

QUY TRÌNH DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “ỨNG DỤNG HÌNH HỌC CỦA TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG” (TOÁN 12) VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MANIM VÀ BRISK TEACHING

TEACHING PROCESS FOR THE TOPIC “APPLICATIONS OF GEOMETRY IN INTEGRATION TO CALCULATE
THE AREA OF PLANE FIGURES” (MATH 12) WITH THE SUPPORT OF MANIM AND BRISK TEACHING

Phạm Sỹ Nam^{1,+},
Ung Nguyễn Thanh Nguyễn²

¹Trường Đại học Sài Gòn;
²Lớp DTO1241, Trường Đại học Sài Gòn
+ Tác giả liên hệ • Email: psnam@sgu.edu.vn

Article history

Received: 04/4/2026

Accepted: 16/4/2026

Published: 05/5/2026

Keywords

Manim, Brisk Teaching,
integral, planar area, dynamic
visualization

ABSTRACT

In the context of current educational reforms in secondary schools, visualization tools and AI-generated platforms open up opportunities to enhance teaching effectiveness through vivid, interactive, and personalized learning experiences. This study proposes a teaching process for the topic “Applications of integral geometry to calculate the area of a plane figure” (Mathematics 12) with the support of Manim and the Brisk Teaching AI-generated platform, and illustrates this process through teaching the content “Calculating the area of a plane figure bounded by the graph of the function $y = f(x)$, the x-axis, and two lines $x = a$, $x = b$ ”. The process describes in detail the Manim scenario to support students in sequentially constructing knowledge; it also presents the design of interactive activities on Brisk Teaching (including: prediction questions, multiple-choice tests, short essays, practice exercises) along with an accompanying automatic assessment mechanism. The proposed teaching process is expected to improve students' conceptual visualization abilities and learning engagement. It can also be replicated and applied to other abstract topics in mathematics.

1. Mở đầu

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục toán học hiện nay, các nghiên cứu về trực quan hóa cho thấy, hoạt hình và hình ảnh động có tác động tích cực đến kết quả học tập (Rellensmann và cộng sự, 2024). Manim (Mathematical Animation Engine) là một thư viện mã nguồn mở bằng ngôn ngữ Python, ban đầu được phát triển bởi Grant Sanderson nhằm tạo ra các video hoạt hình, giải thích toán học một cách sinh động (Eertmans, 2023; Zhang, 2025). Manim nổi lên như một công cụ tạo ra các hoạt hình toán học chính xác, có kiểm soát chi tiết từng bước và được đánh giá cao trong việc làm rõ các khái niệm toán học (Niu và cộng sự, 2025; Rellensmann và cộng sự, 2024). Công cụ này giúp GV xây dựng hình ảnh trực quan sinh động cho các khái niệm trừu tượng và phức tạp, mang lại hiệu quả diễn đạt cao hơn so với đồ họa tĩnh truyền thống (Zhang, 2025). Bên cạnh đó, Brisk Teaching là một công cụ trí tuệ nhân tạo (GenAI) miễn phí, được tích hợp dưới dạng tiện ích mở rộng trên trình duyệt Google Chrome, hỗ trợ GV dễ dàng tạo ra các tài liệu động như câu hỏi trắc nghiệm, bài giảng và chatbot trợ giảng (Borović và cộng sự, 2025). Brisk Teaching cho phép GV nhanh chóng tạo tài liệu phân hóa, câu hỏi tương tác và đánh giá tự động, đồng thời được HS đánh giá cao về mức độ hứng thú (Borović và cộng sự, 2025). Khi HS trả lời sai câu hỏi hoặc nhấn nút “Tôi cần trợ giúp”, Brisk Teaching không đưa ra phản hồi giống nhau cho tất cả. Hệ thống phân tích câu trả lời sai và gửi gợi ý theo cấp độ.

