

VẬN DỤNG LÝ THUYẾT TÌNH HUỐNG THIẾT KẾ MÔI TRƯỜNG HỌC TẬP TÍCH HỢP CÔNG NGHỆ SỐ TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG THỐNG KÊ LỚP 11

APPLYING THE THEORY OF DIDACTICAL SITUATIONS TO DESIGN A DIGITAL TECHNOLOGY-INTEGRATED DIDACTICAL MILIEU FOR TEACHING STATISTICS CONTENT IN GRADE 11

Trần Cường¹,
Nguyễn Chí Thành²,
Đặng Minh Tuấn^{1,+}

¹Trường Đại học Sư phạm Hà Nội;
²Trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội
+ Tác giả liên hệ • Email: minhluan@hnue.edu.vn

Article history

Received: 27/01/2026

Accepted: 25/3/2026

Published: 29/4/2026

Keywords

Theory of didactical situations in mathematics, instrumental approach, statistics teaching, didactical milieu design

ABSTRACT

In the context of digital transformation in education, the integration of digital technology into mathematics teaching creates a need to develop learning environments that are appropriate both theoretically and practically. This study applies Guy Brousseau's Theory of Didactical Situations in Mathematics Education to construct a digital technology-integrated didactical milieu in order to support students in learning some Grade 11 statistics contents. The study clarified the concept of a digital technology-integrated didactical milieu, proposed a five-step process for designing teaching situations, and developed several illustrative situations for the content of measures describing grouped data samples. The research results contribute to supplementing the theoretical and practical foundations for designing mathematics teaching situations integrated with digital technology, while also opening future research directions on expanding content and integrating artificial intelligence into mathematics teaching.

1. Mở đầu

Lý thuyết tình huống (LTTH) (Theory of Didactical Situation in Mathematics) của Guy Brousseau cung cấp một cơ sở lý luận vững chắc, thay vì truyền đạt kiến thức sẵn theo con đường suy diễn, GV nên thiết kế môi trường học tập (MHT) và tổ chức những tình huống dạy học khiến HS phải hành động, tự kiến tạo tri thức (Brousseau và Warfield, 2020). Trong bối cảnh hiện nay, sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ thông tin và truyền thông đã mở ra những cơ hội mới để thiết kế MHT tích hợp công nghệ số (CNS). CNS không chỉ đơn thuần là công cụ hỗ trợ mà còn có khả năng tạo ra những không gian học tập ảo, nơi HS có thể trực tiếp tương tác với các đối tượng toán học, tiến hành thao tác, thử nghiệm, mô phỏng và khám phá (Hegedus và Moreno-Armella, 2020). Trong bối cảnh đó, vai trò của GV theo LTTH càng được thể hiện rõ ràng hơn, GV cần thiết kế những MHT số có dụng ý sư phạm, nơi mà CNS được tích hợp vào MHT. Tuy nhiên, việc thiết kế và triển khai các môi trường số như vậy trong thực tiễn còn hạn chế. Một cuộc khảo sát 204 GV tại THPT ở miền Bắc Việt Nam cho thấy việc thiếu kỹ năng công nghệ thông tin được xác định là yếu tố ảnh hưởng mạnh nhất đến mức độ sử dụng công nghệ trong dạy học môn Toán. Nhiều GV chưa có đủ năng lực và định hướng rõ ràng trong việc lựa chọn và tích hợp CNS, dẫn đến sự khác biệt đáng kể trong cách thức và mức độ sử dụng công nghệ thông tin trong lớp học (Quan và cộng sự, 2025). Các nghiên cứu về khả năng thiết kế MHT tích hợp CNS của GV toán vẫn còn ít. Chẳng hạn, một bài tổng quan 44 nghiên cứu của St Omer và cộng sự (2025) về tăng cường yếu tố công nghệ trong dạy học Toán cho thấy phần lớn các công trình tập trung vào việc sử dụng công nghệ như công cụ hỗ trợ hoặc thay thế các hoạt động dạy học truyền thống. Dù vậy, vẫn còn thiếu các nghiên cứu làm rõ vai trò của CNS trong khung lý thuyết của Brousseau một cách toàn diện.

Thống kê - Xác suất là một mạch mới trong Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018. Tuy nhiên, có thể do tính mới của mạch nội dung này, thực tiễn dạy học cho thấy HS còn gặp nhiều khó khăn trong việc tiếp cận và vận dụng kiến thức Thống kê - Xác suất; GV thiếu những tình huống dạy học hấp dẫn, giàu tính thực tiễn, có khả năng kích thích tư duy và hứng thú học tập. Bên cạnh đó, các nghiên cứu ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học Thống kê - Xác suất ở phổ thông còn chưa nhiều, trong khi bản thân nội dung này lại rất phù hợp để khai thác CNS.

Để đáp ứng yêu cầu này, bài báo này tập trung vào khái niệm MHT tích hợp CNS theo LTTH, từ đó đề xuất quy trình và thiết kế MHT tích hợp CNS trong dạy học nội dung thống kê lớp 11 để làm rõ: (1) MHT tích hợp CNS cần đáp ứng những tiêu chí sư phạm nào để thỏa mãn các điều kiện của tình huống didactic? (2) Việc dàn dựng công cụ trên Google Sheets hỗ trợ như thế nào cho quá trình HS tự khám phá công thức số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm?

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Phương pháp nghiên cứu

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả sử dụng hai phương pháp chính gồm nghiên cứu lí luận và nghiên cứu thiết kế (Design-Based Research). Phương pháp nghiên cứu lí luận được sử dụng nhằm tổng hợp, phân tích và hệ thống hoá các tài liệu khoa học, công trình nghiên cứu, cũng như các cơ sở lí thuyết liên quan đến LTTH, tiếp cận công cụ, SAMR, trung gian kí hiệu học để định nghĩa MTHT tích hợp CNS. Thông qua việc phân tích các quan điểm, mô hình và kết quả nghiên cứu trước đó, nhóm tác giả xây dựng nền tảng lí luận cho việc vận dụng LTTH thiết kế MTHT tích hợp CNS trong dạy học, đồng thời xác định các khái niệm, tiêu chí và định hướng phù hợp cho quá trình nghiên cứu.

Bên cạnh đó, nghiên cứu còn vận dụng phương pháp nghiên cứu thiết kế (Design-Based Research). Bài báo tập trung vào việc xây dựng và phát triển mô hình thông qua các bước xác định nhu cầu, phân tích yêu cầu, đề xuất ý tưởng thiết kế và hoàn thiện sản phẩm nghiên cứu. Khác với các nghiên cứu thiết kế đầy đủ thường bao gồm triển khai thực nghiệm và đánh giá lặp lại, trong khuôn khổ bài báo này, nghiên cứu chủ yếu hướng đến khía cạnh thiết kế và xây dựng nhằm đề xuất một giải pháp có cơ sở khoa học và tính khả thi cho việc áp dụng trong thực tiễn.

