MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN TƯ DUY BIỆN CHỨNG CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHƯƠNG "GIỚI HẠN" (ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11)

Nguyễn Dương Hoàng[1], Nguyễn Thị Thanh Quyên[2,+]

[1]Trường Đại học Đồng Tháp;
[2]Trường THPT Phan Ngọc Tòng, huyện Ba Tri, tỉnh Bến Tre
+ Tác giả liên hệ ● Email: kqkq2004@gmail.com

Article history
Received: 22/7/2022
Accepted: 31/8/2022
Published: 20/10/2022

Keywords
Dialectical Thinking, Limits, Algebra and Calculus 11, students

ABSTRACT
Mathematical thinking is defined as a manifestation of dialectical thinking in the perception process with mathematical science or in the process of applying mathematics to other sciences such as engineering, economics, etc. Thus, developing dialectical thinking competency also means boosting mathematical thinking, improving the quality of Mathematics teaching and meeting the current educational innovation goals. This study identifies the characteristics of dialectical thinking and proposed some measures to promote dialectical thinking competency for students in teaching the chapter "Limits" (Algebra and Calculus 11). These measures would serve as the basis for further research on the process of developing dialectical thinking when teaching other contents in the Algebra and Calculus 11 program in particular and teaching Mathematics in high schools in general, contributing to the achievement of general education goals.

1. Mở đầu

Hiện nay, đổi mới giáo dục chuyển từ dạy học theo định hướng tiếp cận nội dung (dạy học tiếp cận trang bị kiến thức) sang dạy học tiếp cận năng lực (Bộ GD-ĐT, 2018a). Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã nêu rõ: *Hình thành và phát triển năng lực toán học, biểu hiện tập trung nhất của năng lực tính toán. Năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán, góp phần hình thành và phát triển năng lực chung cốt lõi* (Bộ GD-ĐT, 2018b). Tư duy toán học được hiểu là hình thức biểu hiện của tư duy biện chứng (TDBC) trong quá trình con người nhận thức khoa học toán học, hay trong quá trình áp dụng toán học vào các khoa học khác như kĩ thuật, kinh tế,… (Petrovsky, 1982). Như vậy, phát triển TDBC là góp phần phát triển tư duy toán học, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán và đáp ứng mục tiêu đổi mới giáo dục hiện nay.

Giới hạn là một chủ đề rất quan trọng trong chương trình môn Toán ở THPT, kiến thức về Giới hạn là nền tảng để xét tính liên tục, khả vi của hàm số và là cơ sở để học tiếp kiến thức môn Toán lớp 12. Mặt khác, nội dung chương Giới hạn rất đa dạng, phong phú và hoàn toàn mới đối với HS lớp 11, có nhiều thuật ngữ, khái niệm mới như: giới hạn, giới hạn hữu hạn, giới hạn trái, giới hạn phải,… Đồng thời, kiến thức giới hạn có mối liên hệ chặt chẽ từ nội bộ môn Toán đến thực tiễn cuộc sống nên có nhiều cơ hội phát triển TDBC cho HS. Bài báo này nêu các biểu hiện của TDBC của HS trong dạy học chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11), đồng thời đề xuất một số biện pháp phát triển TDBC cho HS trong dạy học nội dung này.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Tư duy, tư duy biện chứng

2.1.1. Tư duy

Có rất nhiều cách định nghĩa về tư duy. Theo Phạm Văn Hoàn (1969): Tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan. Theo Phạm Minh Hạc (1992): Tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan. Theo Đào Tam và Trần Trung (2010): Tư duy là sự khôi phục trong ý nghĩ của chủ thể về khách thể với mức độ đầy đủ hơn, toàn diện hơn so với các tư liệu cảm tính xuất hiện do tác động của khách thể. Theo Hoàng Phê (2008): Tư duy là giai đoạn cao của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như: biểu tượng, khái niệm, phán đoán và suy lí,… Theo Huỳnh Thị Tiến (2015): Tư duy là trình độ cao của quá trình nhận thức, là sự phản ánh khái quát, gián tiếp, tích cực và sáng tạo về thế giới. Theo Dương Hùng Vượng (2017): Tư duy là hoạt động của dạng vật chất sống có tổ chức cao, phức tạp; là hoạt động cơ bản, riêng biệt của con người. Tư duy của con người luôn diễn ra trong các hình thức nhất định và tuân theo các quy luật.

