

MỘT SỐ HƯỚNG NGHIÊN CỨU VỀ TƯ DUY XÁC SUẤT TRÊN THẾ GIỚI VÀ ĐỀ XUẤT ĐỐI VỚI VIỆT NAM

A REVIEW OF RESEARCH DIRECTIONS ON PROBABILISTIC THINKING WORLDWIDE AND IMPLICATIONS
FOR VIETNAM

Lê Tuấn Anh¹,
Nguyễn Văn Tiên^{2,3+},
Ngô Hoàng Long¹

¹Trường Đại học Sư phạm Hà Nội;
²Nghiên cứu sinh K45, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội;
³Đại học Trà Vinh
+ Tác giả liên hệ • Email: ngvtien@tvu.edu.vn

Article history

Received: 13/3/2026

Accepted: 31/3/2026

Published: 20/5/2026

Keywords

Probabilistic thinking,
mathematics education, high
school, statistics and
probability

ABSTRACT

Probabilistic thinking is a crucial component of mathematical competence, playing a central role in reasoning and handling uncertain situations. In mathematics education, the development of probabilistic thinking in students is increasingly emphasized. This study uses a systematic literature review to collect and analyze 34 representative studies on probabilistic thinking. The results show that studies on probabilistic thinking mainly involve three main approaches: cognitive-psychological approaches; building theoretical frameworks and structural models of probabilistic thinking; and approaching the study of probabilistic thinking through modeling and data. However, most existing studies focus on the primary and lower secondary levels, while studies at the upper secondary level are limited. The research results contribute to systematizing the main approaches, while also identifying gaps and proposing directions for developing probabilistic thinking in upper secondary students in the context of the current educational reforms in Vietnam.

1. Mở đầu

Trong xã hội hiện đại, con người thường xuyên phải đối mặt với các hiện tượng mang tính ngẫu nhiên và không chắc chắn. Những thông tin liên quan đến xác suất (XS) và rủi ro xuất hiện trong nhiều bối cảnh đời sống như dự báo thời tiết, y tế, tài chính và các lĩnh vực khoa học khác. Vì vậy, khả năng hiểu và diễn giải các thông tin liên quan đến XS được coi là một thành tố quan trọng của năng lực toán học và hiểu biết khoa học của công dân (Gal, 2005; Dooren, 2014). Điều này đặt ra yêu cầu GD-ĐT cần trang bị cho người học khả năng suy nghĩ và ra quyết định trong điều kiện bất định, trong đó tư duy xác suất (TDXS) giữ vai trò trung tâm.

Tuy nhiên, XS là một lĩnh vực có những đặc thù nhận thức riêng biệt so với các lĩnh vực khác của toán học. Nhiều nghiên cứu chỉ ra rằng, các hiện tượng XS thường mang tính phản trực giác, nghĩa là kết quả hoặc quy luật XS không phù hợp với suy nghĩ tự nhiên và kinh nghiệm thông thường của người học, từ đó dễ dẫn đến sai lầm trong lập luận (Batanero và Sanchez, 2005). Người học thường dựa vào kinh nghiệm chủ quan hoặc trực giác thay vì các nguyên tắc toán học khi tiếp cận với các tình huống ngẫu nhiên (Fischbein, 1975). Điều này cho thấy, việc phát triển TDXS không thể chỉ dựa vào việc truyền thụ tri thức, mà cần được tiếp cận như một quá trình phát triển nhận thức phức hợp. Trong khoảng hai thập niên gần đây, nghiên cứu trong giáo dục toán học (GDTH) đã có sự chuyển dịch rõ rệt từ tiếp cận nội dung sang tiếp cận phát triển tư duy và năng lực của người học. Các nghiên cứu gần đây tiếp tục nhấn mạnh việc tích hợp mô hình hóa, dữ liệu và công nghệ, chú trọng đến cách người học lập luận và ra quyết định trong các tình huống bất định (Pratt và Kazak, 2018; Batanero và Álvarez-Arroyo, 2024). Tuy nhiên, phần lớn các nghiên cứu này được triển khai trong bối cảnh quốc tế và tập trung nhiều ở tiểu học và THCS, trong khi các nghiên cứu ở THPT đã xuất hiện, nhưng còn tương đối hạn chế và chưa đi sâu vào phân tích TDXS như một cấu trúc phát triển.

Trong bối cảnh giáo dục ở Việt Nam hiện nay, Chương trình giáo dục phổ thông 2018 được xây dựng theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực của HS, nhấn mạnh khả năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn (Bộ GD-ĐT, 2018). Tuy nhiên, thực tế dạy học môn Toán cho thấy, HS vẫn gặp nhiều khó khăn khi lí giải các hiện tượng ngẫu nhiên và vận dụng kiến thức XS trong các tình huống cụ thể, đặc biệt với những nội dung có tính trừu tượng cao; người học gặp trở ngại trong việc chuyển từ các phán đoán trực giác sang lập luận XS có cơ sở, dẫn đến sự không

tương thích giữa yêu cầu phát triển năng lực và biểu hiện thực tế của HS. Mặc dù đã có nhiều công trình nghiên cứu về dạy học phát triển tư duy của người học, song các nghiên cứu chuyên biệt về TDXS vẫn còn hạn chế. Phần lớn các nghiên cứu tập trung vào nội dung dạy học, phương pháp tư duy thống kê, trong khi TDXS chưa được phân tích như một cấu trúc gồm các thành phần và cấp độ phát triển rõ ràng.

