VJE Tạp chí Giáo dục (2022), 22(22), 1-6 ISSN: 2354-0753

MỘT SỐ BIỆN PHÁP PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN" (GIẢI TÍCH 12)

Mai Thị Thanh Huyền+, Đinh Thành Tuân

Trường Đại học Nông - Lâm Bắc Giang

+ Tác giả liên hệ ● Email: maihuyen020871@gmail.com

Article history
Received: 15/8/2022
Accepted: 30/9/2022
Published: 20/11/2022

Keywords
Competence, math problem solving, Antiderivative - Integral, students

ABSTRACT
The current fundamental and comprehensive reform of education in Vietnam primarily aims at strongly shifting from knowledge-based educational approaches to learners' competency and quality-based ones. In particular, the competency to solve mathematical problems is one of the basic competencies to form and develop for students. This study proposes three measures to develop the very competency for high school students in teaching the topic "Antiderivative - Integral" (Calculus 12). If teachers flexibly apply the measures in the teaching process, students could develop their capacity in solving math problems; thereby raising their level of interest, passion and love for learning Math as well as their initiatives in searching, discovering new knowledge and training their math solving skills, contributing to improving the effectiveness of Math teaching.

1. Mở đầu

Nghị quyết số 29-NQ/TW đã nêu: Phát triển GD-ĐT là nâng cao dân trí, đào tạo nhân lực, bồi dưỡng nhân tài; chuyển mạnh quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện phẩm chất và năng lực người học; học đi đôi với hành, lí luận gắn với thực tiễn; giáo dục nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và giáo dục xã hội (Ban Chấp hành Trung ương, 2013). Do vậy, dạy học nhằm phát triển năng lực người học là một vấn đề cần được quan tâm nghiên cứu và triển khai. Trong đó, năng lực giải quyết vấn đề (NLGQVĐ) toán học là một năng lực thành phần, được quy định trong các năng lực toán học (Bộ GD-ĐT, 2018a).

Dạy học nhằm phát triển NLGQVĐ toán học có tác dụng rất lớn trong việc tạo hứng thú học tập cho HS, góp phần phát triển trí tuệ và giáo dục, rèn luyện phẩm chất và năng lực cho HS. Trong chương trình môn Toán ở THPT, chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" là một nội dung quan trọng. Các kiến thức về Nguyên hàm - Tích phân có liên quan mật thiết tới kiến thức đạo hàm, là kiến thức nền tảng cho HS học tốt các học phần toán cao cấp ở các trường đại học, cao đẳng và trung học chuyên nghiệp. Để phát triển NLGQVĐ toán học cho HS trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12), GV cần tạo các tình huống gợi vấn đề, có các biện pháp sư phạm phù hợp nhằm giúp HS khai thác, tiếp cận và giải quyết vấn đề; từ đó, các em nắm vững kiến thức, hứng thú học tập. Trong phạm vi bài báo này, chúng tôi trình bày một số quan niệm về năng lực, NLGQVĐ và NLGQVĐ toán học, từ đó đề xuất ba biện pháp phát triển NLGQVĐ toán học cho HS trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12).

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm

2.1.1. Năng lực

Có nhiều nhà nghiên cứu đã đưa ra các quan điểm khác nhau về năng lực. Theo Từ điển tiếng Việt, năng lực có 2 nghĩa chính, một là khả năng, điều kiện chủ quan hoặc điều kiện tự nhiên sẵn có để thực hiện một hoạt động nào đó; hai là phẩm chất tâm lí và sinh lí, tạo cho con người khả năng hoàn thành một loại hoạt động nào đó với chất lượng cao (Hoàng Phê, 2003). Theo Hoàng Hòa Bình (2016): Năng lực có 2 đặc trưng cơ bản là "được bộc lộ, thể hiện qua hoạt động" và "đảm bảo hoạt động có hiệu quả, đạt kết quả mong muốn". Theo Nguyễn Thu Hà (2014), năng lực là sự kết hợp của các khả năng, phẩm chất, thái độ của một cá nhân hoặc tổ chức để thực hiện một nhiệm vụ có hiệu quả.