Mặc dù Manim cung cấp các video minh họa trực quan, sống động, nhưng chỉ là công cụ trình chiếu một chiều. HS xem video thụ động, không có cơ hội thể hiện mức độ hiểu bài ngay tại thời điểm hình thành kiến thức. Mặt khác, Brisk Teaching với tính năng tạo tương tác và đánh giá tức thời thông qua việc chèn câu hỏi trực tiếp vào video, tự động ghi nhận phản hồi và tổng hợp tiến độ học tập của người học. Borović và cộng sự (2025) đã chỉ ra rằng, các câu hỏi được đặt đúng thời điểm trong mạch nội dung sẽ làm tăng đáng kể sự tập trung và khả năng ghi nhớ của HS. Như vậy, Manim và Brisk Teaching bổ trợ cho nhau: Manim tạo ra trực quan sinh động, Brisk Teaching biến trực quan động đó thành trải nghiệm tương tác có kiểm soát và có phản hồi. Tuy nhiên, chưa có những nghiên cứu về tích hợp Manim và Brisk Teaching trong dạy học một nội dung cụ thể môn Toán ở phổ thông, đặc biệt trong dạy học ứng

dụng tích phân tính diện tích hình phẳng trong chương trình Toán 12. “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” là một chủ đề có vai trò quan trọng ở THPT và khá trừu tượng, HS thường gặp khó khăn trong việc hình dung mối liên hệ giữa biểu thức tích phân và ý nghĩa hình học của diện tích, đặc biệt là khi phải xác định cận tích phân, lựa chọn hàm số phù hợp và thiết lập biểu thức tính diện tích trong những trường hợp phức tạp. Bài báo trình bày một số vấn đề về ứng dụng phần mềm Manim, Brisk Teaching trong dạy học, tiếp đó đề xuất một quy trình dạy học chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) với sự hỗ trợ của phần mềm Manim và Brisk Teaching; quy trình đề xuất được minh họa thông qua dạy học nội dung “Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ” thuộc chủ đề này.

2. Phương pháp nghiên cứu

Trong bài báo này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu dựa trên thiết kế của Brown (1992) và Collins (1992). Quy trình triển khai nghiên cứu gồm ba bước: (1) Phân tích tài liệu: Tổng hợp các nghiên cứu về dạy học ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng, vai trò của trực quan hóa động trong giáo dục toán học, các tính năng sư phạm của Manim và Brisk Teaching. Khung phân tích dựa trên ba trụ cột: Khó khăn trong dạy học khái niệm trừu tượng; Chức năng của công cụ tạo hoạt hình Manim; Tính năng tương tác và đánh giá tự động của Brisk Teaching; (2) Đề xuất quy trình dạy học: Dựa trên kết quả phân tích, chúng tôi đề xuất quy trình dạy học gồm 02 giai đoạn dựa trên các nguyên tắc nhận thức đa phương tiện của Mayer và Moreno (2002), nguyên lý thiết kế hoạt hình toán học của Ju và cộng sự (2024); (3) Minh họa quy trình qua dạy học nội dung “Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ” (Toán 12), trong đó Manim đóng vai trò tạo video minh họa và Brisk Teaching tạo môi trường tương tác, với các câu hỏi dự đoán, trắc nghiệm, tự luận ngắn.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Ứng dụng phần mềm Manim, Brisk Teaching trong dạy học

