

**QUY TRÌNH DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN THỰC TIỄN
THEO HƯỚNG CÁ NHÂN HÓA NHẪM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC
MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**
TEACHING PROCESS FOR SOLVING REAL-WORLD PROBLEMS FOLLOWING A PERSONALIZED APPROACH
TO DEVELOP COMPETENCIES MATHEMATICAL MODELING FOR HIGH SCHOOL STUDENTS

**Tăng Xuân Phú¹,
Huỳnh Gia Bảo^{2,+}**

¹Trường THPT Hắc Dịch, Thành phố Hồ Chí Minh;

²Trường Sư phạm - Đại học Cần Thơ

+Tác giả liên hệ • Email: hgbao@ctu.edu.vn

Article history

Received: 06/4/2026

Accepted: 01/6/2026

Published: 20/9/2026

Keywords

Personalization, exponential functions, mathematical modeling skills, Math 11

ABSTRACT

In the context of the 2018 General Education Program, which focuses on developing students' qualities and competencies, the development of mathematical modeling skills is becoming an urgent requirement. Personalized teaching is considered a promising approach, allowing for the adjustment of learning tasks, support levels, and feedback methods according to each student's characteristics. This study aims to analyze the theoretical basis of mathematical modeling skills and personalized mathematics teaching, thereby proposing a teaching process for solving practical problems to develop mathematical modeling skills in high school students. The process is illustrated through solving a practical problem in the topic of "Exponential Functions" (Mathematics 11). Diagnosing readiness levels, differentiating learning tasks, and adjusting pedagogical support can facilitate more effective student participation in each step of the mathematical modeling process. This article contributes to clarifying the scientific basis for applying personalized teaching methods to develop students' mathematical modeling abilities, while also providing suggestions for teachers in designing and organizing mathematics lessons in high schools.

1. Mở đầu

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục phổ thông theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực người học, yêu cầu đổi mới toàn diện phương pháp dạy học càng trở nên cấp thiết. Năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) là một trong 5 năng lực thành phần của năng lực toán học, cần hình thành và phát triển cho HS trong dạy học môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018). Dạy học cá nhân hóa gần đây đã được nhắc đến rộng rãi tại nhiều quốc gia và thu hút sự chú ý của các nhà giáo dục, được xem là một cách tiếp cận phù hợp, tạo điều kiện để GV nhận diện sự khác biệt về năng lực, nhu cầu và mức độ sẵn sàng của HS, từ đó thiết kế các nhiệm vụ học tập và hình thức hỗ trợ phù hợp (Trần Thị Thu Hương, 2022). Phương pháp dạy học cá nhân hóa hiệu quả giúp người học tăng động lực và hứng thú học tập, từ đó cải thiện kết quả học tập (Shemshack và Spector, 2020). Theo Lee và cộng sự (2018), dạy học cá nhân hóa trở thành một giải pháp giúp việc học đáp ứng được nhu cầu và phù hợp với trải nghiệm cá nhân của người học, nhờ đó giúp họ phát huy tối đa tiềm năng thông qua các hướng dẫn tùy chỉnh của GV. Việc phát triển năng lực MHHTH thông qua dạy học cá nhân hóa cho phép điều chỉnh nhiệm vụ học tập, mức độ hỗ trợ, tiến độ và hình thức phản hồi theo đặc điểm từng HS hoặc nhóm HS (Mötteli và cộng sự, 2023).

Ở Việt Nam, đã có một số nghiên cứu đề cập đến cơ sở lý luận của dạy học cá nhân hóa và năng lực MHHTH (Nguyễn và cộng sự, 2022; Cao Thị Hà và Nguyễn Xuân Dung, 2023). Tuy nhiên, các nghiên cứu này chủ yếu tập trung làm rõ khái niệm, đặc điểm và ý nghĩa của từng lĩnh vực riêng lẻ, trong khi việc phân tích mối quan hệ giữa dạy học cá nhân hóa và phát triển năng lực MHHTH và vận dụng vào thực tiễn dạy học còn chưa có nhiều nghiên cứu đề cập. Bài báo tập trung phân tích cơ sở lý luận về dạy học cá nhân hóa và năng lực MHHTH, đồng thời đề xuất quy trình dạy học giải bài toán thực tiễn (BTJT) theo hướng cá nhân hóa nhằm phát triển năng lực MHHTH cho HS THPT và minh họa quy trình này trong dạy học chủ đề "Hàm số mũ" (Toán 11).