2.2. Môi trường học tập tích hợp công nghệ số dựa trên lí thuyết tình huống

2.2.1. Lí thuyết tình huống (Theory of Didactical Situation)

LTTH của Guy Brousseau đưa ra nhiều khái niệm cốt lõi:

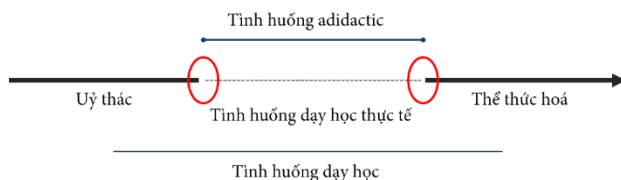
(1) Hệ thống dạy học tối thiểu và khái niệm MTHT gồm 4 thành tố: HS, GV, MTHT và tri thức. Các yếu tố này có mối quan hệ hữu cơ với nhau (Margolinas, 1995). Brousseau phát triển định nghĩa MTHT và mô tả vai trò của nó trong quá trình học tập như sau: công việc của GV là đề xuất một tình huống học tập để HS có thể tạo ra hiểu biết của mình như một câu trả lời cá nhân cho một vấn đề và sử dụng hoặc điều chỉnh nó để đáp ứng các ràng buộc của MTHT chứ không chỉ đơn thuần để làm hài lòng mong đợi của GV (Brousseau, 1998). Do đó, MTHT được hiểu là môi trường được GV thiết kế có dụng ý sư phạm trong các tình huống học tập cụ thể.

(2) Tình huống adidactic: Tình huống adidactic là tình huống mà GV đề xuất sao cho học trò kiến tạo hoặc điều chỉnh những kiến thức của họ để đáp ứng những nhu cầu của MTHT, được bản thân tình huống cuốn hút vào hoạt động, chứ không phải do ý thích của người dạy. HS cần đồng hoá, điều ứng để thích nghi với MTHT được tạo ra bởi tình huống. Các hoạt động đồng hoá, điều ứng mà HS thực hiện là do nhu cầu đặt ra của MTHT mà không phải do sự ép buộc khiên cưỡng từ phía GV. Trong tình huống adidactic, HS tự giác đảm đương trách nhiệm kiến tạo tri thức, họ phải tự mình hình thành và điều chỉnh những kiến thức sẵn có để đáp ứng được nhu cầu của môi trường được GV thiết kế. Kiến thức hoàn toàn được gọi ra và hình thành do bản thân tình huống.

Một tình huống được gọi là tình huống adidactic cần đáp ứng ít nhất năm điều kiện dưới đây (Bessot, 2024; Nguyễn Bá Kim, 2017): Điều kiện 1: HS có thể tưởng tượng ra một câu trả lời, nhưng câu trả lời này không phải là câu trả lời mà GV muốn truyền đạt (quy trình cơ sở dựa trên kiến thức đã có trước đó); Điều kiện 2: Quy trình cơ sở này phải nhanh chóng cho thấy sự không đầy đủ hoặc không hiệu quả, buộc HS phải điều chỉnh hoặc sửa đổi kiến thức đã biết của mình. Lúc này, HS sẽ cảm thấy không chắc chắn về các quyết định mà mình cần đưa ra; Điều kiện 3: Kiến thức cần lĩnh hội đòi hỏi HS phải chuyển từ chiến lược cơ bản sang chiến lược tối ưu hơn; Điều kiện 4: Tồn tại một môi trường hợp thức hoá để cung cấp phản hồi. MTHT cung cấp phản hồi giúp HS tự nhìn nhận kết quả hoạt động của bản thân, từ đó phát sinh nhu cầu điều chỉnh tri thức hoặc quan niệm cá nhân nhằm thích ứng với bối cảnh học tập, xác định chiến lược phù hợp và nhanh chóng tìm ra hướng giải quyết hiệu quả cho vấn đề đặt ra; Điều kiện 5: HS có thể thử lại nhiều lần.

Brousseau đã phân loại tình huống adidactic thành ba loại tình huống, ta có thể hiểu tình huống adidactic gồm ba pha: (1) Đối với tình huống hành động (hay pha hành động), HS phát triển các mô hình ngầm định, chiến lược hoặc cách tiếp cận ban đầu để giải quyết vấn đề thông qua chuỗi thử sai với MTHT; (2) Đối với tình huống diễn đạt (hay pha diễn đạt), HS chủ động diễn đạt rõ ràng những mô hình, chiến lược hoặc thao tác mà trước đó họ sử dụng một cách ngầm định, tức là họ đặt điều kiện thích hợp để chiến lược đó có thể vận hành hiệu quả trong tình huống đã cho; (3) Đối với tình huống kiểm chứng (hay pha kiểm chứng), HS phát triển lí lẽ chứng minh để xác nhận tính đúng đắn của chiến lược mà HS đã dùng, dựa trên những kiểm chứng mang tính thực nghiệm từ phản hồi của MTHT.

Để các tình huống adidactic được diễn ra, vai trò then chốt của GV trong các tình huống dạy học được thể hiện ở hai giai đoạn quan trọng: (1) Tình huống uỷ thác (diễn ra trước các tình huống adidactic): GV thực hiện việc tái bối cảnh hoá và cá nhân hoá kiến thức, tức là chuyển đổi kiến thức cần dạy thành kiến thức có thể tiếp cận dưới dạng tình huống cụ thể đối với HS và trao quyền điều khiển quá trình học tập cho HS; (2) Tình huống thể thức hoá (diễn ra sau các tình huống adidactic): HS với sự hỗ trợ từ GV, chuyển đổi kiến



Hình 1. Sơ đồ tình huống adidactic (Brousseau, 2002)

HS; (2) Tình huống thể thức hoá (diễn ra sau các tình huống adidactic): HS với sự hỗ trợ từ GV, chuyển đổi kiến

thức tình huống mà họ đã khám phá và kiểm chứng thành kiến thức mang tính thể chế có thể áp dụng và tái sử dụng trong các bối cảnh khác.