Manim (Mathematical Animation Engine) là một thư viện mã nguồn mở, chuyên tạo hoạt hình toán học với độ chính xác cao, cho phép biểu diễn các khái niệm trừu tượng dưới dạng hình ảnh động có tính sư phạm mạnh. Công cụ này hỗ trợ tích hợp nội dung toán học vào bài giảng theo dạng trực quan hóa tiến trình, giúp người học quan sát sự biến đổi của đối tượng toán học theo thời gian, thay vì tiếp cận tĩnh (Ertman, 2023; Schneider và cộng sự, 2025). Ngoài ra, Manim còn được sử dụng để chuyển hóa các nội dung toán học khó hình dung thành các biểu diễn trực quan dễ hiểu, qua đó nâng cao khả năng tiếp cận tri thức của người học (Samarth và cộng sự, 2025; Zhang, 2025). Trực quan hóa động là phương pháp sử dụng công nghệ để biểu diễn sự biến đổi của các đối tượng toán học theo thời gian hoặc tham số, qua đó giúp người học hiểu sâu bản chất khái niệm. Nhiều nghiên cứu đã chứng minh hiệu quả tích cực của trực quan hóa đối với kết quả học tập, nhất là trong toán học (Rellensmann và cộng sự, 2024). Công cụ Manim cho phép mô phỏng các quá trình biến thiên của đồ thị, kết hợp với nguyên lý học tập đa phương tiện, giúp giảm tải nhận thức và tăng cường hiểu biết (Mayer và Moreno, 2002), đồng thời các nghiên cứu gần đây cũng khẳng định hoạt hình toán học có thể cải thiện hiệu quả dạy học rõ rệt (Niu và cộng sự, 2025; Ju và cộng sự, 2024).

Brisk Teaching là công cụ ứng dụng trí tuệ nhân tạo nhằm hỗ trợ GV trong thiết kế, tổ chức và cá nhân hóa hoạt động dạy học với các chức năng như: tạo nội dung tự động, đề xuất phương pháp sư phạm và phân tích hành vi học tập (Borović và cộng sự, 2025). Trong giáo dục toán học, Brisk Teaching được xem là có tiềm năng chuyển đổi sâu sắc phương pháp dạy học thông qua việc thích ứng với nhu cầu cá nhân của người học và tối ưu hóa quá trình giảng dạy (Kanvaria và Srivastava, 2025). Khi kết hợp với các công cụ trực quan hóa như Manim, Brisk Teaching không chỉ hỗ trợ nội dung mà còn góp phần nâng cao chất lượng biểu diễn tri thức. Theo Mayer và Moreno (2002), việc sử dụng đa phương tiện và hoạt hình có thể cải thiện đáng kể khả năng học tập các khái niệm khó và trừu tượng, giúp người học được quan sát trực tiếp quá trình hình thành tri thức. Sự kết hợp giữa Manim và Brisk Teaching, cùng với phương pháp trực quan hóa động đã mở ra một hướng tiếp cận hiện đại trong dạy học môn Toán, trong đó Manim đảm nhiệm vai trò biểu diễn trực quan các khái niệm trừu tượng, còn Brisk Teaching hỗ trợ tối ưu hóa thiết kế và triển khai bài giảng bằng trí tuệ nhân tạo. Cách tiếp cận này không chỉ nâng cao hiệu quả dạy học mà còn phù hợp với xu thế tích hợp công nghệ và sư phạm trong giáo dục hiện đại.

3.2. Đề xuất quy trình dạy học chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) với sự hỗ trợ của Manim và Brisk Teaching

Quy trình dạy học tích hợp Manim và Brisk Teaching vào dạy học được chúng tôi xây dựng dựa trên ba nền tảng sau: (1) Trực quan hóa động có tác động tích cực đến quá trình học tập môn Toán, đặc biệt với những nội dung trừu tượng (Rellensmann và cộng sự, 2024). Do đó, bước phân tích nội dung khó trực quan nhằm xác định chính xác “điểm nghẽn” nhận thức khi hình thành công thức tính diện tích; (2) Kịch bản Manim tuân thủ nguyên tắc đa phương

tiện của Mayer và Moreno (2002) (gồm: trình tự, phân đoạn, giảm tải nhận thức) và khuyến nghị của Ju và cộng sự (2024) (đó là lấy công thức làm đối tượng hoạt hình chính, kiểm soát thứ tự xuất hiện); (3) Việc tích hợp câu hỏi tương tác vào Brisk Teaching nhằm làm tăng động lực và sự hài lòng của người học (Borovic và cộng sự, 2025); đồng thời hỗ trợ thiết kế phổ quát thông qua đa dạng hóa hình thức trình bày và đánh giá (Kanvaria và Srivastava, 2025). Các hoạt động đánh giá (gồm: câu hỏi dự đoán, trắc nghiệm, tự luận ngắn, phiếu phản hồi) được thiết kế dựa trên chính các tính năng này, đảm bảo vừa đo lường kết quả, vừa ghi nhận trải nghiệm của người học.

