BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN THỰC TIỄN CHỦ ĐỀ "TÍCH PHÂN" (TOÁN 12)

DEVELOPING MATHEMATICAL MODELING SKILLS FOR STUDENTS THROUGH TEACHING PRACTICAL PROBLEM-SOLVING TOPIC "INTEGRAL" (MATH 12)

Nguyễn Ái Quốc[+], **Trần Liễu Đại Phúc**

Trường Đại học Sài Gòn

+ *Tác giả liên hệ ● Email: naquoc@sgu.edu.vn*

Article history
Received: 04/3/2026
Accepted: 16/4/2026
Published: 20/5/2026

Keywords
Mathematical modeling competency, integration, practical problems, Math 12

ABSTRACT

Mathematical modeling competency is one of the core competencies dictated in the 2018 General Education Mathematics Curriculum. In the 12th grade Mathematics curriculum, the topic of "Integration" offers many practical applications, which provides opportunities for students to cultivate and develop their mathematical modeling skills. However, teaching practice shows that students often struggle to connect real-world situations with mathematical representations. This study proposes a mathematical modeling process to organize the teaching of solving practical problems on the topic of "Integration" (12th grade Mathematics) to foster students' mathematical modeling competency. A pedagogical experiment was conducted with 39 12th-grade students at a high school in Ho Chi Minh City. The results showed that the majority of students fully participated in all stages of the mathematical modeling process, demonstrating the basic manifestations of mathematical modeling competency. Organizing the teaching of solving practical problems using the mathematical modeling process has contributed to fostering mathematical modeling competency for high school students.

1. Mở đầu

Năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) được xác định là một trong năm năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho HS phổ thông (Bộ GD-ĐT, 2018). Năng lực này thể hiện khả năng của người học trong việc nhận diện các vấn đề nảy sinh từ thực tiễn, chuyển đổi chúng thành các mô hình toán học, giải quyết vấn đề trong mô hình toán học được thiết lập và trở lại trả lời kết quả trong bối cảnh thực tiễn. Trong những năm gần đây, các nghiên cứu về năng lực MHHTH tại Việt Nam ngày càng phát triển với xu hướng chuyển từ nghiên cứu lí thuyết sang triển khai trong các bối cảnh dạy học cụ thể. Nguyễn Ái Quốc và Hồ Tô Như Ý (2024), Bùi Anh Kiệt và Trần Văn Quân (2024) đã vận dụng quy trình MHHTH vào dạy học các chủ đề toán học cụ thể trong dạy học "Vectơ", "Hệ thức lượng" và giải các bài toán thực tiễn (BTTT) ở cấp trung học. Trên thế giới, nhiều học giả đã tập trung làm rõ bản chất của năng lực MHHTH, các phương pháp sư phạm nhằm tổ chức hoạt động mô hình hóa trong lớp học. Højgaard (2021) đã phân tích sự khác biệt giữa năng lực MHHTH và năng lực giải quyết vấn đề toán học, trong khi Gurel (2023) nhấn mạnh vai trò hỗ trợ sư phạm của GV trong quá trình tổ chức hoạt động mô hình hóa.

Trong chương trình môn Toán ở THPT, "Tích phân" là một chủ đề quan trọng, có nhiều tiềm năng ứng dụng vào giải quyết các BTTT, điển hình như tính diện tích hình phẳng, thể tích các vật thể tròn xoay. Tuy nhiên, thực tiễn dạy học cho thấy, chủ đề "Tích phân" thường được triển khai chủ yếu theo hướng rèn luyện kĩ thuật tính toán, trong khi cơ hội để HS tham gia vào các hoạt động mô hình hóa còn hạn chế. Nhiều HS gặp khó khăn trong việc chuyển đổi giữa tình huống thực tiễn và biểu diễn toán học, cũng như diễn giải kết quả toán học trong bối cảnh thực tế (El Guenyari và cộng sự, 2024). Điều này cho thấy, cần có các bối cảnh dạy học được thiết kế phù hợp, nhằm tạo điều kiện cho HS tham gia vào các hoạt động MHHTH trong quá trình học tập. Một trong những hướng tiếp cận hiệu quả để bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS là tổ chức dạy học thông qua giải các BTTT, trong đó HS cần thực hiện quá trình chuyển đổi từ BTTT sang mô hình toán học, giải bài toán toán học trong mô hình toán học được thiết lập và đối chiếu kết quả với bối cảnh ban đầu. Xuất phát từ bối cảnh trên, bài báo thiết kế một quy trình MHHTH để tổ chức dạy học giải các BTTT chủ đề "Tích phân" (Toán 12), qua đó tạo cơ hội cho HS tham gia vào toàn bộ quy trình MHHTH và bồi dưỡng năng lực MHHTH. Bài báo tập trung trả lời hai câu hỏi nghiên cứu: (1) Có thể thiết kế quy trình MHHTH để tổ chức dạy học giải BTTT chủ đề "Tích phân" (Toán 12) như thế nào? (2) Quy trình đề xuất có khả thi trong thực tiễn dạy học và hỗ trợ HS bồi dưỡng các biểu của năng lực MHHTH hay không?