Những quan điểm trên cho thấy, tư duy thể hiện ở những khái niệm, phán đoán, suy luận. Trong bài báo này, chúng tôi đồng nhất với quan điểm của Hoàng Phê (2008): Tư duy là giai đoạn cao của quá trình nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra tính quy luật của sự vật bằng những hình thức như: biểu tượng, khái niệm, phán đoán và suy lí,… Các thao tác tư duy chủ yếu là: phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa.

2.1.2. Tư duy biện chứng

Theo Nguyễn Thanh Hưng (2009): TDBC là một phương thức tư duy, xem xét sự vật hiện tượng trong sự thống nhất và mâu thuẫn, trong sự vận động và phát triển, trong mối liên hệ và phụ thuộc với các sự vật khác. Theo Đỗ Thị Thu Hồng (2017): TDBC là một trong những biện pháp tối ưu của tư duy; là phương pháp tư duy linh hoạt, mềm dẻo; phản ánh các sự vật trong sự vận động, biến đổi, phát triển và tiêu vong; không chỉ thấy sự vật trong trạng thái tĩnh mà còn thấy sự vật trong trạng thái động.

Từ những quan điểm trên, TDBC có thể hiểu là xem xét sự vật, hiện tượng một cách toàn diện trong mối liên hệ phụ thuộc với các sự vật, hiện tượng khác, trong sự vận động phát triển không ngừng của chính bản thân sự vật, hiện tượng đó. Đối tượng của TDBC là những đối tượng vận động, biến đổi trong mối liên hệ, phụ thuộc lẫn nhau.

TDBC tuân theo các quy luật của logic biện chứng. Theo Nguyễn Thanh Hưng (2009), TDBC có các đặc trưng cơ bản là:

- *Tính khách quan*: Khi xem xét sự vật, phải xuất phát từ chính bản thân sự vật, không nên xem xét sự vật một cách chủ quan, gán ghép cho sự vật những thuộc tính mà nó không có.
- *Tính toàn diện*: Khi nhận xét sự vật, phải xem xét một cách đầy đủ với tất cả các tính chất phức tạp của nó. Do vậy, chủ thể cần nghiên cứu đối tượng trong tất cả các mặt, mối quan hệ (bên trong và bên ngoài), các mắt xích trung gian, trong tổng thể những mối quan hệ phong phú, phức tạp và đa dạng của nó với các sự vật khác. Tuân thủ nguyên tắc này sẽ tránh được những sai lầm khi xem xét bản chất của sự vật một cách chủ quan, phiến diện, một chiều.
- *Tính lịch sử*: Khi xem xét sự vật, phải nhận thức sự vật trong sự phát triển, sự tự vận động của nó. Cần xem xét sự vật ấy đã xuất hiện như thế nào trong lịch sử, đã trải qua những giai đoạn phát triển chủ yếu nào và hiện tượng đó ra sao? Tuân thủ nguyên tắc này, chủ thể sẽ tránh được những sai lầm của cách xem xét sự vật một cách "siêu hình", cứng nhắc, bảo thủ,...
- *Tính hai mặt*: Bất cứ sự vật nào cũng là một thể thống nhất của các mặt đối lập và luôn có sự mâu thuẫn giữa các mặt đối lập. Sự mâu thuẫn ấy chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển đối với các sự vật và hiện tượng.
- *Tính thay đổi:* Bất kì sự vật, hiện tượng nào cũng là sự thống nhất biện chứng giữa chất và lượng. Quy luật này rất phổ biến trong toán học, ta có thể thấy một cách rõ nét nhất ở các bài toán khảo sát hàm số, các phương trình chứa tham số,…

2.2. Những biểu hiện của tư duy biện chứng của học sinh trong dạy học nội dung chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11)