Dựa trên cơ sở khoa học trên, chúng tôi đề xuất quy trình dạy nội dung “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) với sự hỗ trợ của Manim và Brisk Teaching gồm 02 giai đoạn như sau:

Giai đoạn 1: Chuẩn bị.

Bước 1: Xác định mục tiêu dạy học của chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng”. Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, mục tiêu dạy học của chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) là giúp HS sử dụng được tích phân để tính diện tích của hình phẳng trong hai trường hợp: (1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$; (2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (Bộ GD-ĐT, 2018).

Bước 2: Phân tích nội dung khó trực quan. Trong bước này, dựa trên các kết quả nghiên cứu đã có hoặc kinh nghiệm dạy học của GV để xác định nội dung khó và trực quan đối với HS.

Bước 3: Xây dựng kịch bản Manim. Để thiết kế kịch bản Manim, chúng tôi xây dựng video dựa trên các nguyên tắc của Mayer và Moreno (2002), Ju và cộng sự (2024) (sử dụng công thức làm đối tượng hoạt hình chính, sắp xếp tuần tự, giảm tải nhận thức bằng cách tạo khoảng dừng giữa các cảnh).

Giai đoạn 2: Tiến trình dạy học. Trong giai đoạn này, GV sử dụng tính năng “Boost Student Activity” để chèn câu hỏi tương tác vào các thời điểm xem video, gồm: Câu hỏi trước video (dự đoán giao điểm); Câu hỏi trắc nghiệm và tự luận ngắn trong video; Bài tập thực hành sau video (upload ảnh bài giải qua Google Forms).

Tiến trình dạy học gồm các hoạt động sau: (1) Trải nghiệm: GV tổ chức cho HS được tham gia vào các tình huống học tập trải nghiệm, giúp các em tiếp cận vấn đề một cách trực quan thông qua các video sinh động được tạo bởi Manim và Brisk Teaching; (2) Hình thành kiến thức: HS hình thành công thức tính diện tích hình phẳng thông qua tích phân trong hai trường hợp; (3) Luyện tập: HS củng cố kiến thức thông qua các bài tập được hiển thị trên Brisk Boost, đồng thời các em cũng nhận được sự gợi ý trên phần mềm này khi cần hỗ trợ; (4) Vận dụng: HS vận dụng được kiến thức đã học vào giải quyết vấn đề toán học và thực tiễn.

3.3. Minh họa quy trình trong dạy học nội dung “Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ” (Toán 12) thuộc chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) với sự hỗ trợ của Manim và Brisk Teaching

Bước 1: Xác định mục tiêu dạy học của nội dung “Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ”: (1) Nhận biết hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$; (2) Xác định các đoạn mà đồ thị nằm trên hoặc dưới trục hoành; (3) Viết và tính được diện tích hình phẳng bằng công thức $\int_a^b |f(x)| dx$; (4) Giải thích được ý nghĩa của dấu giá trị tuyệt đối trong công thức tính diện tích.

Bước 2: Phân tích nội dung khó trực quan. Để hình thành công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, HS cần đồng thời xử lý ba mối quan hệ trừu tượng: (1) Dấu của $f(x)$ trên từng khoảng; (2) Giá trị đại số của tích phân xác định $\int_a^b |f(x)| dx$ (có thể âm); (3) Ý nghĩa hình học của diện tích (luôn dương). Sự chuyển đổi giữa các biểu diễn này khá trừu tượng đối với nhiều HS lớp 12 khi chỉ sử dụng hình vẽ tĩnh trên bảng hoặc sách giáo khoa. Các nghiên cứu về nhận thức trong giáo dục toán học chỉ ra rằng, những khái niệm liên quan đến tích phân thường tạo ra “điểm nghẽn” do xung đột giữa trực giác hình học và kết quả đại số (Rellensmann và cộng sự, 2024). Vì vậy, cần có một công cụ trực quan động cho phép tách riêng từng bước: Thể hiện rõ phần đồ thị nằm trên/dưới trục hoành, tô màu riêng từng miền và ghép nối công thức tương ứng với từng miền trước khi tổng hợp thành công thức có dấu giá trị tuyệt đối.