2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu được thực hiện theo phương pháp thiết kế - thực nghiệm sư phạm thăm dò (design-based exploratory study), thuộc hướng nghiên cứu định tính có kết hợp thống kê mô tả. Thiết kế này được lựa chọn nhằm xây dựng và kiểm chứng bước đầu tính khả thi của một quy trình MHHTH trong dạy học giải BTTT chủ đề "Tích phân" nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS, vì so sánh hiệu quả giữa các nhóm thực nghiệm và đối chứng. Thực nghiệm được tiến hành tại lớp 12A9 Trường THPT Trần Đại Nghĩa, TP. Tây Ninh vào tháng 01/2026 với 39 HS. Lớp được chia thành 13 nhóm, mỗi nhóm gồm 3 HS nhằm tạo điều kiện cho các em thảo luận và hợp tác trong quá trình giải quyết các nhiệm vụ học tập. Thời gian thực nghiệm được tổ chức trong một tiết học (45 phút), sau khi HS đã được học các nội dung "Nguyên hàm - Tích phân" và "Ứng dụng hình học của tích phân" theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018.

Dữ liệu nghiên cứu được thu thập từ nhiều nguồn nhằm tăng độ tin cậy của kết quả, bao gồm: quan sát lớp học; sản phẩm học tập của HS (phiếu học tập, lời giải của các nhóm và mô hình toán học được xây dựng); nội dung thảo luận giữa các thành viên trong nhóm; quá trình trình bày, trao đổi của HS trong thảo luận chung của lớp. Trong quá trình thực hiện, HS làm việc theo nhóm để phân tích BTTT, xây dựng mô hình toán học, giải bài toán toán học trong mô hình toán học được thiết lập và diễn giải kết quả trong bối cảnh thực tiễn. GV đóng vai trò tổ chức, định hướng thảo luận và hỗ trợ HS khi cần thiết. Dữ liệu thu thập được phân tích bằng phương pháp phân tích định tính, kết hợp với thống kê mô tả. Độ tin cậy và giá trị của nghiên cứu được đảm bảo thông qua việc sử dụng nhiều nguồn dữ liệu, mô tả rõ bối cảnh thực nghiệm và quy trình triển khai. Việc trình bày chi tiết các nhiệm vụ và quy trình dạy học gợi mở các nghiên cứu tiếp theo có thể vận dụng và kiểm chứng trong các bối cảnh lớp học tương tự.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Năng lực mô hình hóa toán học

Năng lực MHHTH đã được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm từ các góc độ khác nhau. Theo Maaß (2006), năng lực MHHTH được hiểu là khả năng thực hiện các bước của quá trình mô hình hóa nhằm giải quyết các vấn đề xuất phát từ thực tiễn bằng công cụ toán học. Theo Nguyễn Danh Nam (2016), năng lực MHHTH là sự sẵn sàng của một ai đó để thực hiện tất cả các phần của quy trình MHHTH trong một tình huống nhất định. Theo Nguyễn Thị Mỹ Hằng và cộng sự (2024), năng lực MHHTH là khả năng thực hiện được đầy đủ các bước của quy trình MHHTH trong một vấn đề, tình huống hoặc BTTT cho trước. Nhìn chung, các quan điểm trên đều coi năng lực MHHTH như khả năng thực hiện một chu trình chuyển đổi giữa vấn đề thực tiễn và biểu diễn toán học.

Trong nghiên cứu này, năng lực MHHTH được quan niệm là khả năng của HS trong việc thực hiện các giai đoạn của quy trình MHHTH khi giải quyết một bài toán xuất phát từ thực tiễn**.** Dựa trên yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực MHHTH của HS THPT gồm 03 biểu hiện tương ứng với yêu cầu cần đạt như sau: (1) Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số BTTT; (2) Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập; (3) Diễn giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được (Bộ GD-ĐT, 2018).