2.2.1. Những nội dung cơ bản của chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11)

Sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11 đã trình bày các nội dung cơ bản của chương "Giới hạn" gồm: (i) Giới hạn của dãy số, bao gồm 3 định nghĩa: giới hạn 0; giới hạn hữu hạn; giới hạn $n \to +\infty$; một số giới hạn đặc biệt; các định lí về giới hạn dãy; tổng cấp số nhân lùi vô hạn; (ii) Giới hạn của hàm số bao gồm 4 định nghĩa: giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm $x \to x_0$; giới hạn bên phải $x \to x_0^+$, giới hạn bên trái $x \to x_0^-$; giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực $x \to +\infty$, $x \to -\infty$; một số giới hạn đặc biệt; các định lí về giới hạn hàm, quy tắc tìm giới hạn của tích và thương của các hàm số; (iii) Hàm số liên tục, bao gồm 3 định nghĩa: hàm số liên tục tại điểm x_0; hàm số liên tục trên khoảng $(a;b)$; hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$;…

Nội dung chương "Giới hạn" liên quan nhiều đến những khái niệm mới, trừu tượng, trong sự liên hệ biến đổi của các kiến thức toán học.

2.2.2. Biểu hiện tư duy biện chứng của học sinh trong dạy học nội dung chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11)

Từ quan niệm, các đặc trưng của TDBC, nội dung của chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11), chúng tôi xác định một số biểu hiện TDBC của HS trong dạy học chương "Giới hạn" như sau:

- HS phát hiện nguồn gốc, nhận thấy mối liên hệ chặt chẽ, logic giữa các kiến thức của chương "Giới hạn", từ giới hạn dãy, đến giới hạn hàm, hàm số liên tục tại một điểm, liên tục trên một khoảng, liên tục trên một đoạn,… Biểu hiện này phản ánh tính lịch sử của TDBC: *Khi xem xét sự vật, phải nhận thức sự vật trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó;* tính khách quan của TDBC: *Khi xem xét sự vật, phải xem xét xuất phát từ chính bản thân sự vật.*

Ví dụ 1: Trong dạy học khái niệm giới hạn hàm số, HS phát hiện được khái niệm giới hạn hàm số được xây dựng dựa trên khái niệm dãy số. Do đó, muốn nắm vững khái niệm giới hạn hàm số, các em cần nắm vững khái niệm giới hạn của dãy số,…

- HS thực hiện lí giải, phân tích, xem xét đầy đủ các trường hợp xảy ra, các ứng dụng trong giải toán liên quan đến nội dung giới hạn. Biểu hiện này phản ánh tính toàn diện của TDBC: *Khi xem xét sự vật, phải xem xét đầy đủ với tất cả tính phức tạp của nó.*

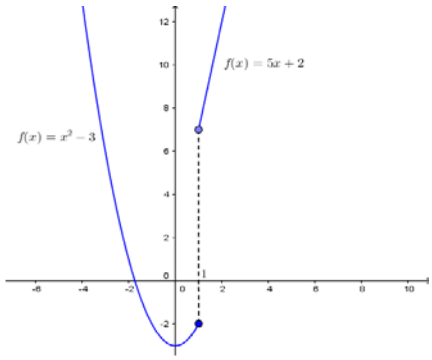
Ví dụ 2. Khi xét tính liên tục của hàm số $h(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2-2x}{x-1} & khi\ x\neq 1\\ 5 & khi\ x=1\end{cases}$, HS cần phân tích được: Hàm số $h(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. Để xét tính liên tục của hàm số $h(x)$, ta cần xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra, đặc biệt là tại giá trị $x=1$. Cụ thể, HS nhận thấy: Khi $x\neq 1$ thì $h(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}$, đây là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$; khi $x=1$ thì $h(1)=5$, $\lim\limits_{x\to 1}h(x)\neq h(1)$ nên hàm số $h(x)$ bị gián đoạn tại $x=1$. Do vậy, hàm số đã cho liên tục trên $(-\infty;1);(1;+\infty)$ và bị gián đoạn tại $x=1$.