Bước 3: Xây dựng kịch bản Manim. Ở bước này, chúng tôi đã xây dựng các video sau:

Video 1 (không lời): Vẽ đồ thị $y = x^2 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 4]$, đánh dấu các giao điểm với trục hoành và tô màu ba miền (vàng, đỏ, xanh lá) nhằm kích thích lôi cuốn HS tham gia học tập.

Video 2 (có chú thích): Trình chiếu chậm, xuất hiện công thức tương ứng từng miền và tổng quát hóa. Kịch bản Manim: Phần mở đầu (0:00-0:10): Xuất hiện tiêu đề “Tính diện tích hình phẳng”.

Cảnh 1 (0:10-0:30): Vẽ hệ trục, đồ thị $y = f(x) = x^2 - 3x + 2$ (nét liền màu trắng). Xuất hiện các điểm cắt trục hoành tại $x = 1, x = 2$ (khoanh tròn). Kẻ các đường thẳng đứng $x = 0, x = 4$ (xem hình 1).

Cảnh 2 (0:30-1:00): Tương tự, tô màu vàng nhạt miền từ $x = 0$ đến $x = 1$ (phần trên trục). Xuất hiện công thức: $S_{H_1} = \int_0^1 f(x) dx$.

Cảnh 3 (1:00-1:40): Tương tự, tô màu đỏ cam miền từ $x = 1$ đến $x = 2$ (phần dưới trục). Đồng thời, hiện dòng chú thích: “ $f(x) < 0$ trên $(1; 2)$ nên $\int_1^2 f(x) dx < 0$ ”. Xuất hiện công thức: $S_{H_2} = -\int_1^2 f(x) dx$.

Cảnh 4 (1:40-2:10): Tô màu xanh lá miền từ $x = 2$ đến $x = 4$. Công thức: $S_{H_3} = \int_2^4 f(x) dx$.

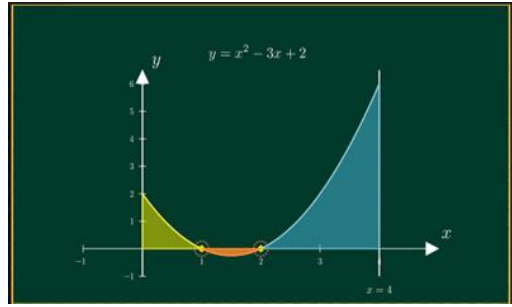
Cảnh 5 (2:10-2:40): Ghép ba miền lại, thu được công thức tính tổng (xem hình 2):

$$S_H = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_1^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = \int_0^4 |f(x)| dx$$

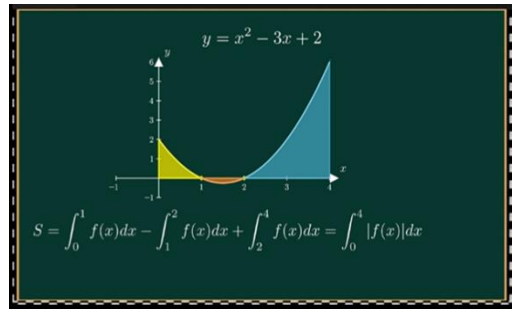
Cảnh 6 (2:40-3:00): Tổng quát hóa: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, trục hoành, $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Xuất hiện khung kết luận (xem hình 3).