2. Phương pháp nghiên cứu

Bài báo sử dụng phương pháp nghiên cứu định tính nhằm phân tích cơ sở lý luận và đề xuất quy trình dạy học giải BTJT theo hướng cá nhân hóa nhằm phát triển năng lực MHHTH cho HS THPT. Phương pháp nghiên cứu tài

liệu được sử dụng để tổng hợp, phân tích và hệ thống hóa các công trình trong và ngoài nước liên quan đến năng lực MHHTH, dạy học cá nhân hóa. Trên cơ sở đó, bài báo tiến hành đối chiếu, so sánh các quan điểm lí luận nhằm xác định mối quan hệ giữa dạy học cá nhân hóa và phát triển năng lực MHHTH cho HS.

Bên cạnh đó, phương pháp phân tích và tổng hợp lí thuyết được sử dụng để xây dựng khung biểu hiện của năng lực MHHTH và xác định các đặc điểm cốt lõi của dạy học Toán theo hướng cá nhân hóa. Từ các kết quả phân tích, bài báo đề xuất quy trình dạy học giải BTTT theo hướng cá nhân hóa gồm bốn bước, gắn với phát triển các biểu hiện của năng lực MHHTH. Để minh họa và đánh giá tính khả thi của quy trình, bài báo sử dụng phương pháp nghiên cứu trường hợp thông qua thiết kế hoạt động dạy học một BTTT chủ đề “Hàm số mũ” (Toán 11). Các kết quả được phân tích trên cơ sở đối chiếu với khung năng lực MHHTH đã xây dựng, bảo đảm tính logic, tính nhất quán và khả năng vận dụng trong thực tiễn dạy học môn Toán ở trường THPT.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Một số vấn đề lí luận

3.1.1. Năng lực mô hình hóa toán học

- *Khái niệm:* MHHTH được hiểu là quá trình chuyển một vấn đề nảy sinh từ thực tiễn sang dạng toán học để phân tích và tìm kiếm lời giải; quá trình này diễn ra theo một chu trình gồm các bước cơ bản: hiểu và phân tích tình huống thực tiễn; xây dựng mô hình toán học; giải quyết mô hình; diễn giải và kiểm tra kết quả trong bối cảnh ban đầu (Blum và Leiss, 2007). Chu trình mô hình hóa thể hiện mối quan hệ tương tác hai chiều giữa thế giới thực và thế giới toán học, trong đó kết quả toán học cần được đối chiếu với thực tiễn để đánh giá tính hợp lí và khả thi. Năng lực MHHTH là khả năng của cá nhân đáp ứng yêu cầu hoạt động MHHTH và giúp cho quy trình MHHTH diễn ra nhanh, dễ dàng và đạt hiệu quả cao trong quá trình giải quyết tình huống thực tiễn (Nguyễn Dương Hoàng và Nguyễn Hiếu Nhi, 2021). Trong dạy học môn Toán, năng lực MHHTH giúp HS xây dựng, phân tích và giải các bài toán/tình huống thực tiễn bằng cách tạo ra mô hình toán học phản ánh các hiện tượng phức tạp. Điểm cốt lõi của năng lực MHHTH không chỉ là kĩ thuật tính toán, mà là xây dựng khả năng tư duy linh hoạt và giải quyết vấn đề thực tiễn một cách hiệu quả.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực MHHTH của HS THPT gồm các biểu hiện sau: (1) Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số BTTT; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được,...) (Bộ GD-ĐT, 2018).

- *Khung năng lực MHHTH:* Từ các biểu hiện của năng lực MHHTH của HS THPT, chúng tôi xây dựng các tiêu chí đánh giá năng lực MHHTH của HS THPT dựa trên các chỉ báo có thể quan sát (còn gọi là chỉ số hành vi), giúp GV đánh giá sản phẩm, bài làm và phần trình bày của HS một cách thống nhất. Cụ thể như sau (xem bảng 1):

Bảng 1. Biểu hiện của năng lực MHHTH của HS THPT

Các biểu hiện của năng lực MHHTH	Biểu hiện hành vi (tiêu chí quan sát)
Thiết lập được mô hình toán học	(BH1) Nhận diện được tình huống thực tiễn có thể giải quyết bằng công cụ toán học. (BH2) Xác định được mục tiêu, các đại lượng, giả thiết và điều kiện ràng buộc của vấn đề. (BH3) Lựa chọn được biến số, tham số phù hợp với bối cảnh thực tiễn. (BH4) Thiết lập được mối quan hệ toán học (biểu thức, phương trình, hàm số, bảng, đồ thị,...) phản ánh tình huống.
Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập	(BH5) Vận dụng được các kiến thức toán học phù hợp. (BH6) Thực hiện chính xác, logic các bước biến đổi và các phép tính toán trong quá trình giải quyết vấn đề toán học.
Lí giải được tính đúng đắn của lời giải	(BH7) Diễn giải được kết quả toán học trong mối liên hệ với bối cảnh thực tiễn ban đầu. (BH8) Đánh giá được tính hợp lí của kết quả, đề xuất điều chỉnh khi cần thiết.

