so với lớp đối chứng (32,6% so với 16,3%), trong khi tỉ lệ HS dưới trung bình thấp hơn (16,3% so với 25,6%). Điểm trung bình của lớp thực nghiệm ( $M = 6,63$ ) cao hơn lớp đối chứng ( $M = 5,67$ ), với độ lệch chuẩn tương đương (1,80 và 1,76), cho thấy mức độ phân tán điểm số giữa hai nhóm không có khác biệt đáng kể.

Trước khi tiến hành kiểm định, các giả định của kiểm định t được kiểm tra, bao gồm giả định về phân phối chuẩn và tính đồng nhất phương sai giữa hai nhóm. Kết quả cho thấy phương sai của hai nhóm không có sự khác biệt đáng kể (3,24 và 3,11), do đó giả định về đồng nhất phương sai được đảm bảo và việc sử dụng kiểm định t cho hai mẫu độc lập là phù hợp. Kết quả kiểm định cho thấy  $t = 2,50$  với  $p = 0,014 < 0,05$ , cho thấy sự khác biệt về điểm hậu trắc nghiệm giữa hai nhóm là có ý nghĩa thống kê. Khoảng tin cậy 95% của chênh lệch trung bình nằm trong  $[0,20; 1,72]$ , cho thấy mức chênh lệch không chỉ có ý nghĩa thống kê mà còn có ý nghĩa thực tiễn.

Để đánh giá mức độ tác động của can thiệp, hệ số ảnh hưởng Cohen's d được xác định là 0,54, tương ứng với mức ảnh hưởng trung bình. Kết quả này cho thấy các biện pháp dạy học không chỉ tác động đến một bộ phận HS mà

có xu hướng cải thiện kết quả chung của lớp. Sự khác biệt này được minh họa trong hình 2, trong đó điểm trung bình của lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng, trong khi độ phân tán không có sự chênh lệch đáng kể.



Hình 2. So sánh điểm trung bình hậu trắc nghiệm giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng

Từ các kết quả định lượng cho thấy việc tổ chức dạy học theo các biện pháp đề xuất đã góp phần cải thiện kết quả học tập của HS. Những kết quả này góp phần làm sáng tỏ câu hỏi nghiên cứu thứ hai, đồng thời tạo cơ sở để tiếp tục phân tích sâu hơn những chuyển biến trong năng lực tư duy hàm ở phần định tính.

### 3.3.2. Kết quả định tính và thảo luận

Bên cạnh kết quả định lượng, dữ liệu định tính từ quan sát lớp học, phiếu khảo sát và bài làm của HS được mã hóa theo các thành tố của năng lực tư duy hàm và tổng hợp trong bảng 5.

Bảng 5. Kết quả đánh giá năng lực tư duy hàm

| Tiêu chí                                 | TN - Tốt (%) | ĐC - Tốt (%) |
|------------------------------------------|--------------|--------------|
| Nhận biết quan hệ hàm                    | 65,1         | 41,9         |
| Chuyển đổi giữa các biểu diễn của hàm số | 60,5         | 34,9         |
| Phân tích biến thiên                     | 55,8         | 30,2         |
| Phát hiện và sửa sai                     | 51,2         | 27,9         |
| Vận dụng thực tiễn                       | 58,1         | 25,6         |