Từ những vấn đề trên, nghiên cứu này nhằm tổng quan các công trình nghiên cứu về TDXS trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông, qua đó làm rõ các hướng tiếp cận chủ yếu, xác định khoảng trống nghiên cứu và đề xuất một số định hướng phát triển TDXS cho HS trong dạy học môn Toán ở trường THPT ở Việt Nam.

2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu này sử dụng phương pháp tổng quan tài liệu theo hướng hệ thống nhằm thu thập, sàng lọc và phân tích các tài liệu liên quan đến TDXS trong GDTH. Cách tiếp cận này cho phép nhận diện các hướng nghiên cứu chủ yếu, các cách tiếp cận lý thuyết cũng như khoảng trống nghiên cứu. Thời gian thu thập tài liệu được thực hiện trong giai đoạn từ tháng 9/2024 đến tháng 02/2026. Đối với tài liệu tiếng Anh, việc tra cứu chủ yếu được thực hiện trên Google Scholar, Scopus, Web of Science để lựa chọn các nghiên cứu có chất lượng học thuật. Đối với tài liệu tiếng Việt, việc tìm kiếm được thực hiện thông qua Google Scholar, các tạp chí khoa học giáo dục và nguồn luận án trong nước. Các từ khóa tìm kiếm được xây dựng xoay quanh thuật ngữ trung tâm “probabilistic thinking” (tiếng Anh) và “TDXS” (tiếng Việt). Bên cạnh đó, một số từ khóa liên quan như “probability teaching”, “teaching statistics and probability” được sử dụng nhằm mở rộng phạm vi tìm kiếm trong các nghiên cứu có liên quan trực tiếp.

Kết quả tìm kiếm ban đầu thu được 412 tài liệu. Quá trình sàng lọc được thực hiện qua ba bước: (1) Loại bỏ các tài liệu trùng lặp và không thuộc lĩnh vực GDTH (124 tài liệu bị loại, còn lại 288 tài liệu); (2) Đọc tiêu đề và tóm tắt để loại bỏ các nghiên cứu không liên quan trực tiếp đến TDXS (loại 165 tài liệu, còn lại 123 tài liệu); (3) Đọc toàn văn để lựa chọn các nghiên cứu đáp ứng tiêu chí phân tích (loại 89 tài liệu), từ đó lựa chọn 34 nghiên cứu tiêu biểu để đưa vào phân tích. Bên cạnh việc lựa chọn các nghiên cứu được công bố trong giai đoạn gần đây (từ năm 2015 đến năm 2025) nhằm phản ánh các xu hướng nghiên cứu hiện đại, chúng tôi kế thừa một số nghiên cứu trước năm 2015 như Fischbein (1975), Jones và cộng sự (1997, 1999), Tarr và Jones (1997), Watson (1997), Watson và Moritz (2003). Các nghiên cứu này được lựa chọn không dựa trên tiêu chí về thời gian công bố, mà dựa trên mức độ ảnh hưởng học thuật và vai trò trong việc hình thành các khung lý thuyết cốt lõi, hiện vẫn được sử dụng và phát triển trong các nghiên cứu gần đây. Do đó, việc kết hợp giữa các nghiên cứu nền tảng và nghiên cứu đương đại cho phép đảm bảo tính kế thừa lý thuyết và tính cập nhật.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Tư duy xác suất

3.1.1. Khái niệm “tư duy xác suất”

Theo Fischbein (1975), TDXS được đặc trưng bởi việc con người sử dụng trực giác về ngẫu nhiên để lý giải và đưa ra lập luận trong các tình huống XS, trong đó phân biệt hai loại trực giác: trực giác sơ cấp - được hình thành tự nhiên từ kinh nghiệm sống và trực giác thứ cấp - được hình thành thông qua giáo dục. Theo quan điểm này, TDXS là một quá trình nhận thức chịu sự chi phối của trực giác, chính sự không tương thích giữa trực giác và các nguyên tắc XS hình thức là nguyên nhân dẫn đến các sai lệch trong lập luận của người học. Johnson-Laird (1994) cho rằng, TDXS là quá trình con người xây dựng và thao tác trên các mô hình tinh thần (tức là cách người học hình dung và dự đoán các khả năng có thể xảy ra), từ đó đánh giá mức độ hợp lý của các kết luận. Theo cách tiếp cận này, TDXS được hiểu như một quá trình xử lý thông tin dựa trên các cấu trúc nhận thức, trong đó lập luận XS được thực hiện thông qua việc xem xét và so sánh các khả năng có thể xảy ra trong bối cảnh thực tiễn. Jones và cộng sự (1997, 1999) quan niệm TDXS là một hệ thống nhận thức, gồm nhiều thành phần nội dung như không gian mẫu, XS của sự kiện, so sánh XS và XS có điều kiện; đồng thời phát triển theo các cấp độ từ lập luận mang tính chủ quan đến lập luận định lượng có cơ sở toán học. Shodiqin và cộng sự (2021) coi TDXS là một quá trình nhận thức, trong đó cá nhân vận dụng trực giác, kiến thức XS và các chiến lược để phân tích và đưa ra quyết định trong các tình huống không chắc chắn. Từ các phân tích trên có thể thấy, sự phát triển của khái niệm TDXS phản ánh một quá trình dịch chuyển từ việc coi TDXS như một hoạt động mang tính trực giác cá nhân, sang lý giải nó như một quá trình nhận thức có cấu trúc (gắn với các thành phần nội dung và cấp độ phát triển).