3.1.2. Dạy học theo hướng cá nhân hóa

Dạy học theo hướng cá nhân hóa là cách tổ chức dạy học, trong đó GV căn cứ vào sự khác biệt của HS về mức độ sẵn sàng, năng lực của người học, nhịp độ học tập và nhu cầu hỗ trợ để điều chỉnh nhiệm vụ học tập, hình thức tổ chức, tiến trình hỗ trợ và cách thức đánh giá (Tomlinson, 2017; OECD, 2006). Cách tiếp cận này không làm thay đổi mục tiêu chung của bài học, mà linh hoạt ở cách thức giúp HS đạt được mục tiêu qua các mức độ của nhiệm vụ và sự hỗ trợ phù hợp với từng cá nhân, nhóm HS. Trong dạy học theo hướng cá nhân hóa, mức độ sẵn sàng (readiness) được xem là một trong những căn cứ quan trọng để GV thiết kế nhiệm vụ học tập và tổ chức hỗ trợ phù hợp cho HS. Theo Tomlinson (2017), mức độ sẵn sàng là mức độ mà HS đang sở hữu hoặc tiếp cận được những kiến thức, kĩ năng và sự hiểu biết cần thiết để đạt được mục tiêu học tập. Mức độ sẵn sàng không phản ánh học lực chung của HS mà thể

hiện khả năng tham gia và hoàn thành một nhiệm vụ học tập cụ thể trong những điều kiện nhất định. Trên thực tế, ở một lớp học, HS có thể có mức độ sẵn sàng khác nhau đối với cùng một nhiệm vụ do sự khác biệt về kiến thức nền tảng, kinh nghiệm học tập, tốc độ tiếp thu và khả năng tự học. Vì vậy, việc xác định mức độ sẵn sàng của HS giúp GV lựa chọn nội dung, thiết kế nhiệm vụ học tập phân tầng, điều chỉnh mức độ hỗ trợ và tổ chức phản hồi phù hợp, qua đó tạo điều kiện để mỗi HS phát huy tối đa tiềm năng học tập của mình (Tomlinson, 2017; OECD, 2006).

Trên cơ sở quan điểm lấy người học làm trung tâm và tôn trọng sự khác biệt cá nhân, dạy học theo hướng cá nhân hóa được thể hiện qua một số đặc điểm cốt lõi sau đây (OECD, 2006; Tomlinson, 2017; Zhang và cộng sự, 2020): (1) Lấy chẩn đoán học tập làm cơ sở: Hoạt động dạy học được thiết kế dựa trên kết quả chẩn đoán mức độ sẵn sàng, nhu cầu học tập và hồ sơ năng lực của từng HS; (2) Nội dung và nhiệm vụ phân tầng, linh hoạt: Nội dung và nhiệm vụ học tập được thiết kế theo các mức độ yêu cầu và hỗ trợ khác nhau, bảo đảm sự đa dạng về lộ trình học tập nhưng vẫn hướng tới chuẩn đầu ra chung; (3) Nhịp độ và lộ trình học tập linh hoạt: HS được học theo nhịp độ và lộ trình phù hợp với năng lực cá nhân, gắn với các cơ chế học bù, học lại hoặc tăng tốc khi cần thiết; (4) Đa dạng phương pháp và hình thức tổ chức dạy học: Quá trình dạy học kết hợp linh hoạt nhiều phương pháp và hình thức tổ chức nhằm đáp ứng sự khác biệt trong phong cách và phương pháp học tập của HS; (5) Hỗ trợ sự phạm cá biệt, có chiến lược: GV cung cấp sự hỗ trợ phù hợp cho từng đối tượng HS và điều chỉnh, giảm dần mức độ hỗ trợ khi HS từng bước làm chủ kiến thức và kỹ năng; (6) Đánh giá vì sự tiến bộ cá nhân: Hoạt động đánh giá tập trung vào quá trình học tập và sự tiến bộ của từng HS, đi kèm với phản hồi kịp thời nhằm hỗ trợ điều chỉnh hoạt động học tập; (7) Tăng cường tính chủ động của HS: HS được trao quyền lựa chọn phù hợp trong nhiệm vụ và cách thức học tập, qua đó phát triển năng lực tự học và tự điều chỉnh; (8) Bảo đảm tính công bằng trong giáo dục: Tạo cơ hội cho mọi HS đạt được chuẩn tối thiểu, đồng thời phát huy tối đa tiềm năng toán học của mỗi cá nhân.