Trong bài báo này, chúng tôi đồng nhất với quan điểm của Bộ GD-ĐT (2018a): Năng lực là thuộc tính cá nhân, được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,… để thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể.

Như vậy, năng lực có thể được hiểu là khả năng hoàn thành nhiệm vụ đặt ra, gắn với một loại hoạt động cụ thể nào đó; là một yếu tố cơ bản của nhân cách nên mang dấu ấn cá nhân, thể hiện tính chủ quan trong hành động và được hình thành theo quy luật hình thành và phát triển nhân cách, trong đó tính tích cực hoạt động và giao lưu của cá nhân đóng vai trò quyết định. Năng lực ở mỗi con người có được nhờ vào sự kiên trì học tập, rèn luyện và tích lũy kinh nghiệm của bản thân trong hoạt động thực tiễn.

2.1.2. Năng lực giải quyết vấn đề toán học

Theo Nguyễn Ngọc Hà và Nguyễn Văn Thái Bình (2020), NLGQVĐ toán học là tổ hợp các năng lực thể hiện ở các kĩ năng (thao tác tư duy và hành động) trong hoạt động học tập nhằm giải quyết có hiệu quả các nhiệm vụ của bài toán; theo đó, NLGQVĐ toán học là một trong những năng lực mà môn Toán có nhiều thuận lợi để phát triển cho người học thông qua việc tiếp nhận khái niệm, chứng minh các mệnh đề toán học và quá trình giải toán. Trong dạy học Toán, NLGQVĐ của HS là tổ hợp các năng lực được bộc lộ thông qua các hoạt động của quá trình giải quyết vấn đề (Phan Anh Tài, 2014). Nguyễn Anh Tuấn (2003) đã xác định đặc trưng và thành phần của NLGQVĐ của HS trong học toán là một tổ hợp năng lực thể hiện ở các kĩ năng (thao tác tư duy và hành động) trong hoạt động học tập nhằm phát hiện và giải quyết những nhiệm vụ của môn Toán.

Từ các nghiên cứu trên, có thể hiểu NLGQVĐ toán học là khả năng giải quyết có hiệu quả một vấn đề toán học nào đó, dựa trên cơ sở vận dụng các tri thức, kinh nghiệm và kĩ năng đã có.

Theo Polya (1997), quá trình giải quyết vấn đề gồm 4 bước sau:

Bước 1. Tìm hiểu và nhận biết vấn đề: HS tìm hiểu tổng thể vấn đề, xác định rõ thông tin đã cho và thông tin cần tìm, đồng thời huy động các kiến thức và thông tin mình có liên quan đến vấn đề, sử dụng các cách thăm dò để biến đổi thông tin, tìm ra thông tin cần thiết mới.

Bước 2. Tìm giải pháp: Tổ chức và sử dụng các thông tin có được, đó chính là sự tích hợp thông tin và kiến thức đã có, đưa ra phán xét và quyết định sử dụng thông tin nào, đưa ra giả thuyết về cách giải quyết vấn đề dựa trên các thông tin này.

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp: Quá trình này bao gồm xác định mục tiêu của vấn đề, lập kế hoạch cho các mục tiêu và các bước cụ thể theo giả thuyết đã đưa ra từ trước để tìm các giải pháp.

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp: Rà soát lại giải pháp đã được thực hiện và xem xét đánh giá liệu một cách tiếp cận khác có thể phù hợp hơn, giải pháp như thế có đúng hay không, có nên xem xét lại các giả thuyết ban đầu, hay có thể đưa ra các vấn đề mới.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán của Bộ GD-ĐT (2018b), các thành tố của NLGQVĐ toán học của HS THPT bao gồm: - Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học: + Xác định được tình huống có vấn đề; + Thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin; - Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề: Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề; - Sử dụng được các kiến thức, kĩ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra: Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề; - Đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hóa được cho vấn đề tương tự: + Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; + Phản ánh được giá trị của giải pháp; + Khái quát hóa được cho vấn đề tương tự.