Trên cơ sở kế thừa các quan điểm trên, theo chúng tôi có thể hiểu TDXS là một quá trình nhận thức có tính phát triển, trong đó người học nhận diện, biểu diễn, lý giải và đưa ra phán đoán, quyết định trong các tình huống có yếu tố không chắc chắn thông qua việc huy động trực giác, kinh nghiệm và kiến thức XS; quá trình này được biểu hiện thông qua các cấu trúc nội dung của XS và phát triển theo các cấp độ từ lập luận mang tính chủ quan đến lập luận

định lượng có cơ sở toán học, phản ánh sự chuyển biến từ các dạng lập luận dựa trên trực giác sang lập luận định lượng trong bối cảnh học tập cụ thể.

3.1.2. Biểu hiện của tư duy xác suất

Theo Jones và cộng sự (1997, 1999), TDXS của người học được biểu hiện thông qua các cấu trúc nội dung cơ bản như không gian mẫu, XS của sự kiện, so sánh XS và XS có điều kiện, tương ứng với các hoạt động nhận diện tình huống ngẫu nhiên, liệt kê và biểu diễn các khả năng, so sánh và đánh giá khả năng xảy ra, cũng như đưa ra phán đoán trong điều kiện bất định; đồng thời, các biểu hiện đó phát triển theo các mức độ từ lập luận mang tính chủ quan, trực giác đến lập luận định lượng có cơ sở toán học. Bổ sung cho cách tiếp cận cấu trúc, Watson (1997) nhấn mạnh, TDXS còn được biểu hiện qua khả năng hiểu, diễn giải và sử dụng thông tin XS trong các bối cảnh thực tiễn, đặc biệt là khả năng đưa ra quyết định và đánh giá thông tin trong các tình huống không chắc chắn. Dựa trên các nghiên cứu của Jones và cộng sự (1997, 1999), Watson (1997), theo chúng tôi, TDXS của người học có thể được nhận diện thông qua một số biểu hiện cơ bản sau: (1) Khả năng nhận diện và mô tả các tình huống có yếu tố ngẫu nhiên; (2) Xây dựng và sử dụng các biểu diễn (như sơ đồ, bảng) để mô tả các khả năng có thể xảy ra; (3) Thực hiện các lập luận nhằm so sánh và đánh giá khả năng xảy ra của các sự kiện; (4) Đưa ra các phán đoán, quyết định trong các tình huống không chắc chắn. Các biểu hiện này có thể xuất hiện ở các mức độ khác nhau, từ lập luận mang tính trực giác, chủ quan đến lập luận định lượng có cơ sở toán học, phù hợp với các nghiên cứu về cấu trúc và sự phát triển của TDXS trong GDTH.

3.2. Một số kết quả nghiên cứu

3.2.1. Những hướng nghiên cứu về tư duy xác suất trên thế giới

Các nghiên cứu về TDXS trong GDTH không hình thành như một hướng tiếp cận thống nhất, mà phát triển theo nhiều hướng nghiên cứu khác nhau, phản ánh các cách tiếp cận đối với bản chất và sự phát triển của TDXS. Trên cơ sở tổng hợp các nghiên cứu tiêu biểu, chúng tôi chia thành 03 hướng nghiên cứu chính, ba hướng nghiên cứu này không tách rời mà bổ sung cho nhau trong việc làm rõ bản chất, biểu hiện và sự phát triển của TDXS trong GDTH. Cụ thể:

3.2.1.1. Hướng nghiên cứu nhận thức - tâm lí học về sự hình thành và phát triển của tư duy xác suất

Các nghiên cứu thuộc hướng tiếp cận nhận thức - tâm lí học coi TDXS như một quá trình nhận thức phức hợp, được thể hiện thông qua các dạng lập luận XS của người học trong các tình huống không chắc chắn. Nghiên cứu của Fischbein (1975), Fischbein và cộng sự (1991) cho rằng, TDXS của người học chịu ảnh hưởng mạnh mẽ của các trực giác hình thành từ kinh nghiệm; người học thường đưa ra các phán đoán dựa trên trực giác, đặc biệt khi các khả năng có thể xảy ra của tình huống chưa được nhận diện rõ ràng. Từ đó khẳng định các sai lệch trong TDXS không chỉ do thiếu kiến thức toán học mà còn do sự chi phối của các trực giác không phù hợp, qua đó đặt nền tảng cho các nghiên cứu về thiên lệch và chướng ngại nhận thức trong lập luận XS.