3.1.3. Dạy học môn Toán theo hướng cá nhân hóa nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Dạy học môn Toán theo hướng cá nhân hóa giữ vai trò quan trọng trong việc phát triển năng lực toán học của HS, bảo đảm đáp ứng chuẩn đầu ra của chương trình giáo dục phổ thông, nhấn mạnh vai trò chủ thể là HS, coi trọng các nhiệm vụ gắn với bối cảnh thực tiễn và hướng tới việc kiến tạo tri thức thông qua giải quyết vấn đề (Tomlinson, 2017). Thông qua việc chẩn đoán mức độ sẵn sàng, phân hóa nhiệm vụ học tập và điều chỉnh mức độ hỗ trợ, dạy học Toán theo hướng cá nhân hóa tạo điều kiện cho HS tham gia hiệu quả vào quá trình xây dựng, sử dụng và đánh giá mô hình toán học, qua đó góp phần phát triển năng lực MHHTH (Blum và Leiss, 2007; Niss và Blum, 2020; Geiger và cộng sự, 2022). Cụ thể, ở biểu hiện “Thiết lập được mô hình toán học”, GV có thể sử dụng câu hỏi gợi mở, phiếu học tập có cấu trúc; ở biểu hiện “Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập”, GV có thể hỗ trợ bằng khung biến số, giả thiết hoặc mô hình bán hoàn chỉnh; ở biểu hiện “Lí giải được tính đúng đắn của lời giải”, GV có thể phân hóa theo mức độ độc lập, yêu cầu giải thích và đánh giá tính hợp lí của kết quả. Như vậy, cá nhân hóa tác động trực tiếp vào từng biểu hiện của năng lực MHHTH thay vì chỉ hỗ trợ chung cho toàn bộ quá trình học tập (Krawitz và cộng sự, 2022).

3.2. Quy trình dạy học giải bài toán thực tiễn theo hướng cá nhân hóa nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông

Dựa trên chu trình MHHTH của Blum và Leiss (2007), đặc điểm của dạy học theo hướng cá nhân hóa, chúng tôi đề xuất quy trình dạy học giải BTĐT theo hướng cá nhân hóa gồm bốn bước: (1) Nhận diện vấn đề và chẩn đoán mức độ sẵn sàng của HS; (2) Xây dựng mô hình toán học thông qua các nhiệm vụ học tập phân hóa; (3) Giải quyết mô hình toán học với sự hỗ trợ được điều chỉnh phù hợp; (4) Diễn giải, đánh giá và phản hồi cá nhân hóa. Ở mỗi bước, yếu tố cá nhân hóa được triển khai theo ba thao tác sự phạm: chẩn đoán nhanh mức độ sẵn sàng và khó khăn của HS; phân tầng nhiệm vụ, câu hỏi gợi mở và mức độ hỗ trợ; phản hồi, điều chỉnh yêu cầu sản phẩm theo tiến bộ của từng HS/nhóm HS; đồng thời gắn với các biểu hiện của năng lực MHHTH, giúp HS vừa rèn luyện kỹ năng tính toán, vừa phát triển năng lực MHHTH. Trong quy trình này, GV căn cứ vào kết quả quan sát, phiếu học tập, câu trả lời và sản phẩm trung gian của HS để quyết định khi nào cần gợi ý, khi nào cần giảm dần hỗ trợ và khi nào giao nhiệm vụ mở rộng. Thiết kế này phù hợp với các khung nhiệm vụ mô hình hóa và định hướng cá nhân hóa hiện nay (Geiger và cộng sự, 2022; Zhang và cộng sự, 2020; Krawitz và cộng sự, 2025). Cụ thể các bước như sau:

Bước 1: Xác định được vấn đề và chẩn đoán mức độ sẵn sàng của HS. Mục tiêu của bước 1 là giúp HS nhận diện vấn đề thực tiễn, xác định dữ kiện và mục tiêu cần giải quyết; đồng thời giúp GV đánh giá mức độ hiểu bối cảnh, khả năng đọc hiểu dữ kiện và nhu cầu hỗ trợ của từng HS hoặc nhóm HS. GV đưa ra BTĐT và tổ chức cho HS quan sát, trao đổi theo cặp hoặc nhóm nhỏ để nhận diện vấn đề cần giải quyết. Trong quá trình dạy học, GV có thể sử dụng hệ thống câu hỏi gợi mở, được thiết kế theo các mức độ khác nhau nhằm đáp ứng sự đa dạng, mức độ sẵn sàng của người học. Đối với HS cần hỗ trợ, GV cung cấp tóm tắt dữ kiện hoặc các câu hỏi định hướng để giúp các em xác định thông