2.2.2. Khái niệm môi trường học tập tích hợp công nghệ số

Drijver và cộng sự (2010) đã chỉ ra rằng khái niệm MTHT đã được tiếp nhận gần như nguyên vẹn và áp dụng vào nghiên cứu trong các môi trường công nghệ. Điều đó cho thấy rằng LTTH không giới hạn phạm vi của MTHT vào các không gian vật lý của lớp học, mà cho phép mở rộng khái niệm MTHT sang MTHT tích hợp CNS. Trong bài báo này, nhóm tác giả quan niệm MTHT tích hợp CNS dựa trên LTTH là hệ thống CNS mở (gồm các công cụ số, phần mềm, dịch vụ học tập trực tuyến, trí tuệ nhân tạo,...) có khả năng tùy biến theo dụng ý sư phạm của GV nhằm đạt được mục tiêu của tình huống dạy học một kiến thức cụ thể và có quy tắc tương tác - cơ chế phản hồi, đối kháng với HS để HS tự chiếm lĩnh lấy tri thức. Với cách định nghĩa này, nhóm tác giả sẽ phân tích các đặc điểm sư phạm của MTHT tích hợp CNS:

a) MTHT tập tích hợp CNS cho phép GV thiết kế và tùy biến để tạo ra các tình huống học tập

Trong MTHT tích hợp CNS, bản thân CNS không tự thân tạo ra các tình huống học tập có ý nghĩa. Việc CNS tích hợp vào MTHT theo LTTH phụ thuộc vào dụng ý sư phạm của người GV. Khung lý thuyết tiếp cận công cụ (instrumental approach) đã đưa ra khái niệm “dàn dựng công cụ” cho phép làm rõ chức năng thiết kế của MTHT tích hợp CNS, nhóm tác giả sẽ làm rõ trong mục 2.2.3. Bên cạnh đó, Mackrell và cộng sự (2013) chứng minh rằng công nghệ có thể được thiết kế một cách có chủ ý để tăng cường việc thực hiện các nguyên tắc sư phạm. MTHT tích hợp CNS có chức năng thiết kế và tùy biến môi trường. Trong nghiên cứu về tích hợp bảng tính theo lý thuyết tiếp cận công cụ, Haspekian (2005) đã chỉ ra rằng ý nghĩa toán học không tự động nảy sinh từ công cụ, mà được kiến tạo thông qua các nhiệm vụ và cách thức tổ chức môi trường do GV thiết kế. Môi trường bảng tính, với khả năng cấu hình dữ liệu, kiểm soát thao tác và cung cấp phản hồi tự động, cho phép GV “dàn dựng” các tình huống học tập theo dụng ý sư phạm.

Trong nghiên cứu này, chúng tôi lựa chọn môi trường bảng tính Google Sheets để thực hiện tạo dựng các tình huống dạy học trong MTHT tích hợp CNS. Google Sheets có thể được xem như một hiện thân cụ thể của môi trường bảng tính. Google Sheets không chỉ là công cụ nhập liệu và tính toán, mà còn có thể được “can thiệp sâu” và tùy biến thông qua lập trình. Cụ thể, bảng tiện ích mở rộng Google Apps Script, Google Sheets cho phép người

```

function addRow() {
  let sheet = SpreadsheetApp.getActiveSpreadsheet().getActiveSheet();
  let range = sheet.getRange("C7:L7"); // 10 ô ngang
  let values = [];

  for (let i = 0; i < 10; i++) {
    values.push(Math.floor(Math.random() * 10) + 1); // số ngẫu nhiên từ 1 đến 10
  }

  range.setValues([values]); // setValues cần mảng 2 chiều: [ [row] ]

  // Đặt lại ô C9 về khoảng trắng
  sheet.getRange("C9").setValue("");
}

function countGroupedRanges() {
  let sheet = SpreadsheetApp.getActiveSpreadsheet().getActiveSheet();

  // Lấy số nhóm từ ô D10
  let numberOfGroups = parseInt(sheet.getRange("D10").getValue());
  if (isNaN(numberOfGroups) || numberOfGroups <= 0) {
    SpreadsheetApp.getUi().alert("Giá trị trong ô D10 không hợp lệ. Vui lòng nhập số nguyên dương.");
    return;
  }
}

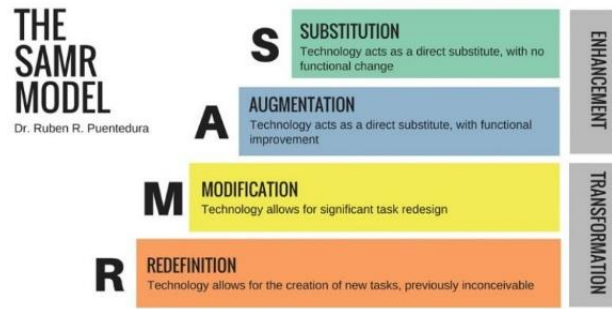
```

Hình 2. Google Sheet cho phép tùy biến, can thiệp sâu thông qua lập trình bảng tiện ích Apps Script

dùng viết và điều chỉnh các đoạn mã để tự động hoá thao tác như tạo hoặc ẩn hiện dữ liệu, sinh dữ liệu theo kịch bản, khóa hoặc mở ô nhập, xây dựng các ràng buộc và các kiểu phản hồi tức thời khác nhau. Nhờ đó, Google Sheets phù hợp trở thành MTHT tích hợp CNS. Vì vậy, chức năng thiết kế và tùy biến của MTHT tích hợp CNS không những phản ánh ưu thế kỹ thuật của CNS, mà còn cho phép GV dàn dựng CNS.

b) MTHT tích hợp CNS có khả năng tái định nghĩa nhiệm vụ học tập

Mô hình SAMR (Substitution - Thay thế, Augmentation - Mở rộng, Modification - Sửa đổi và Redefinition - Định nghĩa lại) do Ruben Puentedura đề xuất nhằm hỗ trợ GV tích hợp công nghệ vào dạy học (Puentedura, 2013). Mô hình gồm bốn cấp độ, chia thành hai nhóm chính: Nâng cấp (Enhancement) và Chuyển đổi (Transformation). Ở nhóm Nâng cấp, công nghệ được sử dụng để thay thế hoặc cải thiện chức năng của các công cụ dạy học truyền thống. Ở nhóm Chuyển đổi, công nghệ cho phép thiết kế lại hoặc tạo ra các hoạt động học tập mới mà khó có thể thực hiện nếu không có sự hỗ trợ của công nghệ, từ đó làm thay đổi quá trình dạy và học (García-Peñalvo, 2021).



Hình 3. Mô hình SAMR của Ruben Puentedura (Lefflerd, 2016)

Do đó, MTHT tích hợp CNS có tiềm năng cho phép GV thiết kế các nhiệm vụ học tập thuộc cấp độ sửa đổi hoặc định nghĩa lại trong mô hình SAMR, tức là các nhiệm vụ mà trong môi trường truyền thống khó hoặc không thể thực hiện được, bởi công nghệ không chỉ đóng vai trò phương tiện hỗ trợ mà trở thành thành phần cấu trúc của môi trường sinh ra tri thức.

c) MTHT tích hợp CNS làm phương tiện biểu diễn

MTHT tích hợp CNS được coi là phương tiện biểu diễn (representational media). Thông tin ngày nay được nhúng trong các phương tiện biểu diễn, điều này đã cho phép các tri thức toán học được biến đổi từ các hệ thống kí hiệu tĩnh sang các hệ thống kí hiệu động. Như vậy, thông tin đang phát triển và được hình thành ngay bên trong các phương tiện biểu diễn (Hegedus và Moreno-Armella, 2020). Bên cạnh đó, Drijvers và cộng sự (2010) cho rằng các khung lí thuyết trung gian kí hiệu học (semiotic mediation) mô tả CNS như nền tảng trung gian nơi HS xây dựng tri thức thông qua tương tác và phản hồi. Vì vậy, MTHT tích hợp CNS có khả năng tích hợp nhiều dạng biểu diễn tri thức.