- HS phát hiện sự thống nhất, mâu thuẫn trong các kiến thức liên quan đến nội dung chương Giới hạn. Biểu hiện này phản ánh tính hai mặt của TDBC: *Bất cứ sự vật nào cũng là một thể thống nhất của các mặt đối lập và luôn có sự mâu thuẫn giữa các mặt đối lập. Sự mâu thuẫn ấy chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển đối với sự vật và hiện tượng.*

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}5x+2 & khi\ x\geq 1\\ x^2-3 & khi\ x<1\end{cases}$.

Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ (nếu có).

HS nhận thấy sự mâu thuẫn: Khi x dần tới 1, $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)$ và $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$ tồn tại và $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$ thì tại sao $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ lại không tồn tại. Thông qua đồ thị (xem hình 1), mâu thuẫn được giải quyết, HS nhận ra rằng đồ thị hàm số f(x) là một đường không liền nét tại x = 1, hay hàm số bị gián đoạn tại *x* = 1.



Hình 1. Đồ thị hàm số $f(x)=\begin{cases}5x+2 & khi\ x\geq 1\\ x^2-3 & khi\ x<1.\end{cases}$

- HS nhận thấy những sự thay đổi kết quả, yêu cầu của bài toán nếu có sự thay đổi điều kiện, giả thiết của bài toán giới hạn, biết mở rộng khai thác bài toán. Biểu hiện này phản ánh tính thay đổi của TDBC: *Quy luật chuyển hóa từ sự thay đổi về lượng dẫn đến sự thay đổi về chất.*

Ví dụ 4. Khi giải bài tập: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{a^2x^2-2x+3}-ax\right)$ với $a\neq 0$, HS nhận thấy sự thay đổi kết quả của bài toán nếu giá trị của tham số a thay đổi. Cụ thể, $a>0$ bài toán trở thành dạng vô định $(\infty-\infty)$, ta giải bài toán bằng cách nhân chia lượng liên hợp $\left(\sqrt{a^2x^2-2x+3}+ax\right)$ và được kết quả bằng $-\dfrac{1}{a}$; $a<0$ bài toán không thuộc dạng giới hạn vô định nên ta giải bằng cách khai căn x^2, đặt *x* làm nhân tử chung và thu được kết quả bằng $+\infty$.

2.3. Một số biện pháp phát triển tư duy biện chứng cho học sinh trong dạy học chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11)

2.3.1. Hướng dẫn học sinh biết tìm mối liên hệ chặt chẽ và logic giữa các kiến thức chương "Giới hạn", kiến tạo kiến thức mới từ các kiến thức đã biết

- *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS thấy được nguồn gốc và mối liên hệ chặt chẽ của các kiến thức về giới hạn (giới hạn dãy số và giới hạn hàm số); biết cách xây dựng kiến thức mới trên nền tảng các kiến thức đã học.
- *Cách thức thực hiện biện pháp:* Để thực hiện biện pháp này, trước tiên GV cần tập luyện cho HS biết cách huy động các kiến thức có liên quan trước khi học kiến thức mới, hay giải bài toán mới về giới hạn. Sau đó, GV tổ chức, hướng dẫn cho HS hoạt động để khám phá, xây dựng kiến thức mới và vận dụng các kiến thức đó vào giải toán.

Ví dụ 5: Khi dạy học định nghĩa giới hạn hữu hạn của hàm số tại điểm x_0, GV có thể hướng dẫn HS đi đến định nghĩa thông qua các bước sau:

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}$, cho biến x là những giá trị khác 1 lập thành dãy số (x_n), $x_n \to 1$ như trong bảng sau:

Bảng 1. Các giá trị của hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}$

x	$x_1=2$	$x_2=\dfrac{3}{2}$	$x_3=\dfrac{4}{3}$	$x_4=\dfrac{5}{4}$	...	$x_n=\dfrac{n+1}{n}$	...	$\to 1$
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$	...	$f(x_n)$	...	$\to ?$

Khi đó, các giá trị tương ứng của hàm số $f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), ...$ cũng lập thành dãy số, kí hiệu là $(f(x_n))$.

a) Chứng minh rằng $f(x_n)=2x_n=\dfrac{2n+2}{n}$.

b) Tìm giới hạn của dãy số $(f(x_n))$.