tin cần thiết. Đối với HS có khả năng thực hiện nhiệm vụ độc lập, GV khuyến khích các em tự phân tích tình huống và xác định mối quan hệ giữa các đại lượng liên quan. Đối với HS có mức độ sẵn sàng cao hơn, GV giao thêm các nhiệm vụ mở rộng như đề xuất giả định, xem xét các điều kiện khác nhau của bài toán hoặc đặt ra các câu hỏi mới từ BTTT.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học thông qua các nhiệm vụ học tập phân hóa. Mục tiêu của bước 2 là giúp HS thiết lập được mô hình toán học phù hợp với BTTT; phát triển khả năng lựa chọn biến số, tham số, giả thiết và mối quan hệ toán học theo mức độ tự lực khác nhau.

GV tổ chức các nhiệm vụ học tập được phân hóa theo mức độ hỗ trợ khác nhau, hướng dẫn HS lựa chọn biến số, xác lập giả thiết và xây dựng mô hình toán học. Tùy theo mức độ sẵn sàng của HS, GV có thể cung cấp gợi ý trực tiếp, câu hỏi định hướng hoặc các yêu cầu mở rộng nhằm khuyến khích HS xem xét tính hợp lý của các giả thiết, điều chỉnh mô hình, hoặc đề xuất các cách biểu diễn khác nhau cho cùng một tình huống thực tiễn.

Bước 3: Giải quyết mô hình toán học với sự hỗ trợ được điều chỉnh phù hợp. Mục tiêu của bước 3 là giúp HS vận dụng kiến thức và kỹ năng toán học để giải quyết mô hình đã xây dựng; phát triển khả năng lựa chọn phương pháp giải, thực hiện các phép tính toán và trình bày lập luận toán học theo nhịp độ học tập của cá nhân.

Trong quá trình giải quyết mô hình, GV theo dõi tiến độ thực hiện nhiệm vụ của HS, từ đó điều chỉnh mức độ hỗ trợ phù hợp. Đối với HS còn gặp khó khăn, GV gợi ý từng bước hoặc cung cấp công cụ hỗ trợ cần thiết. Đối với HS có khả năng thực hiện nhiệm vụ độc lập, GV khuyến khích các em lựa chọn và giải thích phương pháp giải. Đối với HS có mức độ sẵn sàng cao hơn, GV giao thêm các nhiệm vụ như so sánh các cách giải, kiểm chứng kết quả, đánh giá tính hiệu quả của phương pháp hoặc khái quát hóa mô hình trong những bối cảnh tương tự.

Bước 4: Diễn giải, đánh giá kết quả và phản hồi cá nhân hóa. Mục tiêu của bước 4 là giúp HS diễn giải kết quả toán học trong bối cảnh thực tiễn, đánh giá sự phù hợp của kết quả và điều chỉnh kết luận dựa trên các điều kiện thực tế.

GV tổ chức cho HS trình bày, trao đổi, nhận xét và hoàn thiện kết quả giải quyết vấn đề. Quá trình phản hồi tập trung vào sự tiến bộ của từng HS so với mức độ sẵn sàng ban đầu, đồng thời khuyến khích các em tự đánh giá và điều chỉnh cách tiếp cận của mình. Mức độ hỗ trợ của GV được giảm dần khi HS có khả năng tự diễn giải và bảo vệ kết quả; đối với HS có mức độ sẵn sàng cao hơn, GV khuyến khích đánh giá sâu hơn các giả thiết, giới hạn của mô hình và khả năng vận dụng kết quả trong các tình huống thực tiễn khác.

3.3. Minh họa giải bài toán thực tiễn chủ đề “Hàm số mũ” (Toán 11) theo hướng cá nhân hóa nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

BTTT: Dân số của một địa phương là 50.000 người vào năm 2020 và tăng trung bình 2% mỗi năm. Hỏi sau 10 năm, dân số của địa phương đó ước tính là bao nhiêu?

GV tổ chức cho HS giải BTTT trên theo quy trình đã đề xuất, gồm các bước sau:

Bước 1: Xác định được vấn đề và chẩn đoán mức độ sẵn sàng của HS.

Mục tiêu: Giúp HS xác định được các dữ kiện đã cho, đại lượng cần tìm và quy luật biến đổi của dân số theo thời gian. Do vậy, bước này có nhiều cơ hội giúp HS phát triển các biểu hiện BH1, BH2, BH3 của năng lực MHHTH. Đồng thời, GV thu thập thông tin ban đầu về mức độ hiểu tình huống, khả năng nhận diện dữ kiện và nhu cầu hỗ trợ của HS để có biện pháp tổ chức dạy học phù hợp.