d) MTHT tích hợp CNS có chức năng phản hồi

Artigue và cộng sự (2006) đã thảo luận về tầm quan trọng của phản hồi trong các công cụ số rằng phản hồi chỉ đơn thuần xác nhận câu trả lời của HS được xem là hạn chế, trái ngược với các dạng phản hồi tinh vi hơn, vốn có nhiều khả năng hỗ trợ sự phát triển các chiến lược và tri thức toán học của HS. Bên cạnh đó, Huang và cộng sự (2023) đã phát hiện ra rằng các hệ thống phản hồi được tăng cường bởi công nghệ có thể hỗ trợ toàn diện quá trình phản hồi, với các nghiên cứu cho thấy nhiều kĩ thuật tạo ra phản hồi. Hơn nữa, Cai và cộng sự (2023) đã chứng minh rằng phản hồi trong môi trường giàu công nghệ có tác động từ mức trung bình trở lên đến thành tích học tập, trong đó phản hồi giải thích cho thấy tác động mạnh nhất. Ngoài ra, Narciss (2008) nhấn mạnh rằng các công nghệ thông tin hiện đại đã mở rộng các chiến lược phản hồi, cho phép các phương pháp phản hồi tương tác phức tạp hơn, hướng dẫn người học hoàn thành nhiệm vụ thành công.

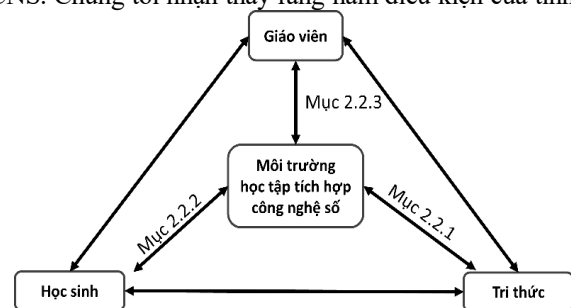
MTHT tích hợp CNS có thể cung cấp đa dạng các loại phản hồi và trên nhiều khía cạnh chẳng hạn: Thu thập phản hồi theo thời gian thực (AlShahrani và cộng sự, 2017), Đánh giá tự động và tự đánh giá (Kharlamenko và Vonog, 2020), Đánh giá ngang hàng và phản hồi hợp tác (Ibarra-Sáiz và cộng sự, 2025). Những môi trường công nghệ này không chỉ cung cấp phản hồi tức thì mà còn phản hồi tức thời, đa dạng và khách quan, cho phép HS quan sát, kiểm chứng, tự đánh giá kết quả hành động của mình và thay đổi chiến lược.

e) MTHT tích hợp CNS có khả năng thực hiện hoá các điều kiện của tình huống adidactic

Drijvers (2015) đã phân biệt ba chức năng chính của CNS, trong đó có chỉ ra một chức năng của MTHT đó là nhằm thúc đẩy sự phát triển việc hiểu biết khái niệm toán học. Như vậy, MTHT tích hợp CNS nếu được thiết kế có dụng ý sư phạm thì HS có thể tự học khái niệm đó mà không cần tới sự giúp đỡ của GV. Nói cách khác, GV có thể tạo ra các tình huống adidactic thông qua MTHT tích hợp CNS. Chúng tôi nhận thấy rằng năm điều kiện của tình huống adidactic theo LTTH, mặc dù được trình bày như những yêu cầu riêng biệt, nhưng bản chất đều “hội tụ” vào một cơ chế duy nhất: cơ chế phản hồi của MTHT. Do đó, các điều kiện này được hiểu như các chức năng khác nhau của phản hồi trong MTHT tích hợp CNS hơn là các điều kiện độc lập. Điều này cho thấy, MTHT tích hợp CNS có thể được tạo dựng nhằm thoả mãn các điều kiện của tình huống adidactic.

2.3. Vai trò của môi trường học tập tích hợp công nghệ số

Tiếp theo, chúng tôi sẽ làm rõ mối quan hệ giữa MTHT tích hợp CNS và các thành tố còn lại: GV, HS và tri thức toán học. Mối quan hệ đó được thể hiện qua hình 4.



Hình 4. Sơ đồ hệ thống học tập tối thiểu với MTHT tích hợp CNS (tác giả đề xuất)

2.3.1. Môi trường học tập tích hợp công nghệ số và tri thức toán học

Trong LTTH, MTHT được xem như một đối tượng đối kháng, có chức năng tạo ra các phản hồi và ràng buộc buộc người học phải điều chỉnh các chiến lược và tri thức đã có. Trong khi đó, lí thuyết trung gian kí hiệu học coi người học và MTHT thông qua các kí hiệu biểu diễn là “đồng minh”. Do đó, để phân tích sâu quá trình tri thức được tích hợp với MTHT tích hợp CNS, lí thuyết trung gian kí hiệu học được huy động như một khung lí thuyết hỗ trợ, giúp làm rõ các cơ chế trung gian và kiến tạo ý nghĩa tri thức trong bối cảnh học tập này.

Theo lí thuyết trung gian kí hiệu học, thông tin toán học không còn tồn tại như một nội dung tĩnh, mà được trung gian hoá bằng các kí hiệu, biểu diễn trong MTHT tích hợp CNS. Chẳng hạn, đồ thị của một hàm số không còn là một hình ảnh cố định như trong SGK, mà trở thành một đối tượng động, có thể được biến đổi, khám phá và kiểm nghiệm thông qua hành động của người học. Trong MTHT tích hợp CNS, thông tin toán học được truyền đạt và biến đổi thông qua chuỗi tương tác hai chiều giữa người học và môi trường này, người học định hướng các thay đổi trong môi trường, đồng thời môi trường cũng định hướng lại hành động và suy nghĩ của người học. Moreno-Armella và Hegedus (2009) gọi mối quan hệ này là đồng hành động (coaction).

2.3.2. Môi trường học tập tích hợp công nghệ số và học sinh

Để tìm hiểu về mối quan hệ của MTHT tích hợp CNS với GV và HS, bài báo sẽ dựa trên khung lí thuyết tiếp cận công cụ. Lí thuyết tiếp cận công cụ phân biệt giữa hai khái niệm: vật dụng (artifact) và công cụ (instrument). Vật dụng là đối tượng, thường nhưng không nhất thiết phải là vật thể vật lí, được sử dụng như một dụng cụ. Điều này dẫn đến khái niệm tâm lí học về công cụ, thứ mà vượt lên trên đơn thuần là công cụ. Theo Rabardel (2002), chúng ta gọi là công cụ khi tồn tại một mối quan hệ có ý nghĩa giữa vật dụng và người sử dụng đối với một loại nhiệm vụ cụ thể. Công cụ còn bao gồm các sơ đồ sử dụng và kĩ thuật sử dụng mà người sử dụng phát triển và áp dụng khi sử dụng công cụ đó (Vergnaud, 1996).