Jones và cộng sự (1999) mô tả và phân tích sự phát triển của TDXS thông qua các cấu trúc của XS như không gian mẫu, XS của sự kiện, so sánh XS và XS có điều kiện, qua đó chỉ ra rằng người học chuyển dần từ lập luận mang tính chủ quan sang lập luận định lượng, tuy nhiên sự phát triển này không diễn ra đồng đều giữa các cấu trúc. Bổ sung cho cách tiếp cận này, các nghiên cứu gần đây tiếp tục làm rõ cơ chế nhận thức của TDXS thông qua vai trò của trực giác và kinh nghiệm. Nikiforidou (2018) tiếp cận TDXS như một năng lực nhận thức hình thành sớm thông qua trải nghiệm với các tình huống bất định, được thể hiện qua khả năng nhận diện, diễn giải và dự đoán các hiện tượng ngẫu nhiên. Kazak và Confrey (2007) tập trung vào khả năng mô tả và lí giải các hiện tượng ngẫu nhiên, chỉ ra rằng HS có thể hình thành các biểu diễn định tính nhưng gặp khó khăn khi chuyển sang lập luận định lượng. Hidayati và cộng sự (2021) phân tích các phản hồi của HS khi giải quyết các nhiệm vụ XS, qua đó cho thấy các phản hồi này phản ánh những mức độ lập luận khác nhau từ trực giác đến định lượng. Như vậy, TDXS được thể hiện thông qua các dạng lập luận XS với mức độ phát triển khác nhau, trong đó quá trình chuyển từ trực giác sang lập luận định lượng giữ vai trò trung tâm.

Supply và cộng sự (2023) phân tích TDXS thông qua các chiến lược suy luận trực giác khi người học dự đoán các chuỗi sự kiện ngẫu nhiên, cho thấy các phán đoán XS thường chịu ảnh hưởng của xu hướng nhận dạng mẫu và tìm kiếm quy luật trong các hiện tượng ngẫu nhiên. Các kết quả này phản ánh TDXS không chỉ dựa trên kiến thức hình thức mà còn chịu sự chi phối mạnh mẽ của cơ chế nhận thức trực giác. Bên cạnh đó, nhiều nghiên cứu nhấn mạnh các khó khăn nhận thức trong TDXS, đặc biệt liên quan đến việc ước lượng và so sánh XS - những biểu hiện quan trọng của lập luận XS. Dimitrijević và cộng sự (2024) cho rằng, người học có thể hiểu các tình huống XS đơn giản, nhưng gặp khó khăn khi xử lí các tình huống phức tạp hơn, qua đó phản ánh những hạn chế trong lập luận XS

của người học. Một số nghiên cứu ở cấp trung học cũng cho thấy, người học có thể sử dụng các lập luận mang tính trực giác hoặc chưa nhất quán khi xử lý các nội dung XS có tính định lượng cao (Martínez-Pérez và Sanchez, 2022; Prodromou, 2016), do vậy các khó khăn này tiếp tục tồn tại trong quá trình phát triển TDXS.

Tổng hợp các nghiên cứu theo hướng nhận thức - tâm lý học cho thấy, TDXS là một cấu trúc nhận thức được thể hiện thông qua các dạng lập luận XS khác nhau, trong đó trực giác, kinh nghiệm và kiến thức toán học cùng tham gia chi phối quá trình lý giải và ra quyết định của người học. Sự phát triển TDXS không diễn ra tuyến tính mà phụ thuộc vào bối cảnh học tập, chịu ảnh hưởng của các chứng ngại nhận thức. Đây là cơ sở quan trọng để chuyển sang các nghiên cứu xây dựng khung lý thuyết và mô hình cấu trúc TDXS.

3.2.1.2. *Hướng nghiên cứu xây dựng khung lý thuyết và mô hình cấu trúc tư duy xác suất*

Mooney và cộng sự (2014) cho rằng, các khung lý thuyết về TDXS thường tập trung vào việc mô tả sự phát triển của lập luận XS qua các mức độ nhận thức khác nhau, qua đó hình thành các mô hình phát triển có thể quan sát và đánh giá trong dạy học. Jones và cộng sự (1997, 1999) đã xây dựng một khung lý thuyết nhằm mô tả và dự đoán sự phát triển TDXS của người học. Điểm cốt lõi của khung lý thuyết này là việc mô hình hóa TDXS như một cấu trúc hai chiều, trong đó một chiều thể hiện các cấu trúc nội dung cơ bản của XS, bao gồm không gian mẫu, XS của sự kiện, so sánh XS và XS có điều kiện; chiều còn lại thể hiện các cấp độ phát triển của lập luận XS, từ mức chủ quan, chuyên tiếp, định lượng không chính thức đến định lượng số. Mỗi cấu trúc nội dung đều được đặc trưng bởi các mức độ phát triển riêng biệt, phản ánh sự chuyển biến từ các phán đoán mang tính trực giác, cá nhân sang dạng lập luận định lượng dựa trên tỉ lệ và số học. Cách tổ chức này cho phép mô tả TDXS không phải như một năng lực đơn nhất, mà là một hệ thống gồm nhiều thành phần, có thể phát triển không đồng đều.