3.2. Đề xuất quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học giải bài toán thực tiễn chủ đề "Tích phân" (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh

Đã có nhiều nghiên cứu đề xuất quy trình MHHTH với số bước và mức độ chi tiết khác nhau. Blum và Leiß (2006) mô tả một quy trình MHHTH chi tiết, nhấn mạnh các trạng thái nhận thức trung gian như "mô hình tình huống", "mô hình thực" và "mô hình toán học". Trong khi đó, các quy trình tinh gọn hơn trong nghiên cứu của Swetz và Hartzler (1991), Coulange (1997) tập trung vào các bước hành động chính của người học khi giải quyết một tình huống thực tiễn bằng công cụ toán học. Mặc dù khác nhau về số bước và cách diễn đạt, các quy trình này đều có điểm chung là bao gồm 4 hoạt động cốt lõi: (1) Hiểu và cấu trúc hóa vấn đề thực tiễn; (2) Chuyển đổi tình huống thực tiễn sang mô hình toán học; (3) Xử lí bài toán toán học trong mô hình; (4) Diễn giải, đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, yêu cầu cần đạt của chủ đề "Tích phân" trong chương trình Toán 12 là: (1) Nhận biết được định nghĩa và tính chất của tích phân; (2) Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản; sử dụng tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng và thể tích của một số hình khối; vận dụng tích phân để giải các bài toán có liên quan đến thực tiễn (Bộ GD-ĐT, 2018). Khi giải các BTTT chủ đề "Tích phân" (Toán 12), quá trình MHHTH thường gắn với việc thiết lập hàm số mô tả hình dạng hoặc sự biến thiên của một đại lượng trong thực tiễn. Từ mô hình hàm số đó, HS xác định miền phẳng cần xét và chuyển BTTT thành bài toán tính tích phân.

Kế thừa quy trình MHHTH gồm 4 bước của Coulange (1997), dựa trên các biểu hiện năng lực MHHTH của HS THPT ở tiểu mục 3.1, chúng tôi đề xuất quy trình MHHTH trong dạy học giải các BTTT chủ đề "Tích phân" (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS gồm 4 bước sau:

Bước 1: Phân tích BTTT. HS đọc và phân tích BTTT, xác định yêu cầu của bài toán cũng như các dữ kiện liên quan. Các nhóm thảo luận để xác định những thông tin cần thiết, làm rõ nhiệm vụ cần giải quyết của BTTT. GV tổ chức cho HS trao đổi để thống nhất cách hiểu các dữ kiện và đại lượng liên quan.

Bước 2: Xây dựng bài toán toán học. Từ BTTT, HS tiến hành quá trình toán học hóa nhằm xây dựng mô hình toán học phù hợp. Hoạt động này có thể bao gồm việc biểu diễn hình học của đối tượng, lựa chọn biến số, xác định mối quan hệ giữa các đại lượng và thiết lập hàm số mô tả tình huống. Trên cơ sở đó, HS phát biểu bài toán toán học tương ứng, thường là bài toán tính tích phân liên quan đến diện tích hoặc thể tích.

Bước 3: Giải bài toán toán học. HS vận dụng các kiến thức về tích phân để giải bài toán toán học đã xây dựng ở bước 2. Các nhóm thiết lập công thức tích phân và thực hiện các phép tính cần thiết để tìm kết quả. Ở bước này, HS có thể đối chiếu và thảo luận giữa các nhóm để kiểm tra tính hợp lí của các bước lập luận và kết quả tính toán.

Bước 4: Diễn giải và đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn. Sau khi thu được kết quả của bài toán toán học, HS cần diễn giải ý nghĩa của kết quả đó trong bối cảnh thực tiễn ban đầu. Các nhóm thảo luận về tính hợp lí của kết quả, xem xét giả thiết và nhận diện những giới hạn của mô hình toán học đã xây dựng. Hoạt động này giúp HS liên hệ giữa kết quả toán học và ý nghĩa thực tiễn của bài toán.

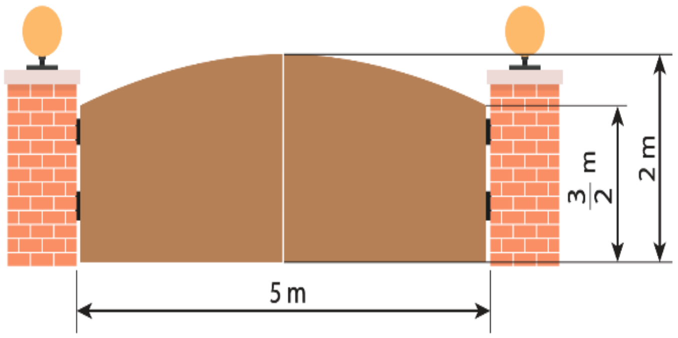
3.3. Thực nghiệm sư phạm việc vận dụng quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học giải các bài toán thực tiễn chủ đề "Tích phân" (Toán 12)