Quá trình hình thành công cụ (Instrumental Genesis) là quá trình mà qua đó một công cụ trở thành phương tiện trong tay người sử dụng, trong trường hợp này là HS, được gọi là quá trình hình thành phương tiện. Quá trình này cũng bao gồm việc suy nghĩ về cách cải tiến công cụ. Quá trình hình thành phương tiện là một sự tiến hóa liên tục, không hề đơn giản và tốn thời gian. Một mối quan hệ song phương được thiết lập giữa công cụ và người sử dụng. Một mặt, kiến thức của HS dần dần cách họ sử dụng công cụ và từ đó định hình công cụ (quá trình này gọi là *instrumentalization - chủ thể hoá công cụ*). Mặt khác, các đặc điểm và giới hạn của công cụ ảnh hưởng đến chiến lược giải quyết vấn đề và những hiểu biết toán học mới hình thành của HS (quá trình này gọi là *instrumentation - công cụ hoá chủ thể*). Hai quá trình này giống so với việc HS dùng kiến thức có sẵn tác động vào môi trường, môi trường phản hồi ngược trở lại, làm HS thay đổi chiến lược. Hai mặt này trong quá trình hình thành phương tiện nói lên rằng tư duy của HS bị ảnh hưởng bởi công cụ, nhưng đồng thời cũng định hình công cụ (Hoyles và Noss, 2003).

2.3.3. Môi trường học tập tích hợp công nghệ số và giáo viên

Để tìm hiểu sự tương tác giữa MTHT tích hợp CNS với HS, nhóm tác giả sẽ đề cập tới dàn dựng công cụ (instrumental orchestration) của lí thuyết tiếp cận công cụ. Trouche (2004) định nghĩa dàn dựng công cụ là sự tổ chức có chủ đích và có hệ thống các công cụ khác nhau trong một MTHT số (do GV thiết lập, nhằm hướng dẫn quá trình hình thành phương tiện của HS đối với một tình huống toán học nhất định).

Dàn dựng công cụ được xác định bởi cấu hình sự phạm (didactic configurations) tức là cách sắp xếp môi trường công cụ theo các giai đoạn khác nhau của tình huống toán học và phương thức khai thác (exploitation modes) các cấu hình này. Các vật dụng HS sử dụng cũng chính là vật dụng mà GV sử dụng để dạy học. Do đó, quá trình hình thành công cụ của chính GV cũng cần được xem xét (Trouche, 2007). GV cũng có những vật dụng riêng như tài nguyên điện tử, kinh nghiệm giảng dạy và các kịch bản bài học. Dưới góc độ này, lí thuyết quá trình hình thành công cụ là một khung lí thuyết hữu ích trong việc đào tạo GV về cách dàn dựng công nghệ: GV chính là người cũng đang tham gia vào quá trình hình thành công cụ, để biến các vật dụng của họ có thành công cụ thực sự phục vụ cho nhiệm vụ giảng dạy của mình (Bussi và Mariotti, 2008; Guin và Trouche, 2002).

2.4. Quy trình thiết kế môi trường học tập tích hợp công nghệ số dựa trên lí thuyết tình huống

Giai đoạn chuẩn bị giữ vai trò quan trọng trong việc đảm bảo tính hiệu quả và tính khoa học của toàn bộ tiến trình dạy học theo LTTH. Trong giai đoạn này, GV cần phải thực hiện một chuỗi các thao tác để xây dựng kịch bản tình huống và dàn dựng công cụ, bao gồm việc xác định mục tiêu tình huống, phân tích kiến thức toán học cần đạt, dự kiến các khó khăn và chiến lược giải của HS, và đặc biệt là thiết kế MTHT với các công cụ, phần mềm, CNS phù hợp.

GV thực hiện hai công đoạn: (1) Công đoạn 1 là *xác định và thiết kế tình huống*. GV sẽ xác định mục tiêu, phân tích đơn vị kiến thức, xác định tình huống, xem xét xem tình huống có bối cảnh thực tiễn hay không, có thực trong trải nghiệm, kinh nghiệm của HS hay không; (2) Công đoạn 2 là *dàn dựng công cụ trên MTHT tích hợp CNS*. GV sẽ tiến hành lựa chọn CNS để thiết kế, lựa chọn hệ thống phản hồi của công cụ phù hợp với ý đồ sự phạm. Từ hai công đoạn trên, nhóm tác giả đề xuất quy trình tạo dựng tình huống dạy học trên MTHT tích hợp CNS gồm 5 bước:

Bước 1: Xác định tổng quan về mục tiêu của tình huống. GV cần xác định mục tiêu của tình huống. Đánh giá mức độ phù hợp của đơn vị kiến thức được lựa chọn có phù hợp để HS tự khám phá hay không. Nếu có khả năng tổ chức cho HS khám phá, cần xác định rõ HS có thể khám phá nội dung kiến thức đó thông qua những “con đường” nào, cũng như quá trình khám phá diễn ra theo hình thức nào.

Bước 2: Thiết kế pha hành động. Trong pha hành động, HS sẽ thực hiện các yêu cầu và giải quyết các tình huống thông qua việc tương tác trực tiếp với MTHT tích hợp CNS đã được GV dàn dựng có dụng ý sư phạm. Các tình huống mà HS cần giải quyết phải đơn giản, dễ hiểu và có thực trong trải nghiệm của HS, với mức độ phức tạp của tình huống tăng dần, từ đó HS từng bước phát triển chiến lược giải quyết vấn đề thông qua việc tương tác với MTHT tích hợp CNS.

Bước 3: Thiết kế pha diễn đạt. Sau khi HS đã tương tác với MTHT tích hợp CNS, HS đã bước đầu hình thành được chiến lược giải của riêng mình. Ở pha diễn đạt, HS được yêu cầu trình bày lại cách tiếp cận mà mình đã sử dụng. Cụ thể, HS sẽ mô tả chiến lược giải quyết vấn đề qua MTHT tích hợp CNS, bao gồm các bước thực hiện, thuật giải và lí do lựa chọn phương pháp đó. Mục tiêu của pha này là tạo điều kiện để HS diễn đạt suy nghĩ một cách rõ ràng, có hệ thống; đồng thời giúp GV nhận diện và phân tích các chiến lược mà HS đã sử dụng. Đây là cơ sở quan trọng để đánh giá mức độ hiểu biết, khả năng vận dụng kiến thức và tư duy giải quyết vấn đề của từng HS.