Tổ chức hoạt động dạy học: GV đưa ra BTTT và tổ chức cho HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm nhỏ để phân tích tình huống, xác định các dữ kiện đã cho, đại lượng cần tìm và mối quan hệ giữa các đại lượng trong bài toán. Để thực hiện dạy học theo hướng cá nhân hóa, GV có thể sử dụng hệ thống câu hỏi gợi mở với mức độ hỗ trợ khác nhau. Đối với HS còn gặp khó khăn, GV hướng dẫn các em nhận diện các dữ kiện quan trọng như dân số ban đầu, tỉ lệ tăng dân số hằng năm và khoảng thời gian cần dự đoán. Đối với HS có khả năng thực hiện nhiệm vụ độc lập, GV khuyến khích giải thích ý nghĩa của việc dân số tăng 2% mỗi năm và nhận xét quy luật biến đổi của dân số theo thời gian. Đối với HS có mức độ sẵn sàng cao hơn, GV yêu cầu xem xét thêm các yếu tố thực tiễn có thể ảnh hưởng đến tốc độ tăng dân số hoặc đánh giá tính phù hợp của giả định tăng trưởng không đổi trong bài toán. Thông qua quá trình trao đổi, thảo luận và trả lời các câu hỏi định hướng, HS từng bước nhận diện được vấn đề thực tiễn, xác định dữ kiện và mục tiêu cần giải quyết, qua đó HS có cơ hội phát triển được các biểu hiện BH1, BH2, BH3 của năng lực MHHTH. Sản phẩm của bước này có thể được thể hiện dưới nhiều hình thức như bảng tóm tắt dữ kiện, sơ đồ biểu diễn mối quan hệ giữa các đại lượng hoặc phần trình bày ngắn về cách hiểu tình huống của HS.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học thông qua các nhiệm vụ học tập phân hóa.

Mục tiêu: Giúp HS thiết lập được công thức toán học mô tả sự tăng trưởng dân số theo thời gian. Bước này góp phần phát triển các biểu hiện của năng lực MHHTH như xác định biến số, tham số, thiết lập giả thiết và xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đại lượng. Đây là các biểu hiện (biểu hiện hành vi) BH1, BH2, BH3, BH4 của năng

lực MHHTH. Đồng thời, tạo điều kiện để HS tham gia xây dựng mô hình toán học với mức độ tự lực khác nhau thông qua các hình thức hỗ trợ phù hợp.

Tổ chức hoạt động dạy học: Từ dữ kiện “mỗi năm tăng 2%”, GV hướng dẫn HS nhận ra rằng dân số của năm sau được tính bằng dân số của năm trước nhân với $(1 + 0,02)$. Trên cơ sở đó, HS xây dựng mô hình tổng quát biểu diễn sự tăng trưởng dân số sau t năm là: $P(t) = P_0(1 + r)^t$. Thay các giá trị cụ thể của bài toán vào mô hình, HS thu được công thức $P(t) = 50000 \cdot (1,02)^t = 50000 \cdot (1,02)^t$.

Để đáp ứng sự khác biệt về mức độ sẵn sàng của HS, GV tổ chức các nhiệm vụ học tập với mức độ hỗ trợ khác nhau. Đối với HS cần hỗ trợ, GV có thể cung cấp mô hình bán hoàn chỉnh và yêu cầu xác định hoặc điền các tham số P_0 , (r) và (t) . Đối với HS có khả năng thực hiện nhiệm vụ độc lập, GV yêu cầu giải thích ý nghĩa của từng đại lượng trong công thức và mối liên hệ giữa chúng với BTTT. Đối với HS có mức độ sẵn sàng cao hơn, GV khuyến khích tự thiết lập mô hình từ các dữ kiện của bài toán, nêu rõ giả thiết về tỉ lệ tăng dân số không đổi và thảo luận về những trường hợp mà giả thiết này có thể không còn phù hợp. Thông qua các nhiệm vụ phân hóa, HS cùng hướng tới việc xây dựng mô hình toán học của bài toán nhưng với mức độ hỗ trợ khác nhau, phù hợp với mức độ sẵn sàng và nhu cầu học tập của từng em. Với sự hướng dẫn của GV, HS thiết lập được mô hình toán học, do vậy các em nhiều cơ hội phát triển được các biểu hiện BH1, BH2, BH3, BH4 của năng lực MHHTH.

Bước 3: Giải quyết mô hình toán học với sự hỗ trợ được điều chỉnh phù hợp.