Chúng tôi đã triển khai thực nghiệm sư phạm quy trình MHHTH trong dạy học giải BTTT chủ đề "Tích phân" thông qua 02 bài toán cụ thể. Thực nghiệm nhằm kiểm tra tính khả thi của quy trình MHHTH đã đề xuất ở tiểu mục 3.2 và quan sát các biểu hiện ban đầu của năng lực MHHTH của HS THPT. Nội dung thực nghiệm bao gồm 02 BTTT sau:

Bài toán 1: Một nghệ nhân thiết kế một bình hoa có dạng hình tròn xoay quanh một trục thẳng đứng (xem hình 1). Chiều cao của bình là 50cm. Người thợ dùng thước dây mềm đo chu vi của bình tại một số độ cao khác nhau so với mặt đáy của bình, từ đó tính được bán kính mặt cắt hình tròn của bình tại các vị trí sau: Ở đáy bình: $r = 6$cm; Ở vị trí thân bình phình to nhất: Cách mặt đáy 25cm, $r = 8$cm; Ở cổ bình (chỗ thắt nhỏ nhất): Cách mặt đáy $40cm$, $r = 4$cm; Ở miệng bình: Cách mặt đáy 50cm, $r = 5$cm. Giả sử đường sinh của bình xác định bởi thiết diện qua trục đối xứng là một đường cong trơn và được mô tả bởi một hàm đa thức bậc ba**.** Hãy ước tính thể tích nước tối đa mà bình có thể chứa bằng cách sử dụng tích phân (xem hình 1).

Hình 1
(Nguồn: Tác giả)

Bài toán 2: Một cái cổng có kích thước như trong hình 2. Vòm cổng có hình dạng là một parabol. Bề rộng của cổng là 5m, đỉnh vòm cao 2m so với mặt đất. Phần cạnh bên thẳng đứng của mỗi cánh cổng có chiều cao 1,5m tính từ mặt đất đến vị trí bắt đầu của vòm parabol. Tính diện tích bề mặt hai cánh cửa cổng (Lê Thị Hoài Châu và cộng sự, 2024, tr 24).

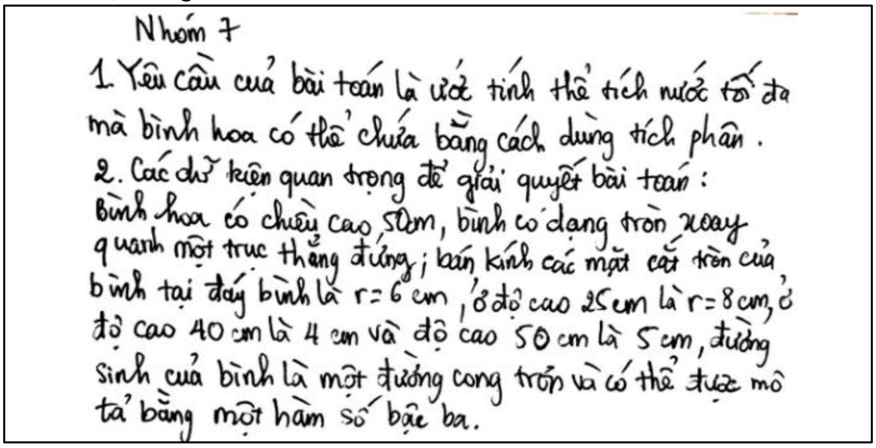


Hình 2

Để giải bài toán 1, GV gửi phiếu học tập số 1 chứa nội dung bài toán 1 cho các nhóm. Các nhóm tiến hành đọc và thảo luận để hiểu tình huống của bài toán 1 trước khi bắt đầu các hoạt động mô hình hóa. Quy trình giải bài toán 1 gồm các bước sau:

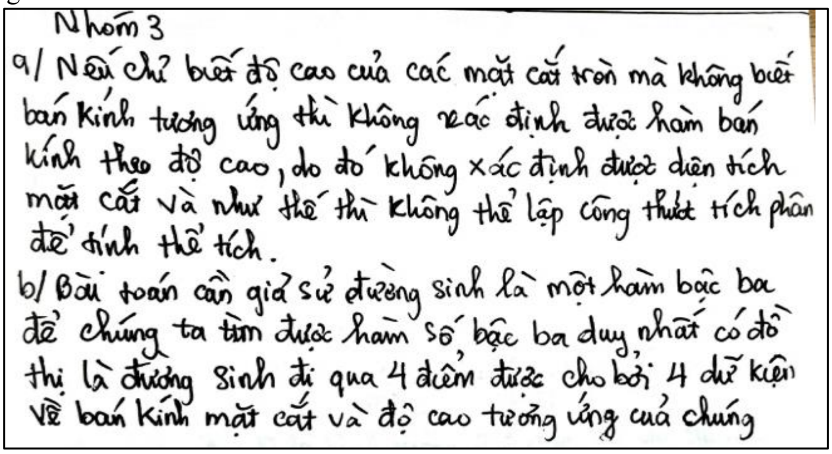
Bước 1: Phân tích BTTT. Ở bước 1, HS được yêu cầu đọc BTTT, xác định các dữ kiện quan trọng để giải bài toán. Sau đó, các nhóm tiến hành so sánh và thảo luận kết quả giữa các nhóm để đánh giá mức độ hợp lí của cách hiểu tình huống.