Kết quả ở bảng 5 cho thấy tỉ lệ HS lớp thực nghiệm đạt mức “Tốt” cao hơn lớp đối chứng ở tất cả các tiêu chí, đặc biệt ở khả năng chuyển đổi giữa các biểu diễn của hàm số, phát hiện và sửa sai, cũng như vận dụng thực tiễn. Điều này cho thấy các chiến lược dạy học không chỉ tác động đến kết quả bài kiểm tra mà còn ảnh hưởng đến cách học và cách tiếp cận vấn đề của HS. Sự khác biệt này chủ yếu xuất phát từ việc HS lớp thực nghiệm thường xuyên phải xác định mối quan hệ giữa các đại lượng, chuyển đổi giữa công thức, bảng giá trị và đồ thị, đồng thời giải thích kết quả trong những tình huống cụ thể. Nhờ vậy, HS không còn nhìn hàm số như một công thức tính toán đơn thuần mà bắt đầu xem hàm số như một công cụ mô tả sự biến thiên. Vai trò của chuyển đổi giữa các biểu diễn được thể hiện khá rõ trong quá trình học tập. Ở lớp đối chứng, nhiều HS vẫn có xu hướng giải bài toán bằng cách thử giá trị hoặc áp dụng công thức rồi rạc. Chẳng hạn, trong bài toán tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^2 - 2x - 3$ , HS HS<sub>01</sub> phát biểu: “Em thử mấy giá trị như 0, 1, 2 thấy giá trị giảm rồi tăng nên chắc nhỏ nhất ở khoảng đó”. Cách làm này cho thấy HS mới dừng ở việc quan sát hiện tượng mà chưa xác định được bản chất của sự biến thiên.

Trong khi đó, ở lớp thực nghiệm, HS bắt đầu tiếp cận bài toán thông qua việc thiết lập quan hệ. Với bài toán diện tích hình chữ nhật, HS HS<sub>02</sub> trao đổi: “Gọi chiều dài là  $x$  thì chiều rộng là  $20 - x$ , vậy diện tích cũng tính theo  $x$ . Vậy cần tìm giá trị lớn nhất của diện tích theo  $x$ ”. Khi được hỏi vì sao không tiếp tục lập bảng giá trị, HS HS<sub>03</sub> cho rằng: “Lập bảng thì em đoán thôi, còn dùng hàm số thì tìm được chính xác hơn nhờ tọa độ đỉnh của parabol”. Những biểu hiện này cho thấy HS đã dần chuyển từ việc xử lý các giá trị riêng lẻ sang việc khai thác mối quan hệ giữa các đại lượng và đặc điểm của đồ thị. Kết quả này cũng cho thấy vai trò quan trọng của mô hình hóa trong phát triển năng lực tư duy hàm. Khi HS phải thiết lập hàm số từ các tình huống như diện tích, chi phí sản xuất hoặc quỹ đạo chuyển động, các em buộc phải xác định đại lượng biến đổi, tìm mối liên hệ giữa chúng và diễn giải ý nghĩa của kết quả trong thực tiễn. Từ đó, HS bắt đầu nhận ra các đặc điểm của hàm số không chỉ mang ý nghĩa đại số hay hình học mà còn gắn với những hiện tượng thực tế. Bên cạnh đó, hoạt động phát hiện và sửa sai cũng tạo ra tác động rõ rệt đến năng lực tư duy hàm của HS.

Những kết quả trên phù hợp với nhận định của Wilkie (2024) về vai trò của sự phối hợp giữa suy luận trực quan và suy luận đại số trong dạy học “Hàm số bậc hai” (Toán 10), đồng thời tương đồng với nghiên cứu của Günster và Weigand (2020) về ý nghĩa của các nhiệm vụ học tập trong phát triển khả năng biểu diễn hàm số. Tuy nhiên, trong bối cảnh lớp học Việt Nam, sự thay đổi này không diễn ra đồng đều do nhiều HS vẫn quen với cách học thiên về áp dụng

công thức và thao tác đại số. Điều đó cho thấy việc tổ chức các hoạt động mô hình hóa, biểu diễn hàm số và sửa sai cần được thực hiện thường xuyên và có tính hệ thống để năng lực tư duy hàm của HS được hình thành bền vững hơn.