Tarr và Jones (1997) đã xây dựng và kiểm định một mô hình cụ thể cho hai cấu trúc XS phức tạp là XS có điều kiện và tính độc lập. Kết quả cho thấy, TDXS của HS trong hai cấu trúc này vẫn được tổ chức theo 4 mức độ, từ chủ quan đến định lượng, đồng thời các mức độ này có xu hướng ổn định giữa các cấu trúc nội dung khác nhau. Điều này củng cố giả thuyết cốt lõi của Jones và cộng sự (1999) khi cho rằng, các mức độ TDXS phản ánh những dạng lập luận có tính cấu trúc, có thể được sử dụng như các mốc chuẩn để mô tả và dự đoán sự phát triển tư duy của người học. Một số nghiên cứu gần đây tiếp tục làm rõ các thành tố cấu trúc của TDXS trong mối liên hệ với các dạng lập luận toán học nền tảng. Chẳng hạn, Ricart và Estrada (2022) phân tích TDXS thông qua mối liên hệ giữa lập luận XS với lập luận tổ hợp và lập luận tỉ lệ, cho thấy khả năng xác định và so sánh XS của người học phụ thuộc chặt chẽ vào việc hiểu các cấu trúc tổ hợp và tỉ lệ giữa các khả năng; từ đó làm rõ các cấp độ TDXS không chỉ phản ánh sự phát triển của lập luận XS, mà còn gắn với sự phát triển của các dạng lập luận toán học liên quan.

Ở một hướng tiếp cận khác tập trung vào một nội dung cụ thể, Prodromou (2016) nghiên cứu sự phát triển lập luận XS của người học trong các tình huống XS có điều kiện, thông qua việc phân tích các chiến lược giải quyết nhiệm vụ. Nghiên cứu chỉ ra rằng, người học thường gặp khó khăn khi chuyển từ cách hiểu trực quan sang lập luận định lượng, đặc biệt trong việc xác định mối quan hệ giữa các biến cố. Ở hướng tinh chỉnh cấu trúc các mức độ, Taram và cộng sự (2019) đã đề xuất một mô hình gồm sáu cấp độ TDXS trên cơ sở phân tích thực nghiệm đối với người học. Cụ thể, bên cạnh 4 cấp độ đã được Jones và cộng sự (1999) xác định, nghiên cứu này bổ sung hai cấp độ trung gian là mức tiền chủ quan và mức định lượng chính quy nhằm phản ánh các trường hợp người học chưa thể hiện đầy đủ đặc trưng của các mức đã có hoặc nằm giữa hai mức liên tiếp. Việc bổ sung các cấp độ này cho thấy, sự phát triển TDXS không diễn ra theo các bước rời rạc mà mang tính liên tục, trong đó tồn tại những trạng thái chuyển tiếp ổn định giữa các mức độ lập luận. Tuy nhiên, về bản chất, mô hình của Taram và cộng sự (2019) chủ yếu làm rõ hơn tiến trình phát triển thông qua việc phân biệt chi tiết các biểu hiện trung gian của người học. Điều này góp phần tăng độ nhạy của khung lý thuyết trong việc nhận diện và phân loại mức độ TDXS trong các bối cảnh thực nghiệm cụ thể. Các nghiên cứu của Watson (1997), Watson và Moritz (2003) tiếp cận TDXS từ góc độ biểu hiện nhận thức của người học trong các bối cảnh thực tiễn. Theo đó, TDXS không được coi như một cấu trúc nội dung ổn định, mà được nhận diện thông qua cách người học sử dụng ngôn ngữ XS, lựa chọn chiến lược lập luận và thể hiện khả năng phân biệt khi diễn giải các tình huống gắn với đời sống. Các mức độ nhận thức được mô tả thông qua sự chuyển biến từ các phản hồi rời rạc, mang tính trực giác, đến các lập luận có sự liên kết và tích hợp giữa các yếu tố của tình huống.