Kết quả thu được: 13/13 nhóm xác định đúng yêu cầu của bài toán là tính thể tích nước tối đa của bình hoa tròn xoay và nhận diện được các dữ kiện quan trọng, gồm các giá trị độ cao của mặt cắt so với mặt đáy, bán kính tương ứng của các mặt cắt và giả thiết đường sinh có dạng hàm bậc ba. Trong hình 3 là phần trả lời của nhóm 7 về yêu cầu của bài toán 1 và các dữ kiện trong đề bài.


Nhóm 7
1. Yêu cầu của bài toán là ước tính thể tích nước tối đa mà bình hoa có thể chứa bằng cách dùng tích phân.
2. Các dữ kiện quan trọng để giải quyết bài toán: Bình hoa có chiều cao 50cm, bình có dạng tròn xoay quanh một trục thẳng đứng; bán kính các mặt cắt tròn của bình tại đáy bình là r = 6 cm, ở độ cao 25cm là r = 8cm, ở độ cao 40 cm là 4 cm và độ cao 50 cm là 5 cm, đường sinh của bình là một đường cong trơn và có thể được mô tả bằng một hàm số bậc ba.

Hình 3. Phần trả lời của nhóm 7 sau khi phân tích bài toán

GV tiếp tục đặt thêm hai câu hỏi nhằm làm rõ mức độ hiểu sâu của HS: (1) Nếu chỉ biết độ cao của các mặt cắt tròn mà không biết bán kính tương ứng thì có tính được thể tích không, vì sao? (2) Vì sao bài toán cần cho dữ kiện đồ thị đường sinh là một hàm bậc ba? Đối với câu hỏi 1, 12/13 nhóm đưa ra lời giải thích đúng, nhóm còn lại chưa giải thích được mối liên hệ giữa bán kính và thể tích. Đối với câu hỏi 2, chỉ 5/13 nhóm trả lời chính xác; các nhóm còn lại chưa nhận ra vai trò của giả thiết hàm bậc ba trong việc xác định được hàm số bán kính. Sau khi trao đổi và đối chiếu giữa các nhóm, HS tiếp tục thảo luận để điều chỉnh và hoàn thiện câu trả lời của nhóm mình. Hình 4 minh họa câu trả lời đúng của nhóm 3.


Nhóm 3
a/ Nếu chỉ biết độ cao của các mặt cắt tròn mà không biết bán kính tương ứng thì không xác định được hàm bán kính theo độ cao, do đó không xác định được diện tích mặt cắt và như thế thì không thể lập công thức tích phân để tính thể tích.
b/ Bài toán cần giả sử đường sinh là một hàm bậc ba để chúng ta tìm được hàm số bậc ba duy nhất có đồ thị là đường sinh đi qua 4 điểm được cho bởi 4 dữ kiện về bán kính mặt cắt và độ cao tương ứng của chúng