#### 4. Kết luận và bình luận

Kết quả nghiên cứu cho thấy các chiến lược dạy học đề xuất đã góp phần phát triển năng lực tư duy hàm của HS lớp 10 trong chủ đề hàm số bậc hai. Sự thay đổi không chỉ thể hiện ở kết quả học tập mà còn ở cách HS tiếp cận bài toán: từ thử giá trị và áp dụng công thức rồi rạc sang xác định mối quan hệ giữa các đại lượng, khai thác đặc điểm của hàm số và giải thích kết quả theo ngữ cảnh. Đóng góp của nghiên cứu là cụ thể hóa năng lực tư duy hàm thành các thành tố có thể quan sát và đánh giá trong lớp học, đồng thời làm rõ vai trò các biểu diễn của hàm số, mô hình hóa và sửa sai trong phát triển tư duy hàm. Kết quả cũng cho thấy việc phối hợp giữa công thức, bảng giá trị, đồ thị và tình huống thực tiễn giúp HS hình thành cách nhìn hàm rõ ràng hơn. Từ kết quả thực nghiệm, GV cần chú trọng tổ chức các hoạt động yêu cầu HS thiết lập quan hệ giữa các đại lượng, chuyển đổi giữa các biểu diễn hàm số và giải thích ý nghĩa của kết quả thay vì chỉ thực hiện thao tác tính toán. Bên cạnh đó, các sai lầm của HS cần được khai thác như cơ hội để điều chỉnh nhận thức và phát triển lập luận toán học. Tuy nhiên, nghiên cứu vẫn còn một số hạn chế như quy mô mẫu còn nhỏ, thời gian thực nghiệm ngắn và khả năng ảnh hưởng từ GV trong quá trình tổ chức thực nghiệm. Các nghiên cứu tiếp theo, cần mở rộng phạm vi khảo sát và tiếp tục đánh giá sự phát triển tư duy hàm của HS ở những nội dung toán học khác.

**Tuyên bố về vai trò của các tác giả:** Nguyễn Thụy Phương Trâm: Giám sát, chỉ đạo quá trình nghiên cứu; Xác định phương pháp và công cụ nghiên cứu; Viết bản thảo, sửa chữa bản thảo. Đào Quốc Hận: lên ý tưởng, tiến hành thực nghiệm; Phân tích dữ liệu và viết bản thảo.

**Tuyên bố về GenAI và Quyền tác giả:** Trong quá trình chuẩn bị bản thảo này, các tác giả đã sử dụng AI để tìm kiếm tài liệu tham khảo, chỉnh sửa văn phong bản thảo.

**Tuyên bố về xung đột lợi ích:** Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.

**Thông tin tài trợ:** Nghiên cứu này không nhận được tài trợ từ bên ngoài.

#### Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Bùi Văn Nghị (2008). *Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Carlson, M., Oehrtman, M., & Engelke, N. (2010). The precalculus concept assessment: A tool for assessing students' reasoning abilities and understandings. *Cognition and Instruction*, 28(2), 113-145. <https://doi.org/10.1080/07370001003676587>
- Ellis, A. B. (2011). Generalizing-promoting actions: How classroom collaborations can support students' mathematical generalizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(4), 308-345. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.42.4.0308>
- Günster, S. M., & Weigand, H.-G. (2020). Designing digital technology tasks for the development of functional thinking. *ZDM - Mathematics Education*, 52(7), 1259-1274. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01179-1>
- Nguyễn Bá Kim (2011). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Ngọc Giang, Phạm Huyền Trang, Trần Thị Ly Ly (2023). Dạy học giải toán nội dung “Hàm số bậc hai và đồ thị” (Toán 10) nhằm phát triển năng lực tư duy và lập luận toán học cho học sinh. *Tạp chí Giáo dục*, 23(17), 1-6. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/938>
- Niss, M., & Jankvist, U. T. (2023). On the mathematical competencies framework and its potentials for connecting with other theoretical perspectives. In U. T. Jankvist & E. Geraniou (Eds.), *Mathematical competencies in the digital era* (pp. 15-38). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-10141-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-031-10141-0_2)
- Stephens, A. C., Fonger, N. L., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M. L., Knuth, E. J., & Gardiner, A. M. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143-166. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>
- Wei, H., Bos, R., & Drijvers, P. (2024). Developing functional thinking: From concrete to abstract through an embodied design. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 10, 323-351. <https://doi.org/10.1007/s40751-024-00142-z>
- Wilkie, K. J. (2024). Coordinating visual and algebraic reasoning with quadratic functions. *Mathematics Education Research Journal*, 36, 33-69. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00426-w>