Bước 4: Thiết kế pha kiểm chứng. Sau bước 2 và bước 3, pha kiểm chứng được triển khai nhằm kiểm tra tính đúng đắn và khả năng vận dụng của chiến lược đó trong các bối cảnh đa dạng hơn. Trong pha này, HS được yêu cầu thực hiện một bài tập gồm nhiều câu hỏi đặt trong các tình huống và bối cảnh khác nhau. Mục tiêu là xác định chiến lược giải của HS có còn phù hợp khi các biến dạy học thay đổi. Bên cạnh đó, GV có thể đưa ra các câu hỏi mang tính chất quy lạ về quen để giúp HS liên hệ và khái quát hoá kiến thức đã học trong các ngữ cảnh mới. Đồng thời, trong quá trình này, GV cũng có thể xác định những chướng ngại mà HS gặp phải khi tiếp cận và áp dụng đơn vị kiến thức mới, từ đó có cơ sở để điều chỉnh hoặc củng cố thêm về mặt phương pháp và nội dung dạy học. Bài tập được thiết kế và triển khai thông qua MTHT tích hợp CNS và HS thực hiện trực tiếp trên môi trường này. Sau khi hoàn thành và nộp bài, hệ thống sẽ tự động hiển thị điểm số và số lượng câu trả lời đúng của từng HS. Thông qua đó, GV có thể đánh giá được mức độ chính xác trong chiến lược giải quyết vấn đề của HS, đồng thời chuẩn bị cho pha tiếp theo, pha thể thức. GV có thể khai thác nguồn tài nguyên từ bốn bộ SGK Toán như Cánh diều, Chân trời sáng tạo, Kết nối tri thức với cuộc sống và Cùng khám phá để lấy các bài tập minh họa đa dạng, phù hợp với năng lực HS. Bên cạnh đó, Internet và trí tuệ nhân tạo tạo sinh (GenAI) là một kho tài liệu phong phú, nơi GV có thể tìm kiếm các bài toán thực tế, các câu hỏi mở, hoặc các bài kiểm tra tư duy toán học sáng tạo nhằm làm giàu thêm cho pha kiểm chứng này.

Bước 5: Thiết kế pha thể thức hoá. Sau khi HS đã trải nghiệm các hoạt động thông qua công cụ, phần mềm, GV yêu cầu HS chuyển sự chú ý lắng nghe GV thể thức hoá kiến thức. GV có thể trực tiếp thuyết trình hoặc trình chiếu một video được dựng sẵn để tiến hành pha thể thức hoá các tri thức toán học. Giai đoạn này nhằm hệ thống hoá những khái niệm mà HS đã khám phá trước đó.

2.5. Thiết kế tình huống dạy học nội dung thống kê lớp 11

Nhóm tác giả thiết kế tình huống dạy học nội dung công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm (Thống kê lớp 11) trên MTHT tích hợp CNS.

a) Tổng quan về tình huống

Về mục tiêu, sau khi HS trải nghiệm tình huống này trên MTHT tích hợp CNS, HS sẽ tự khám phá ra công thức tính số trung bình với bảng tần số ghép nhóm và có những ý niệm ban đầu về ý nghĩa của khái niệm đó.

Đối với nội dung số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, HS có thể tự khám phá công thức tính thông qua một chuỗi vấn đề được thiết kế hợp lí. Ở các vấn đề đầu tiên, khi dữ liệu chỉ gồm hai hoặc ba nhóm giá trị đơn giản, HS có thể dễ dàng suy luận và lựa chọn các giá trị trung điểm để đại diện cho mỗi nhóm, từ đó tính toán trung bình quen thuộc theo phương pháp cổ điển. Việc này không đòi hỏi HS phải biết trước công thức, mà xuất phát từ nhu cầu thực tế: tìm một giá trị đại diện cho toàn bộ mẫu dựa trên thông tin không đầy đủ. Khi tình huống trở nên phức tạp hơn (chẳng hạn với năm nhóm dữ liệu), HS có xu hướng khái quát quy trình tính toán thành một biểu thức tổng quát, từ đó hình thành công thức trung bình có trọng số: lấy trung điểm từng lớp nhân với tần số tương ứng rồi chia cho tổng tần số.

Tình huống này sử dụng hai công cụ số chính là Google Forms và Google Sheet. Trong đó, Google Forms sẽ được sử dụng xuyên suốt trong cả 4 bước thiết kế, bao gồm: pha uỷ thác (tình huống hành động), pha diễn đạt, pha kiểm chứng và pha thể thức hoá của GV. Google Sheet sẽ được sử dụng trong thiết kế pha hành động.

b) Thiết kế pha hành động

- Thiết kế bối cảnh của tình huống:

Tình huống: Do một lần sơ suất, cô T đã “làm mất” bảng điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của từng bạn trong lớp. Tuy nhiên, cô vẫn còn bảng thống kê số lượng HS theo các nhóm điểm mà cô đã gửi cho nhà trường để phục vụ việc hỗ trợ HS. Điểm kiểm tra cuối kì của từng HS được thống kê trong bảng sau. Người thiên tài như cô T đã chọn

một con số để làm điểm trung bình bài kiểm tra cuối kì môn Toán của lớp đó. Trong trường hợp của cô T, em sẽ chọn con số nào đại diện cho điểm trung bình của cả lớp?

Màn 1: Tổng số HS là trong lớp: 5HS Màn 2: Tổng số HS là trong lớp: 12 HS Màn 3: Tổng số HS là trong lớp: 26 HS

Điểm thi	[6; 8)
Số HS	5

Điểm thi	[4; 6)	[6; 8)
Số HS	4	8

Điểm thi	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)
Số HS	5	14	7

Màn 4: Tổng số HS là trong lớp: 35 HS

Điểm thi	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số HS	5	7	12	11

Màn 5: Tổng số HS là trong lớp: 45 HS

Điểm thi	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số HS	2	3	12	25	3

Tình huống này được thiết kế nhằm tạo cơ hội cho HS tự khám phá công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm thông qua quá trình dự đoán, thử sai và điều chỉnh chiến lược giải quyết. Để hỗ trợ quá trình này, pha hành động được chia thành 5 màn nhỏ với độ khó và mức độ phức tạp tăng dần theo từng bước, được phân bậc mịn. Trong mỗi màn, HS sẽ được tiếp cận với bảng số liệu ghép nhóm có số lượng nhóm tăng dần, cụ thể, màn 1 gồm 1 nhóm, màn 2 gồm 2 nhóm, tiếp theo là 3 nhóm, 4 nhóm và cuối cùng là 5 nhóm ở màn 5. Mỗi màn được thiết kế như một bài toán nhỏ, yêu cầu HS dự đoán và đưa ra chiến lược để tìm ra điểm trung bình, từ đó dần dần hình thành công thức tổng quát. Cùng với sự gia tăng về số nhóm, số lượng HS trong lớp ở mỗi màn cũng được điều chỉnh tăng lên, nhằm làm tăng dần mức độ phức tạp của bài toán. Cụ thể như sau: Ở màn 1, lớp chỉ có 5 HS, với số lượng nhỏ như vậy, HS có thể dễ dàng hình dung và ước lượng điểm trung bình môn Toán của cả lớp. Tương tự như vậy, số HS ở màn 2, 3, 4, 5 sẽ tăng dần về số lượng. Việc đó giúp HS từng bước đối mặt với thử thách lớn hơn, buộc phải suy nghĩ, điều chỉnh chiến lược, dự đoán quy luật. Qua đó, các người học sẽ dần hình thành được công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm một cách tự nhiên và có cơ sở.