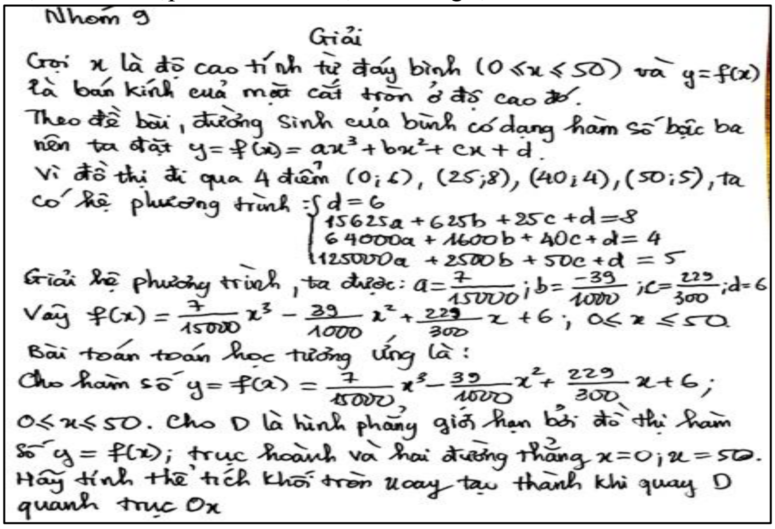
Hình 4. Phần trả lời đầy đủ của nhóm 3

Ở bước 1, HS bước đầu thể hiện được biểu hiện 1 là thiết lập mô hình toán học của năng lực MHHTH. Cụ thể, HS đã nhận diện được các đại lượng liên quan trong BTTT, xác định mối quan hệ giữa các đại lượng và hiểu được mục tiêu của BTTT cần giải quyết. Tuy nhiên, kết quả của câu hỏi 2 cho thấy, nhiều nhóm còn gặp khó khăn trong việc giải thích các giả thiết đã cho về dạng hàm số khi xây dựng mô hình toán học, điều này phản ánh việc chuyển từ dữ kiện thực tiễn sang mô hình toán học vẫn là một thách thức đối với HS.

Bước 2: Xây dựng bài toán toán học. Ở bước này, HS cần xác định hàm số có đồ thị là đường sinh của khối tròn xoay, với giả thiết hàm có dạng đa thức bậc ba với hệ số hữu tỉ, phát biểu bài toán toán học tương ứng từ BTTT ban đầu. HS làm việc theo nhóm để thiết lập phương trình của hàm số, xác định miền xác định và diễn đạt bài toán dưới dạng thuần túy toán học.

Kết quả mong đợi: HS xây dựng được bài toán toán học: Cho hàm số $f(x) = \frac{7}{15000}x^3 - \frac{39}{1000}x^2 + \frac{229}{300}x + 6$, $0 \le x \le 50$. Gọi *D* là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 50$. Hãy tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay *D* xung quanh trục Ox.

Kết quả thu được: 9/13 nhóm xác định đúng hàm số mô tả đường sinh và miền xác định; 3 nhóm tìm được hàm số mô tả đường sinh nhưng chưa nêu miền xác định; nhóm còn lại xác định sai phương trình do sai sót trong quá trình tính toán hệ số. Tất cả các nhóm đều gọi *y* là hàm bán kính theo biến *x* là độ cao của các mặt cắt, có 9 nhóm diễn đạt gần chính xác yêu cầu tính thể tích của khối tròn xoay, trong khi 3 nhóm còn nhầm lẫn giữa yếu tố thực tiễn trong phát biểu, nhóm có phương trình sai cũng phát biểu sai bài toán toán học. GV mời nhóm 9 có lời giải chính xác lên trình bày trước lớp (xem hình 5). Phần lớn HS có thể thực hiện bước xây dựng bài toán toán học thông qua việc xây dựng hàm số mô tả đường sinh của vật thể và chuyển BTTT thành bài toán toán học. Các biểu hiện này phản ánh sự phát triển biểu hiện 1 là thiết lập mô hình toán học của năng lực MHHTH của HS.


Nhóm 9

Giải

Gọi x là độ cao tính từ đáy bình ($0 \le x \le 50$) và $y = f(x)$ là bán kính của mặt cắt tròn ở độ cao đó.

Theo đề bài, đường sinh của bình có dạng hàm số bậc ba nên ta đặt $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Vì đồ thị đi qua 4 điểm $(0;6)$, $(25;8)$, $(40;4)$, $(50;5)$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} d = 6 \\ 15625a + 625b + 25c + d = 8 \\ 64000a + 1600b + 40c + d = 4 \\ 125000a + 2500b + 50c + d = 5 \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $a = \frac{7}{15000}; b = \frac{-39}{1000}; c = \frac{229}{300}; d = 6$

Vậy $f(x) = \frac{7}{15000}x^3 - \frac{39}{1000}x^2 + \frac{229}{300}x + 6$; $0 \le x \le 50$

Bài toán toán học tương ứng là:

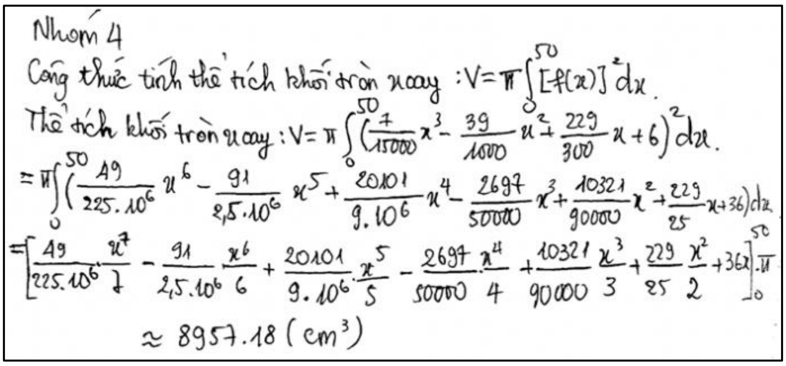
Cho hàm số $y = f(x) = \frac{7}{15000}x^3 - \frac{39}{1000}x^2 + \frac{229}{300}x + 6$; $0 \le x \le 50$. Cho D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 50$. Hãy tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox

Hình 5. Bài làm của nhóm 9

Bước 3: Giải bài toán toán học. Ở bước này, HS được yêu cầu thiết lập công thức tính thể tích khối tròn xoay dựa trên mô hình hàm bán kính đã được xây dựng.