Tổng hợp các nghiên cứu cho thấy, các khung lý thuyết hiện có đã cung cấp cơ sở quan trọng để mô tả cấu trúc và tiến trình phát triển của TDXS, đồng thời hỗ trợ hiệu quả cho việc chẩn đoán và định hướng dạy học. Các khung lý thuyết này tiếp cận TDXS từ các góc độ khác nhau, bao gồm hướng cấu trúc nội dung với các mức độ phát triển tương đối ổn định và phân tích biểu hiện nhận thức trong các bối cảnh thực tiễn cụ thể. Tuy nhiên, các nghiên cứu

chủ yếu được xây dựng và kiểm chứng trong dạy học ở tiểu học và THCS, ở các cấp mà kiến thức XS còn mang tính trực quan và chưa đòi hỏi mức độ trừu tượng cao. Ở THPT, khi nội dung XS trở nên định lượng hơn, việc vận dụng các khung hiện có còn gặp những hạn chế nhất định, nhất là trong việc phản ánh các dạng lập luận XS phức hợp và quá trình chuyển từ lập luận trực giác sang lập luận hình thức.

3.2.1.3. *Hướng tiếp cận nghiên cứu tư duy xác suất thông qua mô hình hóa và dữ liệu*

Khác với các hướng tiếp cận nhấn mạnh cấu trúc nội dung hoặc các cấp độ phát triển tương đối ổn định, hướng nghiên cứu này tiếp cận TDXS như một quá trình động, được hình thành và phát triển thông qua hoạt động, trải nghiệm và sự tương tác của người học với các tình huống ngẫu nhiên. Trong cách tiếp cận này, TDXS được nghiên cứu thông qua cách người học tham gia vào các hoạt động mô hình hóa các hiện tượng ngẫu nhiên, sử dụng dữ liệu để kiểm chứng và điều chỉnh các dự đoán. Nghiên cứu tổng quan của Pratt và Kazak (2018) cho rằng, các nghiên cứu về TDXS tập trung vào việc thiết kế môi trường học tập, cho phép người học trải nghiệm các hiện tượng ngẫu nhiên thông qua mô phỏng, thí nghiệm và phân tích dữ liệu. Trong các môi trường này, người học không chỉ thực hiện các phép tính XS, mà còn tham gia vào quá trình dự đoán, kiểm chứng và điều chỉnh các nhận định của mình dựa trên dữ liệu thu được. Koparan (2019) nghiên cứu TDXS thông qua việc sử dụng mô phỏng trong dạy học XS, cho thấy người học có thể hình thành và điều chỉnh các dự đoán XS thông qua việc quan sát các kết quả lặp lại và phân tích dữ liệu thu được từ mô phỏng. Nghiên cứu đã làm rõ TDXS được phát triển thông qua sự chuyển đổi từ các phán đoán ban đầu, sang các lập luận dựa trên dữ liệu.

Sharma (2016) tiếp cận TDXS từ góc độ xã hội - văn hóa, trong đó TDXS được nghiên cứu thông qua cách người học sử dụng ngôn ngữ và kinh nghiệm để diễn giải các tình huống bất định trong đời sống; đồng thời TDXS được hình thành thông qua sự tương tác giữa người học với bối cảnh, thay vì chỉ dựa trên các thao tác tính toán. Ở góc độ trải nghiệm học tập, Nikiforidou và Jones (2023) phân tích TDXS thông qua các hoạt động thực hành và tương tác với môi trường, cho thấy người học hình thành các ý tưởng về XS thông qua việc tham gia vào các tình huống có yếu tố ngẫu nhiên, đồng thời điều chỉnh dần các dự đoán dựa trên kết quả quan sát. English (2023) đề cập việc người học tham gia vào các hoạt động dự đoán, thực nghiệm và biểu diễn dữ liệu trong các tình huống ngẫu nhiên. Kết quả cho thấy, người học có thể nhận diện tính ngẫu nhiên và biến thiên, đồng thời sử dụng các biểu diễn để lí giải và so sánh các khả năng xảy ra, qua đó hình thành các lập luận XS gắn với dữ liệu. Martínez-Pérez và Sanchez (2022) nghiên cứu TDXS thông qua các nhiệm vụ giải quyết vấn đề trong các bối cảnh không quen thuộc, HS ở THPT có xu hướng sử dụng các lập luận dựa trên tần suất và dự đoán khi xử lí các tình huống XS, đồng thời vận dụng linh hoạt các mô hình và dữ liệu để đưa ra quyết định.

Tổng hợp các nghiên cứu theo hướng này cho thấy, TDXS được hình thành thông qua sự tương tác giữa mô hình hóa, dữ liệu và lập luận trong các hoạt động học tập. Tuy nhiên, các nghiên cứu hiện nay chủ yếu tập trung vào việc thiết kế và đánh giá các môi trường học tập, trong khi việc làm rõ sự phát triển TDXS như một cấu trúc nhận thức có tiến trình và các mức độ phát triển vẫn còn hạn chế. Đặc biệt, ở THPT, các tình huống XS thường gắn với các mô hình phức hợp và yêu cầu lập luận hình thức cao hơn, vai trò của mô hình hóa và dữ liệu trong sự phát triển TDXS chưa được nghiên cứu một cách hệ thống. Trên cơ sở đó, cần tiếp tục nghiên cứu nhằm làm rõ mối quan hệ giữa thiết kế môi trường học tập, hoạt động mô hình hóa và sự phát triển TDXS của người học nhằm bổ sung cho các khung lí thuyết hiện có về cấu trúc và sự phát triển TDXS.