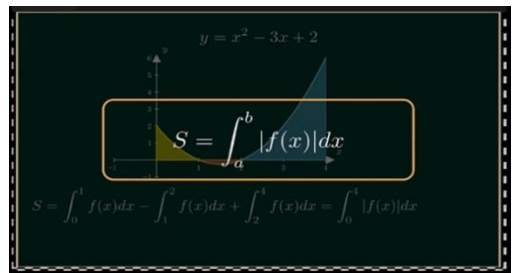
Giai đoạn 2: Tiến trình dạy học. Tiến trình dạy học gồm các hoạt động sau: Trải nghiệm, Hình thành kiến thức, Luyện tập và Vận dụng (xem bảng 1).



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Bảng 1. Các hoạt động dạy học

Thời gian	Hoạt động dạy học	Hoạt động của GV	Vai trò của Manim	Vai trò của Brisk Teaching	Tương tác hai chiều của HS
15'	Trải nghiệm: GV tổ chức cho HS tham gia vào các tình huống học tập trải nghiệm, giúp các em tiếp cận vấn đề một cách trực quan thông qua các video được tạo bởi Manim và Brisk Teaching	- Giới thiệu bài học: Làm thế nào tính diện tích hình phẳng của các hình có một cạnh là đường cong? - Yêu cầu HS đăng nhập vào Brisk Teaching, xem video 1 và trả lời câu hỏi: Đồ thị cắt trục hoành tại mấy điểm? Có mấy khoảng đồ thị nằm trên/dưới trục hoành?	Video 1 (không lời) kích thích quan sát, tạo nhu cầu khám phá	Hiện thị câu hỏi dự đoán số giao điểm, các khoảng đồ thị	HS quan sát video → trả lời trên Brisk Teaching → Kết quả hiển thị trên tài khoản của GV khi đăng nhập Brisk Teaching).
		- Cho HS xem video 2 (Manim có chú thích). - Dừng video ở các mốc: (1) Sau khi tô H_1 , GV đặt câu hỏi: Diện tích H_1 bằng tích phân nào?; (2) Sau khi tô H_2 , GV	Video 2 trình chiếu chậm, tô màu từng miền, xuất hiện công thức tương ứng	Dừng video tự động tại 3 mốc quan trọng, hiển thị câu hỏi tương tác	HS xem video → trả lời câu hỏi tại mỗi mốc → Brisk Teaching tổng hợp → GV nhận xét hoạt động của lớp và điều chỉnh phương án truyền

		đặt câu hỏi: Tại sao phải thêm dấu trừ ở công thức tính diện tích H_2 ? (3) Sau khi tô H_3 , GV đặt câu hỏi: Tổng diện tích ba miền là bao nhiêu?			đạt kiến thức (nếu cần).
5'	Hình thành kiến thức: Hình thành công thức tính diện tích hình phẳng thông qua tích phân	Khái quát công thức: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, khi đó diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b f(x) dx$.	Video được chiếu lại để HS có điểm tựa cho việc khái quát		HS dựa vào kết quả trải nghiệm để khái quát công thức.
15'	Luyện tập	- Giao nhiệm vụ: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 1$, trục hoành, $x = -1, x = 2$. - HS có thể nhận được hỗ trợ thông qua Brisk Boost (nếu HS cần hỗ trợ bằng lệnh: “Tôi cần trợ giúp” thì Brisk Teaching sẽ đưa ra gợi ý chứ không đưa ra ngay đáp án). - Gọi 2-3 HS đại diện trình bày kết quả. - Nhận xét, sửa lỗi.	Chiếu lại đoạn tổng quát hóa công thức cuối video	Hiện thị bài tập nhanh, thu thập câu trả lời (sử dụng Google Forms)	HS làm bài → Brisk Teaching thu thập thông tin hoạt động của HS → GV nhận thông tin về những khó khăn phổ biến để trao đổi chung. Kết quả hiện thị trên tài khoản của GV khi đăng nhập Brisk Teaching.
10'	Vận dụng	- Yêu cầu HS làm bài tập vận dụng vào thực tế: Bài tập: Trường THPT A muốn xây dựng một khuôn viên hoa hình cong phía trước công. Mép trên của khuôn viên được mô tả bởi đồ thị hàm số $f(x) = -x^2 + 9$, mép trái và phải của khuôn viên được giới hạn bởi hai đường thẳng đứng $x = -3$ và $x = 3$. Hãy tính diện tích khuôn viên này, biết đơn vị chiều dài theo trục là mét (m).		Hiện thị bài tập	HS giải bài tập