Hướng dẫn:

- GV tổ chức cho HS huy động các kiến thức có liên quan thông qua các câu hỏi:

+ Hãy nhắc lại công thức sử dụng nghiệm của tam thức bậc 2 vào phân tích đa thức thành nhân tử? (câu trả lời mong đợi: $f(x)=ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ với $a\neq 0$; x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $f(x)=0$).

+ Hãy rút gọn hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}$? (câu trả lời mong đợi: $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}=\dfrac{2x(x-1)}{x-1}=2x$).

- GV hướng dẫn cho HS khám phá, xây dựng kiến thức mới thông qua các yêu cầu cụ thể sau:

+ Chứng minh rằng $f(x_n)=2x_n=\dfrac{2n+2}{n}$? (câu trả lời mong đợi: Ta có $f(x)=2x$ và $x_n=\dfrac{n+1}{n}$, ta suy ra $f(x_n)=2x_n=2.\dfrac{n+1}{n}=\dfrac{2n+2}{n}$).

+ Tìm giới hạn của dãy số $(f(x_n))$? (câu trả lời mong đợi: $\lim f(x_n)=\lim\dfrac{2n+2}{n}=\lim\dfrac{2+\frac{2}{n}}{1}=2$. Suy ra, với dãy số bất kì (x_n), $x_n\neq 1$ và $x_n\to 1$ ta có $f(x_n)\to 2$).

Với tính chất thể hiện trong ví dụ trên, ta nói hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2-2x}{x-1}$ có giới hạn là 2 khi x dần tới 1. Như vậy, giới hạn hàm số được định nghĩa dựa trên giới hạn dãy số. Từ đó, GV yêu cầu HS phát biểu định nghĩa giới hạn hữu hạn của hàm số tại điểm x_0.

Qua ví dụ này, HS sẽ nhận thấy rằng giới hạn dãy và giới hạn hàm có mối liên hệ mật thiết với nhau, giới hạn hàm số được xây dựng trên cơ sở giới hạn dãy số. Như vậy, HS có thể tiếp nhận kiến thức một cách tự nhiên hơn và khắc sâu kiến thức.

2.3.2. Tập luyện cho học sinh phát hiện, phân tích các kiến thức chương "Giới hạn" ở các góc độ khác nhau, nhận thấy những ứng dụng của giới hạn vào giải toán

- *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS có cách nhìn "toàn diện" về các đối tượng đang xét, phân tích vấn đề theo nhiều hướng khác nhau, có khả năng tìm ra nhiều lời giải khác nhau cho một bài toán. Đồng thời, biện pháp còn giúp HS nhận thấy các ứng dụng của giới hạn vào giải toán.

- *Cách thức thực hiện biện pháp:* GV hướng dẫn, tổ chức cho HS huy động kiến thức, sau đó tìm nhiều cách giải khác nhau cho cùng một bài toán; từ kiến thức giới hạn đã biết vận dụng vào giải các bài toán khác có liên quan.

***Ví dụ 6*:** Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases} x & khi\, x\ge 0 \\ 1-x & khi\, x<0 \end{cases}$. Chứng minh hàm số $f\left(x\right)$ không liên tục tại $x=0$.

- GV tổ chức, hướng dẫn HS huy động kiến thức thông qua các yêu cầu sau:

+ Nhắc lại định nghĩa hàm số liên tục tại x_0? (câu trả lời mong đợi: Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục tại x_0 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)=f\left(x_0\right)$.

+ Nhắc lại định lí về sự tồn tại của giới hạn hàm số tại điểm x_0? (câu trả lời mong đợi: $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)=L \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f\left(x\right)=L$).