Mục tiêu: Giúp HS vận dụng công thức hàm số mũ để tính dân số sau 10 năm. Bước này có nhiều cơ hội cho HS phát triển biểu hiện vận dụng kiến thức toán học phù hợp và thực hiện chính xác, logic các bước biến đổi, tính toán. Đây chính là các biểu hiện BH4, BH5, BH6 của năng lực MHHTH.

Tổ chức dạy học: GV hướng dẫn HS thay $t = 10$ vào mô hình toán học đã xây dựng và thu được: $P(t) = 50000 \cdot (1,02)^t = 50000 \cdot (1,02)^t$. Thực hiện tính lũy thừa: $(1,02)^{10} \approx 1,21899$, suy ra: $P(10) = 50000 \cdot 1,21899 \approx 60949,5$. Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được: $P(10) \approx 60\,950$ người. Yếu tố cá nhân hóa được thể hiện ở việc GV cho HS lựa chọn cách tính phù hợp: tính trực tiếp bằng máy tính cầm tay, lập bảng giá trị theo từng năm hoặc dùng bảng tính để kiểm chứng. HS gặp khó khăn được hỗ trợ theo từng thao tác tính lũy thừa và làm tròn; HS có mức độ sẵn sàng cao được yêu cầu so sánh kết quả mô hình tăng trưởng mũ với cách tăng đều 2% của dân số ban đầu. Qua đó, HS không chỉ tìm được kết quả mà còn biết lựa chọn phương pháp giải, kiểm tra kết quả và trình bày lời giải logic.

Bước 4: Diễn giải, đánh giá kết quả và phản hồi cá nhân hóa.

Mục tiêu: Giúp HS diễn giải kết quả toán học trong bối cảnh thực tiễn và đánh giá mức độ phù hợp của mô hình. Bước 4 có nhiều cơ hội phát triển cho HS khả năng diễn giải kết quả, đánh giá tính hợp lý của mô hình và đề xuất điều chỉnh khi cần thiết; đây chính là các biểu hiện BH5, BH6, BH7, BH8 của năng lực MHHTH.

Tổ chức dạy học: GV tổ chức cho HS trình bày kết quả theo nhóm, trao đổi, nhận xét và hoàn thiện lời giải. Câu hỏi phản hồi được cá nhân hóa theo ba mức: “Kết quả 60 950 người có nghĩa là gì?” dành cho HS cần hỗ trợ; Câu hỏi “Vì sao kết quả này hợp lý với dữ kiện tăng 2%/năm?” dành cho HS có khả năng thực hiện nhiệm vụ độc lập; Câu hỏi “Mô hình này còn hạn chế ở điểm nào và có thể điều chỉnh ra sao?” dành cho HS có mức độ sẵn sàng cao. Từ kết quả $P(10) \approx 60\,950$, GV hướng dẫn cho HS hiểu rõ rằng, sau 10 năm dân số của địa phương dự kiến tăng từ 50 000 người lên khoảng 60 950 người. Khi đó, mức tăng dân số trong 10 năm sẽ là: $60\,950 - 50\,000 = 10\,950$ người. HS đồng thời xem xét các giả thiết của mô hình, như tỉ lệ tăng dân số luôn giữ ở mức 2% mỗi năm, không xét đến tác động của di cư, dịch bệnh, thiên tai hoặc các biến động KT-XH khác.

Ở bước 4, HS có cơ hội diễn giải kết quả trong bối cảnh thực tiễn, đánh giá tính hợp lý, nhận biết giả thiết và giới hạn của mô hình. Nhờ phản hồi theo mức độ tiến bộ cá nhân, GV vừa hỗ trợ HS chưa đạt chuẩn tối thiểu, vừa tạo cơ hội cho HS phát triển các biểu hiện của năng lực MHHTH.

4. Kết luận và bình luận

Bài báo đã phân tích cơ sở lí luận về năng lực MHHTH và dạy học môn Toán theo hướng cá nhân hóa, đồng thời làm rõ mối quan hệ giữa hai lĩnh vực này trong bối cảnh đổi mới giáo dục phổ thông hiện nay. Trên cơ sở đó, bài báo đã đề xuất quy trình dạy học giải BTTT theo hướng cá nhân hóa gồm bốn bước: Xác định được vấn đề và chẩn đoán mức độ sẵn sàng của HS; Xây dựng mô hình toán học thông qua các nhiệm vụ học tập phân hóa; Giải quyết mô hình toán học với sự hỗ trợ được điều chỉnh phù hợp; Diễn giải, đánh giá kết quả và phản hồi cá nhân hóa. Quy trình được xây dựng gắn với các biểu hiện của năng lực MHHTH, đồng thời thể hiện rõ các yếu tố cá nhân hóa trong tổ chức hoạt động học tập cho HS. Việc minh họa quy trình thông qua BTTT thuộc chủ đề “Hàm số mũ” (Toán 11) cho thấy tính khả thi của quy trình trong việc hỗ trợ HS tham gia vào toàn bộ chu trình MHHTH, từ nhận diện vấn đề đến đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn. Tuy nhiên, quy trình được đề xuất chủ yếu được xây dựng trong bối cảnh dạy học