Kết quả mong đợi: Công thức tính thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_0^{50} \left(\frac{7}{15000}x^3 - \frac{39}{1000}x^2 + \frac{229}{300}x + 6 \right)^2 dx$ (đơn vị của V là cm³). Tiếp đó, HS thực hiện tính tích phân để tìm giá trị thể tích và tính được $V \approx 8957.18\ (cm^3)$.

Kết quả thu được: 11/13 nhóm tính chính xác giá trị thể tích, trong khi 02 nhóm mắc sai sót do nhầm lẫn trong quá trình tìm nguyên hàm hoặc thực hiện phép tính số học. GV gọi nhóm 4 có lời giải chính xác trình bày trước lớp để cả lớp cùng đối chiếu và thảo luận kết quả (xem hình 6). Nhóm 4 đã tính thể tích của khối tròn xoay bằng cách khai triển biểu thức hàm số dưới dấu tích phân và nguyên hàm của hàm số lũy thừa. HS đã thể hiện biểu hiện 2 là giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập của năng lực MHHTH. Sau khi thiết lập được mô hình hàm bán kính, HS đã vận dụng kiến thức về tích phân để thiết lập công thức tính thể tích. Nhìn chung, HS đã hiểu được mối liên hệ giữa mô hình hàm số và công thức tính thể tích khối tròn xoay. Những sai sót còn lại chủ yếu xuất hiện ở bước thực hiện tính toán về mặt kĩ thuật, mà không phải ở việc hiểu bản chất của mô hình toán học.



Hình 6. Bài giải chính xác tính thể tích khối tròn xoay của nhóm 4

Bước 4: Diễn giải và đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn. Ở bước này, HS được yêu cầu diễn giải kết quả toán học trong bối cảnh thực tiễn. Các nhóm thảo luận về ý nghĩa của giá trị thể tích tìm được và kiểm tra lại kết quả xem có phù hợp với thực tiễn hay không.

Kết quả thu được: Tất cả 13 nhóm đều xác định được thể tích nước tối đa của bình hoa là khoảng 8957,18cm³. Trong đó, 08 nhóm chủ động chuyển đổi kết quả sang đơn vị lít (xấp xỉ 9 lít), trong khi các nhóm còn lại giữ nguyên đơn vị là cm³. Một số nhóm bước đầu nhận thấy, đây chỉ là giá trị ước tính do mô hình toán học có những giả thiết đơn giản hóa. HS đã thể hiện biểu hiện 3 là diễn giải được tính đúng đắn của lời giải của năng lực MHHTH. Việc chuyển đổi kết quả sang đơn vị lít và nhận thức rằng kết quả thu được chỉ là một giá trị ước lượng phản ánh HS bước đầu hiểu được mối liên hệ giữa kết quả toán học và ý nghĩa thực tiễn của bài toán 1. Thông qua các hoạt động phân tích BTTT, xây dựng bài toán toán học, giải bài toán toán học trong mô hình toán học đã thiết lập và diễn giải kết quả, HS có cơ hội bồi dưỡng được cả 3 biểu hiện của năng lực MHHTH. Như vậy, quy trình MHHTH được đề xuất đã giúp HS bồi dưỡng đầy đủ các biểu hiện của năng lực MHHTH.

Với bài toán 2, chúng tôi cũng vận dụng quy trình đã đề xuất ở tiểu mục 3.2 vào giải bài toán và thu được kết quả tương tự. Nhìn chung, phần lớn các nhóm đã hoàn thành đầy đủ 4 bước của quy trình MHHTH trong thời gian là một tiết học, từ phân tích BTTT đến xây dựng mô hình toán học, giải bài toán toán học đã được thiết lập và diễn giải kết quả trong bối cảnh thực tế. Các biểu hiện của năng lực MHHTH của HS đã được thể hiện thông qua việc xác định đúng yêu cầu của BTTT, thiết lập được bài toán toán học, vận dụng công cụ tích phân để giải quyết bài toán toán học và liên hệ kết quả với ý nghĩa thực tiễn của BTTT ban đầu. Nếu ở bài toán 1, HS phải xây dựng mô hình hàm bậc ba để mô tả hình dạng của một vật thể tròn xoay, thì trong bài toán 2, HS sử dụng hàm bậc hai để mô tả hình dạng của vòm cổng. Mặc dù bối cảnh và dạng hàm số thay đổi, HS đã thực hiện được các bước của quy trình MHHTH một cách tương đối ổn định. Như vậy, quy trình MHHTH không chỉ hỗ trợ HS giải một bài toán cụ thể mà còn hình thành cho các em cách tiếp cận có hệ thống khi giải các BTTT liên quan đến tích phân.