+ Nêu phương pháp chứng minh hàm số không liên tục tại x_0? (câu trả lời mong đợi: Ta chứng minh giới hạn của hàm số f(x) khi $x\longrightarrow x_0$ không tồn tại bằng cách chỉ ra rằng $\lim\limits_{x\to x_0^+} f\left(x\right)\ne \lim\limits_{x\to x_0^-} f\left(x\right)$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)\ne f\left(x_0\right)$.

- GV tổ chức, hướng dẫn cho HS phân tích bài toán theo các góc độ khác nhau để tìm nhiều cách giải cho bài toán, vận dụng điều kiện $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)$ tồn tại để xét tính liên tục của hàm số tại điểm x_0 thông qua việc cho các em thực hiện các nhiệm vụ sau:

+ Nêu các cách tính $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right); \lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)$? (Câu trả lời mong đợi: Cách 1: Sử dụng giới hạn hàm số. Cách 2: Sử dụng giới hạn dãy số).

+ Hãy tìm $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)$? (câu trả lời mong đợi: $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+} x=0$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(1-x\right)=1$).

+ Nếu vận dụng điều kiện $\lim\limits_{x\to x_0} f\left(x\right)$ tồn tại để chứng minh hàm số liên tục tại x_0 thì bài toán trên có thể giải bằng 2 cách không?

Câu trả lời mong đợi: Có thể giải bài toán bằng 2 cách.

Cách 1: Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^+} x=0$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left(1-x\right)=1$. Do đó, $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)\ne \lim\limits_{x\to 0^-} f\left(x\right)$. Suy ra không tồn tại giới hạn của hàm số *f(x)* khi $x\longrightarrow x_0$.

Kết luận: Hàm số $f\left(x\right)$ không liên tục tại $x=0$.

Cách 2: Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$. Lấy dãy số $\left(x_n\right)$ với $x_n=\dfrac{1}{n}$ và dãy số $\left(y_n\right)$ với $y_n=-\dfrac{1}{n}$. Khi đó, $x_n\to 0$; $y_n\to 0$. Ta có: $\lim\limits_{n\to+\infty} f\left(x_n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} f\left(y_n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-y_n\right)=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)=1$.

Suy ra, $\lim_{n\to+\infty} f(x_n) \neq \lim_{n\to+\infty} f(y_n)$ hay không tồn tại giới hạn của hàm số f(x) khi $x \to x_0$.

Kết luận: Hàm số $f(x)$ không liên tục tại $x=0$.

Từ cách giải bài toán trên, HS sẽ nhận thấy được có nhiều cách để giải quyết vấn đề nếu chúng ta xem xét các vấn đề đó theo nhiều khía cạnh, góc độ khác nhau. Nghĩa là, khi xét tính liên tục của hàm số tại điểm x_0, ta cần vận dụng kiến thức về tìm giới hạn của hàm số tại điểm x_0. Mặt khác, để tìm giới hạn của hàm số tại x_0, ta có hai hướng giải: hướng thứ nhất là sử dụng các định lí về giới hạn hàm số; hướng thứ hai là tìm giới hạn của hàm số thông qua giới hạn dãy số. Từ ví dụ 6, HS biết vận dụng kiến thức của giới hạn vào xét tính liên tục của hàm số tại x_0.

2.3.3. Giúp học sinh nhận thấy sự mâu thuẫn và thống nhất của các kiến thức chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11)

- *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS biết nhận thấy sự mâu thuẫn và thống nhất giữa các kiến thức khi dạy học chương "Giới hạn", chúng có mối liên hệ, bổ trợ cho nhau.
- *Cách thức thực hiện biện pháp:* Trong dạy học chương Giới hạn, GV cần giúp HS phát hiện ra các mâu thuẫn và thống nhất từ các vấn đề toán học đang xét một cách chủ động, sáng tạo; đưa ra các nhiệm vụ học tập giúp HS giải quyết các mâu thuẫn đó để hiểu sâu sắc hơn bản chất của các đối tượng toán học.

Ví dụ 7: Khi dạy học tính giới hạn đặt biệt $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$, GV có thể hướng dẫn HS giải bài toán như sau:

- Giúp HS phát hiện ra mâu thuẫn thông qua hoạt động: Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$, hãy khảo sát giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ khi x là một số vô cùng lớn.