trực tiếp và chưa làm rõ vai trò của các công cụ công nghệ số trong việc hỗ trợ chẩn đoán mức độ sẵn sàng, theo dõi tiến trình học tập và cung cấp phản hồi cá nhân hóa cho HS. Do vậy, trong thời gian tới, cần nghiên cứu khả năng tích hợp các công cụ trí tuệ nhân tạo và phân tích dữ liệu học tập vào quy trình dạy học nhằm hỗ trợ GV chẩn đoán năng lực MHHTH của HS, đề xuất nhiệm vụ học tập phù hợp và cung cấp phản hồi cá nhân hóa theo thời gian thực. Điều này có thể góp phần nâng cao hiệu quả triển khai dạy học theo hướng cá nhân hóa trong thực tiễn nhà trường.

Tuyên bố vai trò các tác giả: Tăng Xuân Phú: *Viết và chỉnh sửa bản thảo.* Huỳnh Gia Bảo: *Lên ý tưởng và phương pháp nghiên cứu, viết và chỉnh sửa bản thảo.*

Tuyên bố về Gen AI và Quyền tác giả: Nhóm tác giả sử dụng ChatGPT để rà soát diễn đạt.

Tuyên bố về xung đột lợi ích: Nhóm tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.

Thông tin về tài trợ: Nghiên cứu không nhận tài trợ từ bên ngoài.

Tài liệu tham khảo

- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Sugarloaf." In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Horwood Publishing.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Cao Thị Hà, Nguyễn Xuân Dung (2023). Phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học Hàm số ở lớp 10 trung học phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 19(3), 21-27.
- Geiger, V., Galbraith, P., Niss, M., & Delzoppo, C. (2022). Developing a task design and implementation framework for fostering mathematical modelling competencies. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 313-336. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10039-y>
- Krawitz, J., Chang, Y.-P., Yang, K.-L., & Schukajlow, S. (2022). The role of reading comprehension in mathematical modelling: Improving the construction of a real-world model and interest in Germany and Taiwan. *Educational Studies in Mathematics*, 109(2), 337-359. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10058-9>
- Krawitz, J., Schukajlow, S., Yang, X., & Geiger, V. (2025). A systematic review of international perspectives on mathematical modelling: Modelling goals and task characteristics. *ZDM - Mathematics Education*, 57, 193-212. <https://doi.org/10.1007/s11858-025-01683-2>
- Lee, D., Huh, Y., Lin, C. Y., & Reigeluth, C. M. (2018). Technology functions for personalized learning in learner-centered schools. *Educational Technology Research and Development*, 66(5), 1269-1302. <https://doi.org/10.1007/s11423-018-9615-9>
- Mötteli, C., Grob, U., Pauli, C., Reusser, K., & Stebler, R. (2023). The influence of personalized learning on the development of learning enjoyment. *International Journal of Educational Research Open*, 5, 100271. <https://doi.org/10.1016/j.ijedro.2023.100271>
- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modelling*. Routledge.
- Nguyen, N. G., Pham, H. T., & Le, H. B. (2022). Developing mathematical modelling competence for students in Vietnam through teaching practical problems on the topic of exponential and logarithmic inequalities. *Vietnam Journal of Educational Sciences*, 18(1), 49-60.
- Nguyễn Dương Hoàng, Nguyễn Hiếu Nhi (2021). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề "Dãy số - cấp số cộng - cấp số nhân" (Đại số và Giải tích 11). *Tạp chí Giáo dục*, 512, 7-10. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/248>
- OECD (2006). *Personalising education*. OECD Publishing.
- Shemshack, A., & Spector, J. M. (2020). A systematic literature review of personalized learning terms. *Smart Learning Environments*, 7(1), 1-20. <https://doi.org/10.1186/s40561-020-00140-9>
- Tomlinson, C. A. (2017). *How to differentiate instruction in academically diverse classrooms* (3rd ed.). ASCD.
- Trần Thị Thu Hương (2022). Học tập cá nhân hóa: Các nhân tố cần thiết và lưu ý triển khai. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 18(02), 1-6.
- Zhang, L., Basham, J. D., & Yang, S. (2020). Understanding the implementation of personalized learning: A research synthesis. *Educational Research Review*, 31, 100339. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100339>