- *Dàn dựng công cụ trên MTHT tích hợp CNS:*

Pha hành động thiết kế trên Google Sheet bao gồm năm trang tính, trong đó mỗi trang tính là một nhiệm vụ với mức độ tương ứng, gồm 5 màn nhỏ với số nhóm tăng dần. Mỗi nhóm được xếp số ngẫu nhiên từ 1 đến 10 HS một nhóm, vì vậy mỗi màn nhỏ sẽ có tổng số lượng HS khác nhau. Tại mỗi màn, HS được yêu cầu ước lượng điểm trung bình của cả lớp với kết quả được làm tròn 1 chữ số thập phân. HS trả lời bằng cách tương tác trực tiếp trên file Excel, nhận được câu trả lời tự động về tính đúng/sai của đáp án. Trong trường hợp HS trả lời chưa chính xác, phần phản hồi sẽ đưa ra gợi ý so sánh với đáp án đúng:

Điểm thi	[6; 8)	Điểm thi	[6; 8)
Số học sinh	5	Số học sinh	5
Điểm trung bình em dự đoán	10 (làm tròn 1 chữ số thập phân)	Điểm trung bình em dự đoán	7 (làm tròn 1 chữ số thập phân)
Phản hồi:	Điểm của em dự đoán đang cao hơn so với điểm của cô T	Phản hồi:	Điểm của em dự đoán trùng với điểm của cô T

Hình 5. Minh họa các trạng thái phản hồi của MTHT tích hợp CNS

Để đảm bảo HS có cơ hội giải quyết bài toán nhiều lần, số HS của mỗi nhóm được khởi tạo ngẫu nhiên. Bằng việc nhấn vào nút *Khởi tạo*, số HS trong mỗi nhóm điểm sẽ được sinh ngẫu nhiên trong phạm vi từ 1 đến 10. Các dữ liệu về số HS (ô màu vàng) được tạo ngẫu nhiên.

Tổng số học sinh:	22	Tổng số học sinh:	19				
Điểm thi	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	Điểm thi	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)
Số học sinh	7	6	9	Số học sinh	6	4	9
Điểm trung bình em dự đoán	4 (làm tròn 1 chữ số thập phân)	Điểm trung bình em dự đoán	10 (làm tròn 1 chữ số thập phân)				
Phản hồi:	Điểm của em dự đoán đang thấp hơn so với điểm của cô T	Phản hồi:	Điểm của em dự đoán đang cao hơn so với điểm của cô T				
<input type="button" value="Khởi tạo số học sinh"/> <input type="button" value="Khởi tạo"/>							

Hình 6. Minh họa khả năng tùy biến dữ liệu của MTHT tích hợp CNS

c) *Thiết kế pha diễn đạt*

Trong pha diễn đạt, HS sẽ được mô tả lại chiến lược giải hoặc thuật giải mà HS đã sử dụng để tìm ra lời giải cho bài toán đấy. Ngoài ra, HS được khuyến khích so sánh, liên hệ với những khái niệm đã học trước đó nhằm dự đoán tên gọi cho khái niệm mới. Cụ thể, khái niệm số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm có nhiều nét tương đồng với khái niệm số trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm mà HS học ở lớp 10. Chẳng hạn:

Câu 1. Mô tả chiến lược của em để tìm điểm trung bình môn Toán của các bạn trong lớp với bảng tần số ghép nhóm. Mô tả cách làm:.....

Câu 2. Khái niệm được sử dụng trong tình huống này có điểm gì tương đồng với các khái niệm mà em đã được học ở lớp trước, em chọn tên gọi phù hợp nhất trong các khái niệm sau.

A. Số trung bình. B. Số trung vị. C. Tứ phân vị thứ nhất (Q_1). D. Tứ phân vị thứ ba (Q_3). E. Mốt.

Dự đoán câu trả lời của HS: Câu 1. Em lấy giá trị đại diện của mỗi nhóm nhân với tần số tương ứng, sau đó cộng tất cả các tích lại. Cuối cùng, em chia tổng đó cho tổng số HS để tìm điểm trung bình. Câu 2. A.

d) Thiết kế pha kiểm chứng

Mục tiêu chính của pha này là giúp HS suy ngẫm, phân tích lại quá trình giải toán của bản thân, từ đó nhận diện được liệu chiến lược giải quyết vấn đề đã phù hợp, tối ưu và logic hay chưa. GV có thể thiết kế các câu hỏi bổ sung, đặt trong nhiều bối cảnh khác nhau nhưng vẫn sử dụng chung một thuật giải hoặc khái niệm cần học. Điều này vừa giúp HS phát hiện ra điểm mạnh của chiến lược, vừa giúp nhận diện những điểm cần điều chỉnh hoặc thay đổi nếu chiến lược chưa hợp lý. Chẳng hạn:

Câu 1. Tìm cân nặng trung bình của HS lớp 11D cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số HS	10	7	16	4	2	3

Câu 2. Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số HS thu được kết quả sau:

Cân nặng	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số HS	8	16	4	2	2

Tính thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn HS này.

(Sách giáo khoa Toán 11, tập 1, Kết Nối Tri Thức Với Cuộc Sống, trang 63)

e) Thiết kế pha thể thức hoá

GV thiết kế tệp trình chiếu (PowerPoint) hoặc chuẩn bị video thể thức hoá nội dung số trung bình, công thức tính số trung bình với bảng tần số ghép nhóm và ý nghĩa của số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm. Trải nghiệm pha hành động tình huống trên tại link sau: <https://byvn.net/GbJd>.