4. Kết luận và bình luận

Điểm mới của bài báo là đã đề xuất một quy trình dạy học tích hợp hai công cụ số Manim và Brisk Teaching vào dạy học chủ đề “Ứng dụng hình học của tích phân tính diện tích hình phẳng” (Toán 12) và minh họa quy trình này thông qua dạy học nội dung “Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ” thuộc chủ đề này. Không chỉ dừng lại ở việc tạo ra các video minh họa, quy trình còn được xây dựng có hệ thống từ khâu phân tích nội dung khó trực quan, thiết kế kịch bản gồm 6 cảnh theo các nguyên tắc nhận thức đa phương tiện (Mayer và Moreno, 2002) và nguyên lý hoạt hình toán học (Ju và cộng sự, 2024), đến tích hợp câu hỏi tương tác và đánh giá tự động trên Brisk Teaching. Điểm cốt lõi của kịch bản Manim là giúp HS quan sát được sự chuyển đổi từ hình ảnh trực quan (đồ thị, vùng tô màu) sang biểu thức giải tích (tích phân có dấu phù hợp), cuối cùng là công thức tổng quát có dấu giá trị tuyệt đối. Sự xuất hiện tuần tự của các công thức đã làm rõ nguyên nhân “vì sao” phải dùng trị tuyệt đối. Bên cạnh đó, Brisk Teaching cho phép GV chèn câu hỏi đúng vào thời điểm HS vừa xem xong một cảnh quan trọng, từ đó biến video thụ động thành trải nghiệm tương tác chủ động. Việc tự động ghi nhận câu trả lời và tiến độ cũng giúp GV kịp thời phát hiện những khó khăn của HS để có sự hỗ trợ kịp thời; giúp HS hứng thú học tập với những hình ảnh sinh động và hiểu rõ hơn các kiến thức được lĩnh hội.

Về đóng góp, bài báo cung cấp một mô hình kết hợp công cụ tạo hoạt hình chuyên dụng (Manim) và nền tảng AI sư phạm (Brisk Teaching) có thể mở rộng cho nhiều chủ đề trừu tượng khác trong toán học, chẳng hạn như thể tích vật thể tròn xoay, biến thiên hàm số, hình học không gian, hoặc xác suất thống kê. Khác với các nghiên cứu chỉ tập trung vào hiệu quả của từng công cụ riêng lẻ, chúng tôi đã chỉ ra cách phối hợp chúng trong một quy trình liên hoàn: Manim đảm nhiệm vai trò “trực quan hóa tri thức” với độ chính xác và kiểm soát cao, còn Brisk Teaching đảm nhiệm “tương tác hóa và cá nhân hóa quá trình học”. Sự kết hợp này giải quyết đồng thời hai khó khăn trong dạy học môn Toán: (1) HS không hình dung được quá trình biến đổi của khái niệm; (2) GV khó theo dõi mức độ hiểu bài của từng HS trong thời gian thực. Công cụ AI tạo sinh không thay thế vai trò của GV mà chỉ hỗ trợ tạo câu hỏi, thu thập dữ liệu, giúp GV dành nhiều thời gian cho các tương tác sư phạm có ý nghĩa. Tuy nhiên, hạn chế của bài báo là mới chỉ xây dựng quy trình nên chưa thể khẳng định hiệu quả cải thiện kết quả học tập của HS tốt hơn phương pháp dạy

học truyền thống đến mức nào. Hơn nữa, việc tạo kịch bản Manim đòi hỏi GV phải có kiến thức lập trình Python cơ bản, điều này có thể là rào cản đối với nhiều GV toán ở trường phổ thông. GV có thể phần nào giải quyết được khó khăn bằng việc đặt lệnh để AI viết code. Hi vọng rằng, với sự phát triển của trí tuệ nhân tạo và công nghệ hoạt hình, việc kết hợp “công cụ tính toán” và “công cụ trực quan” sẽ ngày càng trở thành xu hướng chủ đạo trong đổi mới phương pháp dạy học môn Toán hiện nay.