3.2.2. *Nghiên cứu về tư duy xác suất ở Việt Nam*

Trong bối cảnh Việt Nam, các nghiên cứu về TDXS của người học vẫn chưa được khảo sát và phân tích một cách hệ thống trong GDTH, mà mới chỉ tập trung vào phát triển suy luận thống kê và tư duy thống kê cho người học; đặc biệt, cho đến thời điểm hiện tại chưa có công trình nghiên cứu chuyên sâu tập trung khảo sát, mô tả và phân tích TDXS của HS. Hướng tiếp cận chủ yếu trong nghiên cứu ở Việt Nam là phát triển tư duy và suy luận thống kê thông qua dạy học thống kê và XS (Quách Thị Sen, 2020; Lê Thị Hoài Châu và Nguyễn Trường Sinh, 2022; Nguyễn Trường Sinh và Nguyễn Văn Hiếu, 2022; Hoàng Lê Minh, 2023; Huỳnh Trí Bình, 2025). Tuy nhiên, tiếp cận TDXS như một cấu trúc nhận thức độc lập của người học vẫn chưa được khảo sát và phân tích một cách hệ thống trong các nghiên cứu GDTH.

4. **Kết luận và bình luận**

Kết quả nghiên cứu của bài báo cho thấy, nghiên cứu về TDXS trên thế giới trong GDTH phát triển theo ba hướng chính: Nghiên cứu nhận thức - tâm lí học về sự hình thành và phát triển của TDXS; Xây dựng khung lí thuyết và mô hình cấu trúc TDXS; tư duy xác suất; Tiếp cận nghiên cứu tư duy xác suất thông qua mô hình hóa và dữ liệu. Các hướng nghiên cứu này bổ sung cho nhau trong việc lí giải và phát triển TDXS trong dạy học. Tuy nhiên, các

nghiên cứu hiện nay vẫn còn một số hạn chế: chủ yếu tập trung ở cấp tiểu học và THCS; các khung lý thuyết chưa phản ánh đầy đủ các dạng lập luận XS phức hợp ở cấp THPT; việc nghiên cứu TDXS như một cấu trúc có tiến trình phát triển chưa được làm rõ. Mặc dù nhiều nghiên cứu đã làm rõ bản chất, cấu trúc và biểu hiện của TDXS, số lượng các công trình đề xuất và kiểm chứng các biện pháp sư phạm cụ thể nhằm phát triển TDXS cho HS THPT vẫn còn hạn chế, hiện chưa có khung phát triển TDXS dành riêng cho HS THPT. Bên cạnh đó, trong bối cảnh chuyển đổi số, việc khai thác các công cụ công nghệ và trí tuệ nhân tạo như phương tiện hỗ trợ mô hình hóa và phân tích dữ liệu cũng là một hướng tiềm năng, cần được nghiên cứu thêm trong việc phát triển TDXS cho HS.

Trên cơ sở những khoảng trống nghiên cứu nêu trên, chúng tôi đề xuất một số định hướng cho các nghiên cứu tiếp theo về TDXS trong GDTH tại Việt Nam như sau: (1) Nghiên cứu vận dụng và điều chỉnh các khung phát triển TDXS hiện có trên thế giới vào bối cảnh HS THPT ở Việt Nam theo hướng phù hợp với đặc trưng nội dung và yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông 2018; (2) Khảo sát và phân tích biểu hiện TDXS của HS THPT trong dạy học Thống kê và XS nhằm làm rõ các dạng lập luận, chiến lược suy luận và những chướng ngại nhận thức trong quá trình chuyển từ trực giác sang lập luận định lượng; (3) Đề xuất và thực nghiệm các biện pháp sư phạm nhằm phát triển TDXS cho HS THPT, trên cơ sở tích hợp mô hình hóa và phân tích dữ liệu, đồng thời làm rõ vai trò của các tiếp cận này trong việc hình thành và phát triển TDXS như một cấu trúc nhận thức. Qua đó, góp phần xây dựng cơ sở lý luận và thực tiễn trong dạy học Thống kê và XS theo định hướng phát triển TDXS cho HS.

Tuyên bố về vai trò của các tác giả: Lê Tuấn Anh: Định hướng ý tưởng nghiên cứu, xây dựng khung tổng quan, chỉnh sửa bản thảo; Ngô Hoàng Long: Định hướng nghiên cứu, phân tích tài liệu, chỉnh sửa bản thảo; Nguyễn Văn Tiên: Tổng hợp tài liệu, xây dựng nội dung tổng quan, viết và chỉnh sửa bản thảo.

Tuyên bố về GenAI và Quyền tác giả: Tác giả đã sử dụng ChatGPT 5.3 cho mục đích soát lỗi chính tả, ngữ pháp.

Tuyên bố về xung đột lợi ích: Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.

Thông tin tài trợ: Nghiên cứu này không nhận được tài trợ từ bên ngoài.