4. Kết luận và bình luận

Bài báo đã xây dựng quy trình MHHTH trong dạy học giải BTTT chủ đề "Tích phân" (Toán 12) nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS và bước đầu kiểm chứng tính khả thi của quy trình này. Kết quả thực nghiệm sư phạm với 39 HS lớp 12 cho thấy, quy trình MHHTH đề xuất có thể được triển khai trong điều kiện thực tiễn ở lớp học, tạo cơ hội cho HS tham gia vào toàn bộ quy trình. Thông qua 02 BTTT liên quan đến các ứng dụng của tích phân, HS đã thể hiện được các biểu hiện cơ bản của năng lực MHHTH. Trong các BTTT này, tích phân được sử dụng như một công cụ toán học để tính các đại lượng hình học khi giải các BTTT.

Về mặt sư phạm, bài báo gợi ý rằng việc tổ chức dạy học các BTTT ứng dụng tích phân theo quy trình MHHTH có thể giúp HS nhận thức rõ hơn mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn, đồng thời góp phần phát triển các biểu hiện của năng lực MHHTH. Tuy nhiên, do nghiên cứu được triển khai ở quy mô một lớp học và thời gian thực nghiệm giới hạn trong một tiết học, nên các kết quả rút ra chỉ mang tính bước đầu. Những nghiên cứu tiếp theo có thể mở rộng quy mô mẫu và thời gian triển khai, đồng thời thiết kế thêm các nhiệm vụ mô hình hóa đa dạng hơn để đánh giá sâu tác động của việc tổ chức dạy học theo quy trình MHHTH nhằm bồi dưỡng năng lực MHHTH cho HS.

Tuyên bố về vai trò của các tác giả: *Nguyễn Ái Quốc: Lên ý tưởng nghiên cứu, xác định phương pháp và công cụ nghiên cứu, sửa chữa bản thảo. Trần Liễu Đại Phúc: Phân tích dữ liệu, viết bản thảo, tổ chức thực nghiệm.*
Tuyên bố về GenAI và Quyền tác giả: *Tác giả xác nhận chỉ sử dụng Gemini để vẽ hình 1 trong bản thảo này.*

Tuyên bố về xung đột lợi ích: *Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.*
Thông tin tài trợ: *Nghiên cứu này không nhận được tài trợ từ bên ngoài.*

Tài liệu tham khảo

Blum, W., & LeiB, D. (2006). *How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? In book: Mathematical Modeling (pp. 222-231)*. Education Engineering and Economics - ICTMA.

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Bùi Anh Kiệt, Trần Văn Quân (2024). Vận dụng quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học nội dung "Hệ thức lượng trong tam giác" (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *24*(7), 41-45. https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1622

Coulange, L. (1997). Les problemes concrets a "Mettre en equations" dans l'enseignement. *Petit x, 47*, 33-58.

El Guenyari, A., El-madani, Y., & Ba-aziz, A. (2024). Analysis of Student Errors in Solving Problems Involving the Calculation of Integrals. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(3), 365-385.

Gurel, Z. C. (2023). Teaching mathematical modeling in the classroom: Analyzing the scaffolding methods of teachers. *Teaching and Teacher Education*, *132*, 104253.

Højgaard, T. (2021). Teaching for mathematical competence: the different foci of modelling competency and problem-solving competency. *Quadrante: Revista de Investigacao em Educacao Matematica Quadrante*, *30*(2), 101-122.

Lê Thị Hoài Châu (tổng chủ biên), Trần Anh Dũng (chủ biên), Trần Trí Dũng, Lê Đại Dương, Lê Chân Đức, Ngô Minh Đức, Phạm Duy Khánh, Hồ Lộc Thuận (2024). *Toán 12 (tập 2)*. NXB Đại học Huế.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 113-142.

Nguyễn Ái Quốc, Hồ Tô Như Ý (2024). Vận dụng quy trình mô hình hóa toán học trong dạy học giải toán chủ đề "Vectơ" (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *24*(số đặc biệt 7), 33-38. https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1679

Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.

Nguyễn Thị Mỹ Hằng, Nguyễn Thị Thắm, Nguyễn Thị Phương Thảo (2024). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề "Hệ thức lượng trong tam giác" (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, *24*(9), 25-29. https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1756

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modelling in the secondary school curriculum*. The National Council of Teachers of Mathematics.