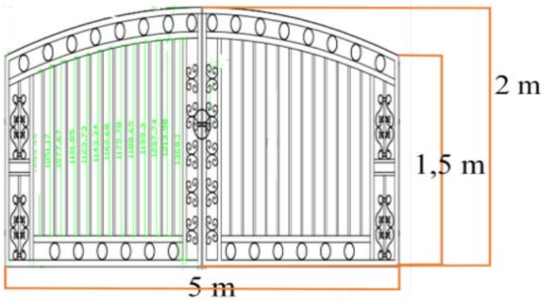
2.3. Một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trung học phổ thông trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

2.3.1. Tăng cường cho học sinh giải các bài toán gắn với thực tiễn trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

* *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS biết vận dụng toán học vào thực tiễn, góp phần phát triển năng lực sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu, công thức; năng lực mô hình hóa toán học,… Thông qua các bài toán thực tiễn, HS hứng thú học tập, trải nghiệm, khám phá thế giới xung quanh, tự kiến tạo kiến thức, do đó kiến thức mang tính bền vững là điều kiện hình thành năng lực cho các em, giúp các em thấy được vai trò và ứng dụng vào thực tiễn của Nguyên hàm - Tích phân. Ở biện pháp này, HS có nhiều cơ hội để phát triển các thành tố của NLGQVĐ toán học như: "Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học", "Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề", "Đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hóa được cho vấn đề tương tự".

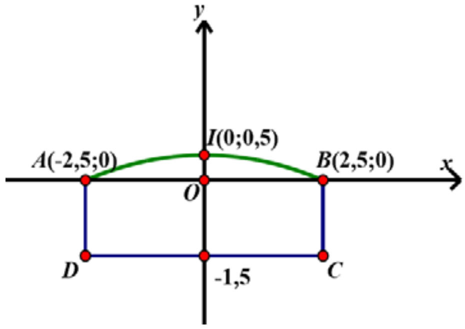
* *Cách thức thực hiện biện pháp:* Để thực hiện biện pháp này, GV cần tăng cường tổ chức cho HS giải các bài toán liên quan đến thực tiễn trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân", như tính diện tích hình phẳng, tính thể tích,… Trong khi giải các bài toán thực tiễn, GV có thể dẫn dắt HS giải quyết vấn đề theo trình tự bốn bước của Polya (1997).

Ví dụ 1: Một người muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước giống như hình 1, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá $1m^2$ cửa rào sắt là 600.000 đồng. Hỏi người ấy phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa rào sắt như vậy?



Hình 1

Hướng dẫn: Mô hình hóa bằng cách chọn hệ trục tọa độ *Oxy* sao cho hai điểm A, B nằm trên trục Ox như hình 2, ta được hình thang cong ABCD vuông tại C và D, cung AB. Khi đó, diện tích của cánh cửa sẽ bằng diện tích hình chữ nhật $ABCD$ cộng với diện tích miền cong AIB, tức là: $S_{AIBCD} = S_{ABCD} + S_{AIB}$.



Hình 2

Để giải bài toán, trước tiên ta tính S_{AIB}. GV đặt các các câu hỏi gợi mở thông qua 4 bước sau:

Bước 1. Tìm hiểu và nhận biết vấn đề. GV giúp HS tìm hiểu và nhận biết được vấn đề thông qua câu hỏi nhận dạng sau:

Câu hỏi 1: Đây là bài toán tính diện tích hình phẳng dạng nào?

Câu trả lời mong đợi: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với trục Ox).

Bước 2. Tìm giải pháp.

Câu hỏi 2: Nêu công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 4 đường:

$$y = f(x), x = a, x = b, y = 0 \text{ ?}$$

Câu trả lời mong đợi: $S = \int_a^b |f(x)|dx$ (1).

Bước 3. Tổ chức thực hiện giải pháp.