Khi đó, HS sẽ lập được bảng giá trị của $f(x)$ khi x là một số vô cùng lớn:

Bảng 2. Các giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$

x	1	2	5	10^2	10^5	10^8	10^{11}
$f(x)=\frac{1}{x}$	1	0,5	0,2	10^{-2}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-11}

Từ đó, GV đặt câu hỏi: "Các em có nhận xét gì về giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ khi x càng lớn?". Khi đó, HS dễ dàng nhận thấy: Khi x càng lớn thì giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ càng gần với 0 và khi $x\to+\infty$ thì giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ càng nhỏ và dần tiến tới 0.

- GV giúp HS giải quyết mâu thuẫn: Nếu $x\to+\infty$ càng lớn, giá trị của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ lại bằng 0? (HS thấy mâu thuẫn do với mọi giá trị của *x*, *f(x)* luôn khác 0). GV có thể hướng dẫn HS giải quyết mâu thuẫn bằng cách nhấn mạnh: Khi $x\to+\infty$ thì $f(x)\to 0$. Do vậy, người ta sử dụng cụm từ "giới hạn" để đưa ra kết quả này. Nghĩa là, giới hạn của $f(x)$ khi $x\to+\infty$ là 0 hay $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$.

Hơn nữa, GV có thể hướng dẫn cho HS nhận thấy rằng $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ là một trường hợp riêng của $\lim_{x\to+\infty}\frac{c}{x^k}=0$, với c,k là các hằng số và k nguyên dương.

3. Kết luận

Trong dạy học Toán, tư duy toán học là một trong các hình thức biểu hiện của TDBC. Vì vậy, để phát triển tư duy toán học cho HS, GV cần phải phát triển TDBC cho các em. Mặt khác, phát triển TDBC còn góp phần trang bị cho HS kiến thức về thế giới quan duy vật biện chứng để nhận thức hiện thực khách quan, hiểu sâu sắc bản chất của toán học. Do đó, phát triển TDBC cho HS cần được quan tâm đúng mức trong quá trình dạy học Toán. Bài báo đã trình bày các biểu hiện của TDBC trong dạy học nội dung chương "Giới hạn" (Đại số và Giải tích 11) và đưa ra 3 biện pháp phát triển TDBC dựa trên các biểu hiện TDBC của HS trong dạy học chương Giới hạn. Những biện pháp này là cơ sở để chúng tôi tiếp tục nghiên cứu về quá trình phát triển TDBC trong dạy học các nội dung khác trong chương trình Đại số và Giải tích 11 nói riêng và dạy học Toán ở THPT nói chung, góp phần thực hiện mục tiêu đổi mới giáo dục phổ thông.

Tài liệu tham khảo

Bộ GD-ĐT (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Bộ GD-ĐT (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Đào Tam (chủ biên), Trần Trung (2010). *Tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.

Đỗ Thị Thu Hồng (2017). Bồi dưỡng phương pháp tư duy biện chứng Hồ Chí Minh cho sinh viên Trường Đại học Thái Nguyên hiện nay. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 2 tháng 10*, 10-12.

Hoàng Phê (chủ biên, 2008). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.

Huỳnh Thị Tiến (2015). Nâng cao năng lực tư duy biện chứng cho sinh viên các trường cao đẳng Sư phạm qua việc giảng dạy học phần Thế giới quan và phương pháp luận triết học của chủ nghĩa Mác - Lênin. *Tạp chí Giáo dục, 359*, 54-57.

Nguyễn Thanh Hưng (2009). *Phát triển tư duy biện chứng của học sinh trong dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.

Petrovsky, A. V. (1982). *Tâm lí học lứa tuổi và tâm lí sư phạm (tập II)*. NXB Giáo dục.

Phạm Minh Hạc (1992). *Tâm lí học*. NXB Giáo dục.

Phạm Văn Hoàn (1969). *Rèn luyện trí thông minh qua môn Toán và phát triển bồi dưỡng học sinh có năng khiếu Toán ở cấp 1*. NXB Giáo dục.