Tài liệu tham khảo

- Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM - Mathematics Education*, 56, 5-17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- Batanero, C., & Sanchez, E. (2005). What is the nature of high school students' conceptions and misconceptions about probability? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for Teaching and Learning* (pp. 241-266). Springer.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Dimitrijević, S., Milenković, A., & Zdrahal, T. (2024). Intuitive understanding of probability in primary school students: A comparative study of coin toss problems in Serbia and the Czech Republic. *Journal of Educational Studies in Mathematics and Computer Science*, 1(1), 7-20.
- Dooren, W. V. (2014). Probabilistic thinking: Analyses from a psychological perspective. In E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: presenting plural perspectives* (pp. 123-126). Springer.
- English, L. D. (2023). Linking probabilistic and statistics in young students' reasoning with chance. *Statistics Education Research Journal*, 22(2).
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic Judgement in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In G.A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Springer.
- Hidayati, Y. M., Afifah, N., Nurhidayat, Fuadi, D., Apuanor, Wiguna A., & Waluyo, M. (2021). Probabilistic thinking based on probabilistic thinking responses to math problem solving. *Journal of Physics: Conference Series*, 1720.
- Hoàng Lê Minh (2023). *Xây dựng môi trường học tập nội dung Thống kê ở trường trung học phổ thông theo hướng rèn luyện kỹ năng suy luận Thống kê cho học sinh*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.
- Huỳnh Trí Bình (2025). *Phát triển suy luận và thái độ Thống kê cho sinh viên sư phạm toán qua dạy học Thống kê*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế.

- Johnson-Laird, P. N. (1994). Mental models and probabilistic thinking. *Cognition*, 50(1-3), 189-209. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(94\)90028-0](https://doi.org/10.1016/0010-0277(94)90028-0)
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 487-519.
- Kazak, S. & Confrey, J. (2007). Elementary school students' intuitive conceptions of random distribution. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 227-244.
- Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 6(2), 235-258.
- Lê Thị Hoài Châu, Nguyễn Trường Sinh (2022). Xây dựng thang đo các mức độ biểu hiện của tư duy thống kê trong dạy học thống kê ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 22(12), 25-29. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/454>
- Martínez-Pérez, S. A., & Sanchez, E. A. S. (2022). High school students' reasoning on the frequency approach of probability when facing a non-routine problem. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22, 631-644. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00232-3>
- Mooney, E. S., Langrall, C. W., & Hertel, J. T. (2014). A practical perspective on probabilistic thinking models and frameworks. In E. J. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: presenting plural perspectives* (pp. 495-507). Springer.
- Nikiforidou, Z. (2018). Probabilistic thinking and young children: Theory and pedagogy. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Papanastasiou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education* (pp. 21-34). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7_2
- Nikiforidou, Z., & Jones, J. (2023). Preschoolers' intuitive probabilistic thinking during outdoor play. *Statistics Education Research Journal*, 22(2). <https://doi.org/10.52041/serj.v22i2.444>
- Nguyễn Trường Sinh, Nguyễn Văn Hiếu (2022). Sự khác biệt giữa tư duy thống kê và tư duy toán học trong dạy học toán. *Tạp chí Khoa học Công nghệ và Thực phẩm*, 23(2), 118-126.
- Pratt, D., & Kazak, S. (2018). Research on uncertainty. In D. Ben-Zvi, K. Makar & J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 193-227). Springer.
- Prodromou, T. (2016). Secondary school students' reasoning about conditional probability, samples, and sampling procedures. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 106-125. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.243>
- Quách Thị Sen (2020). *Phát triển tư duy thống kê cho sinh viên đại học ngành được trong dạy học Toán - Thống kê y dược*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- Ricart, M., & Estrada, A. (2022). Combinatorial and proportional task: Looking for intuitive strategies in primary education. *Mathematics*, 10(8), 1340. <https://doi.org/10.3390/math10081340>
- Sharma, S. (2016). Probability from a socio-cultural perspective. *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 126-144.
- Shodiqin, A., Sukestiyarno, Y. L., Wardono, & Isnarto (2021). Probabilistic thinking profile of mathematics teacher candidates in problem solving based on self-regulated learning. *European Journal of Educational Research*, 10(3), 1199-1213. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.3.1199>
- Supply, A.-S., Wijns, N., Van Dooren, W., & Onghena, P. (2023). It is probably a pattern: Does spontaneous focusing on regularities in preschool predict reasoning about randomness four years later? *Educational Studies in Mathematics*, 112, 3-24. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10187-9>
- Taram, A., Sukestiyarno, Y. L., Rochmad, & Junaedi, I. (2019). Mentoring model based on the levelling of probabilistic thinking to develop problem solving ability. *Journal of Physics: Conference Series*, 1321. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1321/3/032101>
- Tarr, J. E., & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 39-59.
- Watson, J. M. (1997). Assessing statistical thinking using the media. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp.107-121). IOS Press.
- Watson, J. M., & Moritz, J. B. (2003). Fairness of dice: a longitudinal study of students' beliefs and strategies for making judgments. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(4), 270-304.