Câu hỏi 3: Hãy viết phương trình Parabol $y = ax^2 + bx + c$ biểu thị cho đường cong AIB.

Câu trả lời mong đợi: Vì Parabol có đỉnh $I\left(0;\frac{1}{2}\right)$, cắt trục hoành tại 2 điểm $A\left(\frac{-5}{2};0\right), B\left(\frac{5}{2};0\right)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a.0^2 + b.0 + c = \frac{1}{2} \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ a.\left(\frac{5}{2}\right)^2 + b.\left(\frac{5}{2}\right) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ b = 0 \\ a = -\frac{2}{25} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}.$$

Câu hỏi 4: Để tính S_{AIB}, ta tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi 4 đường nào?

Câu trả lời mong đợi: S_{AIB} là diện tích hình phẳng giới hạn bởi 4 đường:

$$y=-\frac{2}{25}x^2+\frac{1}{2}, x=-\frac{5}{2}, x=\frac{5}{2}, y=0$$

Áp dụng công thức (1), ta có:

$$S_{AIB}=\int_{-2,5}^{2,5}\left|-\frac{2}{25}x^2+\frac{1}{2}\right|dx=2\int_{0}^{2,5}\left(-\frac{2}{25}x^2+\frac{1}{2}\right)dx=\frac{5}{3}(m^2).$$

Câu hỏi 5: Em hãy tính S_{ABCD} và tính S_{AIBCD}? Từ đó sẽ tính được giá tiền cửa rào sắt.

Câu trả lời mong đợi: $S_{ABCD}=1,5\times 5=7,5\ (m^2)$.

Diện tích cửa rào sắt là: $S_{AIBCD}=\frac{5}{3}+7,5=\frac{55}{6}\ (m^2)$.

Giá $1m^2$ cửa rào sắt là 600.000 đồng. Vậy, giá tiền cửa rào sắt là:

$$600.000\times\frac{55}{6}=5.500.000\ \text{(đồng)}.$$

Bước 4. Nghiên cứu sâu giải pháp. Để giúp HS nghiên cứu sâu lời giải của bài toán và giải được các bài toán tương tự, GV có thể giao cho HS giải bài toán có dạng tương tự sau:

Bài toán: Một người muốn xây một cổng hình Parabol có chiều dài chân đáy của cổng là *3m* và chiều cao của cổng là *2m*. Người ta muốn tính diện tích của cổng để đặt cửa gỗ cho vừa kích thước. Tính diện tích của cổng ấy?

2.3.2. Rèn luyện cho học sinh kĩ năng huy động kiến thức để giải quyết vấn đề toán học dưới các góc độ khác nhau trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

* *Mục đích của biện pháp:* Giúp HS linh hoạt khi biến đổi các phép toán, biết huy động các kiến thức khác nhau để giải quyết vấn đề, tìm được nhiều giải pháp khác nhau khi giải quyết vấn đề toán học. Biện pháp này giúp HS có nhiều cơ hội để phát triển được các thành tố của NLGQVĐ toán học như: "Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề" và "Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề toán học".

* *Cách thức thực hiện biện pháp:* GV cần rèn luyện cho HS biết huy động các kiến thức đã học để giải quyết các vấn đề toán học theo nhiều cách khác nhau. Với mỗi bài toán, HS cần xem xét mối liên hệ giữa các đại lượng, phán đoán các khả năng có thể xảy ra và hướng biến đổi bài toán. Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau dựa vào các phép biến đổi tương đương.

Ví dụ 2: Tính: $\mathrm{I}=\int\frac{dx}{\sin x}$ (2).