Tuyên bố về vai trò của các tác giả: Phạm Sỹ Nam: Lên ý tưởng, thiết kế kịch bản Manim, viết bản thảo; Ung Nguyễn Thanh Nguyên: thiết kế kịch bản Manim, tạo video Manim và tích hợp vào Brisk Teaching, viết bản thảo.

Tuyên bố về GenAI và Quyền tác giả: Trong quá trình chuẩn bị bản thảo này, các tác giả đã sử dụng ChatGPT để hỗ trợ hiệu chỉnh kịch bản Manim. Các tác giả chịu hoàn toàn trách nhiệm về nội dung khoa học của bài báo.

Tuyên bố về xung đột lợi ích: Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.

Thông tin tài trợ: Nghiên cứu này không nhận được tài trợ từ bên ngoài.

Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Borović, F., Kovačić, M., & Aleksić-Maslač, K. (2025). The use of the GenAI tool Brisk Teaching in the educational process and its impact on student motivation. In *Proceedings of the 2025 48th International Convention on Information, Communication and Electronic Technology (MIPRO)* (pp. 715-719). <https://doi.org/10.1109/mipro65660.2025.11131911>
- Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. *Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2
- Collins, A. (1992). Toward a Design Science of Education. In *New Directions in Educational Technology* (pp. 15-22). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-77750-9_2
- Eertmans, J. (2023). Manim Slides: A Python package for presenting Manim content anywhere. *Journal of Open Source Education*, 6(66), 206. <https://doi.org/10.21105/jose.00206>
- Kanvaria, V. K., & Srivastava, T. (2025). Artificial Intelligence tools in mathematics education: A theoretical inquiry into their transformative potential. *Thiagarajar College of Preceptors Edu Spectra*, 7(2), 29-37. <https://doi.org/10.34293/eduspectra.v7i2.05>
- Ju, S. G., Kim, E. C., & Ko, H. (2024). The relationship between adult learners' self-directed learning ability, social capital, learning participation, and satisfaction. *Journal of Learner-Centered Curriculum and Instruction*, 24(20), 215-229. <https://doi.org/10.22251/jlcci.2024.24.20.215>
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2002). Animation as an aid to multimedia learning. *Educational Psychology Review*, 14(1), 87-99. <https://doi.org/10.1023/a:1013184611077>
- Niu, Y., Wang, L., Wang, Y., & Wang, P. (2025). Study on improving the teaching effect of Mathematical Methods for Physics using Manim animation technology. *Journal of Contemporary Educational Research*, 9(10), 215-222. <https://doi.org/10.26689/jcer.v9i10.12674>
- Rellensmann, J., Strohmaier, A. R., & Schukajlow, S. (2024). Learning with visualizations helps: A meta-analysis of visualization interventions in mathematics education. *Educational Research Review*, 45, Article 100639. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2024.100639>
- Samarth, P., Jain, V., Golugula, S., & Sathvik, M. S. (2025). *Manimator: Transforming research papers and mathematical concepts into visual explanations*. Department of Computer Science and Engineering, PES University, Bengaluru, India.
- Schneider, F., Libbrecht, P., & Mas, V. (2025). *Creating animations for maths teaching: A praxis-oriented discussion paper about the use chatbots for the creation of mathematical animations with Manim*, *IU Discussion Papers - IT & Engineering*, No. 4 (Dezember 2025). IU Internationale Hochschule, Erfurt, <https://doi.org/10.56250/4092>
- Zhang, C. (2025). Manim for STEM education: Visualizing complex problems through animation. arXiv. <https://arxiv.org/abs/2510.01187>