Cách 1: Áp dụng công thức nhân đôi ta có: $\sin x=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$. Khi đó:

$$I=\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{dx}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}.$$

Chia cả tử và mẫu cho $\cos^2\frac{x}{2}$, đưa I về dạng nguyên hàm cơ bản:

$$I=\int\frac{\frac{dx}{\cos^2\frac{x}{2}}}{2\tan\frac{x}{2}}=\int\frac{\frac{d(\frac{x}{2})}{\cos^2\frac{x}{2}}}{\tan\frac{x}{2}}=\int\frac{d(\tan\frac{x}{2})}{\tan\frac{x}{2}}=\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|+C.$$

Cách 2: Áp dụng các công thức: $\sin x=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ và $1=\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}$, thay vào (2) ta có:

$$I=\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{dx}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}=\int\frac{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}dx.$$

Tách I thành tổng hai nguyên hàm và đưa về dạng:

$$I=\int\left(\frac{\cos\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}+\frac{\sin\frac{x}{2}}{2\cos\frac{x}{2}}\right)dx=\int\frac{\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}d(\frac{x}{2})+\int\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}d(\frac{x}{2}).$$

Hay: $I=\ln\left|\sin\frac{x}{2}\right|-\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right|+C=\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|+C$

Cách 3: Từ: $\sin^2 x=1-\cos^2 x$, thay vào (2) ta có:

$$\mathrm{I}=\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{\sin x\,dx}{\sin^2 x}=\int\frac{d\cos x}{\cos^2 x\text{-}1}=\int\frac{d\cos x}{(\cos x\text{-}1)(\cos x\text{+}1)}.$$

Tách I thành hiệu hai nguyên hàm và đưa về dạng cơ bản:

$$\mathrm{I}=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{\cos x\text{-}1}-\frac{1}{\cos x\text{+}1}\right)d\cos x=\frac{1}{2}\left[\int\frac{d(\cos x\text{-}1)}{\cos x\text{-}1}-\int\frac{d(\cos x\text{+}1)}{\cos x\text{+}1}\right].$$

Hay: $I=\frac{1}{2}\left(\ln|\cos x\text{-}1|-\ln|\cos x\text{+}1|\right)+C=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\cos x\text{-}1}{\cos x\text{+}1}\right|+\mathrm{C}.$

2.3.3. Tạo cơ hội cho học sinh sửa chữa sai lầm thông qua các tình huống dạy học trong dạy học chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" (Giải tích 12)

* *Mục đích của biện pháp*: Giúp HS phát hiện và sửa chữa được sai lầm trong các tình huống dạy học đưa ra. Từ đó, giúp các em khắc phục được sai lầm, rèn luyện kĩ năng tự kiểm tra, đánh giá các giải pháp đã đề xuất, khả năng nhận biết, phát hiện vấn đề toán học; biết vận dụng các kiến thức đã học để khắc phục sai lầm. Biện pháp này giúp HS có nhiều cơ hội phát triển được các thành tố: "Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học" và "Đánh giá được giải pháp đề ra, khái quát hóa được cho vấn đề tương tự".

* *Cách thức thực hiện biện pháp:* Để tạo cơ hội cho HS biết phát hiện và sửa chữa sai lầm, GV có thể hướng dẫn, gợi mở cho HS phát hiện những sai lầm trong các tình huống dạy học, hoặc đưa ra tình huống có chứa sai lầm cho HS tự phát hiện và tìm cách khắc phục, sau đó GV nhận xét, chỉnh sửa (nếu cần).

Ví dụ 3: Khi tính tích phân $\mathrm{I}=\int_0^3\sqrt{9x^2-6x+1}\,dx$, một HS đã giải như sau:

$$\mathrm{I}=\int_0^3\sqrt{9x^2-6x+1}\,dx=\int_0^3\sqrt{(3x-1)^2}\,dx=\int_0^3(3x-1)dx=\left.\frac{(3x-1)^2}{6}\right|_0^3=\frac{21}{2}.$$

Em hãy xét xem lời giải trên đúng hay chưa? Nếu chưa đúng, hãy sửa lại.

Khi giải bài toán này, HS được đặt vào một tình huống gợi vấn đề với nhiệm vụ là phát hiện những sai lầm trong tình huống và tìm cách khắc phục. GV có thể gợi ý cho HS bằng cách nhắc lại công thức đã học: $\sqrt[2n]{\left[f(x)\right]^{2n}}=|f(x)|$ để HS dễ dàng hơn trong việc khắc phục được sai lầm trong lời giải bài toán. Khi đó, sau các phép biến đổi, HS sẽ chỉ ra được các sai lầm trong lời giải là do sử dụng phép biến đổi sai: $\sqrt{(3x-1)^2}=3x-1$.

Phép biến đổi đúng là: $\sqrt{(3x-1)^2}=|3x-1|$. Thông qua việc chỉ ra những sai lầm đó, HS có thể đưa ra được lời giải đúng:

$$\mathrm{I}=\int_0^3\sqrt{9x^2-6x+1}\,dx=\int_0^3\sqrt{(3x-1)^2}\,dx=\int_0^3|3x-1|dx=\int_0^{\frac{1}{3}}(1-3x)dx+\int_{\frac{1}{3}}^3(3x-1)dx.$$

 ISSN: 2354-0753

Hay: $I=-\frac{1}{3}\int_{0}^{\frac{1}{3}}(3x-1)d(3x-1)+\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{3}}^{3}(3x-1)d(3x-1)=-\frac{(3x-1)^2}{6}\Bigg|_{0}^{\frac{1}{3}}+\frac{(3x-1)^2}{6}\Bigg|_{\frac{1}{3}}^{3}=\frac{65}{6}$.

Ở tình huống này, GV khắc sâu cho HS ghi nhớ phần kiến thức: Khi gặp tích phân dạng $\int_a^b \sqrt[2n]{\left[f(x)\right]^{2n}}dx$ ($n \geq 1$, n nguyên), ta dùng phép biến đổi: $\sqrt[2n]{\left[f(x)\right]^{2n}}=|f(x)|=\begin{cases} f(x), \text{ khi } f(x)\geq 0 \\ -f(x), \text{ khi } f(x)<0 \end{cases}$.

3. Kết luận

Phát triển NLGQVĐ toán học cho HS không chỉ góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán mà còn giúp các em thấy được mối liên hệ giữa toán học với thực tiễn và ngược lại. Các bài toán về chủ đề "Nguyên hàm - Tích phân" có nhiều ứng dụng phong phú nên có nhiều cơ hội cho GV phát triển NLGQVĐ toán học cho HS. Trong quá trình dạy học chủ đề này, GV cần áp dụng linh hoạt các phương pháp dạy học nhằm giúp HS tiếp cận vấn đề theo các cách khác nhau, từ đó dễ dàng giải được bài toán, phát triển NLGQVĐ toán học.

Tài liệu tham khảo

Ban Chấp hành Trung ương (2013). *Nghị quyết số 29-NQ/TW ngày 04/11/2013 về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.*

Bộ GD-ĐT (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Bộ GD-ĐT (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Hoàng Hòa Bình (2016). Năng lực và đánh giá theo năng lực. *Tạp chí Khoa học, Đại học Quốc gia Hà Nội: Nghiên cứu Giáo dục, 32*(2), 68-82.

Hoàng Phê (2003). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.

Nguyễn Anh Tuấn (2003). *Bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh trung học cơ sở trong dạy học khái niệm toán học (thể hiện qua một số khái niệm đại số ở trung học cơ sở)*. Luận án tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

Nguyễn Ngọc Hà, Nguyễn Văn Thái Bình (2020). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học trong dạy học giải phương trình bằng phương pháp vectơ ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt kì 1 tháng 5*, 98-104.

Nguyễn Thu Hà (2014). Giảng dạy theo năng lực và đánh giá theo năng lực trong giáo dục: Một số vấn đề lí luận cơ bản. *Tạp chí Khoa học, Đại học Quốc gia Hà Nội: Nghiên cứu Giáo dục, 30*(2), 56-64.

Phan Anh Tài (2014). *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học Toán lớp 11 trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.

Polya, G. (1997). *Giải một bài toán như thế nào?*. NXB Giáo dục.