3. Kết luận

Nghiên cứu đã làm rõ khái niệm MTHT tích hợp CNS dựa theo LTTH, đồng thời phân tích mối quan hệ giữa MTHT tích hợp CNS và các thành tố còn lại của hệ thống dạy học tối thiểu. Kết quả nghiên cứu cho thấy 5 điều kiện của tình huống adidactic được “hội tụ” vào cơ chế phản hồi của CNS. Đóng góp mới của nghiên cứu là đề xuất quy trình thiết kế và xây dựng tình huống dạy học trên MTHT tích hợp CNS gồm năm bước, đồng thời thiết kế tình huống minh họa cho nội dung thống kê lớp 11 trên MTHT tích hợp CNS. Nghiên cứu góp phần bổ sung cơ sở lý luận và thực tiễn cho việc vận dụng CNS trong thiết kế tình huống dạy học toán. Tuy nhiên, nghiên cứu mới tập trung vào khía cạnh thiết kế và xây dựng tình huống dạy học, chưa tiến hành triển khai thực nghiệm để đánh giá hiệu quả trong thực tiễn. Bên cạnh đó, việc thiết kế các tình huống trên MTHT tích hợp CNS đòi hỏi GV phải có năng lực chuyên môn và năng lực sử dụng CNS nhất định. Trong các nghiên cứu tiếp theo, có thể mở rộng việc thiết kế tình huống dạy học sang các nội dung khác như xác suất, đại số hoặc hình học, cũng như ở các cấp học khác nhau. Đồng thời, việc tích hợp trí tuệ nhân tạo vào MTHT tích hợp CNS cũng là một hướng nghiên cứu tiềm năng nhằm nâng cao khả năng tương tác của MTHT tích hợp CNS.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được tài trợ bởi nguồn ngân sách khoa học và công nghệ của Trường Đại học Sư phạm Hà Nội trong đề tài cấp Trường, mã số SPHN26-01.

Tài liệu tham khảo

- AlShahrani, A., Mann, S., & Joy, M. S. (2017). Immediate feedback: a new mechanism for real-time feedback on classroom teaching practice. *International Journal on Integrating Technology in Education*, 6(2), 17-32. <https://doi.org/10.5121/ijite.2017.6202>
- Artigue, M., Haspékian, M., Cazes, C., Bottino, R. M., Cerulli, M., Kynigos, C.,... Mariotti, M. A. (2006). *Methodological tools for comparison of learning theories in technology enhanced learning in mathematics*. AL Open Science. <https://hal.science/hal-00190114v1>
- Bessot, A. (2024). *Introduction to the theory of situations*. AL Open Science. <https://hal.science/hal-04500947v1>

- Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques* (pp. 115-160). La Pensée Sauvage. <https://hal.science/hal-00516595v2>
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/0-306-47211-2>
- Brousseau, G., & Warfield, V. (2020). Didactic Situations in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 206-213). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_47
- Bussi, M. G. B., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 746-783). Routledge.
- Cai, Z., Gui, Y., Mao, P., Wang, Z., Hao, X., Fan, X., & Tai, R. H. (2023). The effect of feedback on academic achievement in technology-rich learning environments (TREs): A meta-analytic review. *Educational Research Review*, 39, 100521. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100521>
- Drijvers, P. H. M. (2015). Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't). In S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 135-151). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_8
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M.-A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., Dana-Picard, T., Gueudet, G., Kidron, I., Leung, A., & Meagher, M. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology - Rethinking the terrain: The 17th ICMI study* (pp. 89-132). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7
- García-Peñalvo, F. J. (2021). Avoiding the dark side of digital transformation in teaching. An institutional reference framework for eLearning in higher education. *Sustainability*, 13(4), 2023. <https://doi.org/10.3390/su13042023>
- Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of instrumental orchestrations. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(5), 204-211. <https://hal.science/hal-00190085v1>
- Haspekian, M. (2005). An “instrumental approach” to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: the case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(2), 109-141. <https://doi.org/10.1007/s10758-005-0395-z>
- Hegedus, S., & Moreno-Armella, L. (2020). Information and communication technology (ICT) affordances in Mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_78
- Hoyle, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education? In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (Vol. 10, pp. 1-28). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0273-8_11
- Huang, W., Brown, G. T. L., & Stephens, J. M. (2023). How Technology Assists the Feedback Process in a Learning Environment: A Review. In *2023 IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT)* (pp. 326-328). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICALT58122.2023.00101>
- Ibarra-Sáiz, M. S., Gómez-Ruiz, M. Á., Balderas, A., & Rodríguez-Gómez, G. (2025). Improving Learning Through Evaluative Judgement and Feedback Using a Technology-Enhanced Assessment Environment. *Technology, Knowledge and Learning*, 1-31. <https://doi.org/10.1007/s10758-025-09858-2>
- Kharlamenko, I. V., & Vonog, V. V. (2020). Feedback as a form of control in a technogenic educational environment. *Informatics and Education*, 5, 44-49. <https://doi.org/10.32517/0234-0453-2020-35-5-44-49>
- Leffler (2016). *The SAMR model* [Diagram]. Wikimedia Commons. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_SAMR_Model.jpg
- Mackrell, K., Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem. In C. Margolinas (Ed.), *Task design in mathematics education: Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 81-91). ICMI. <https://hal.science/hal-00988731v1>
- Margolinas, C. (1995). Dévolution et institutionnalisation: Deux aspects antagonistes du rôle du maître. In C. Comiti, T. Ngo Anh, A. Bessot, M.-P. Chichignoud, & J.-C. Guillaud (Eds.), *Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants* (pp. 342-347). Maison d'Édition de l'Éducation. <https://shs.hal.science/halshs-00429269v1>

- Moreno-Armella, L., & Hegedus, S. J. (2009). Co-action with digital technologies. *ZDM Mathematics Education*, 41(4), 505-519. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0200-x>
- Narciss, S. (2008). Feedback strategies for interactive learning tasks. In J. M. Spector, M. D. Merrill, J. J. G. van Merriënboer, & M. P. Driscoll (Eds.), *Handbook of research on educational communications and technology* (3rd ed., pp. 125-144). Lawrence Erlbaum Associates.
- Nguyễn Bá Kim (2017). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Puentedura, R. (2013). *The SAMR ladder: Questions and transitions*. <http://www.hippasus.com/rrpweblog/archives/2013/05/29/SAMREnhancementToTransformation.pdf>
- Quan, P. T., Tu, N. N., Hoa, D. T., & Ha, D. T. (2025). Factors influencing high school teachers' use of ICT in teaching mathematics: Insights from Northern Vietnam. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 6(2), ep25010. <https://doi.org/10.30935/conmaths/16437>
- Rabardel, P. (2002). *People and technology*. Université Paris 8. <https://hal.science/hal-01020705v1>
- St Omer, S. M., Evers, K., Wang, C.-Y., & Chen, S. (2025). Technology-enhanced mathematics learning: review of the interactions between technological attributes and aspects of mathematics education from 2013 to 2022. *Humanities and Social Sciences Communications*, 12, 1-13. <https://doi.org/10.1057/s41599-025-05475-7>
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for mathematical learning*, 9(3), 281-307.
- Trouche, L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques? In R. Floris & F. Conne (Eds.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques: Intégrer des artefacts complexes, en faire des instruments au service de l'enseignement et de l'apprentissage* (pp. 19-38). De Boeck. <https://doi.org/10.3917/dbu.flori.2007.01.0019>
- Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. In R. Noirfalise & M.-J. Perrin (Eds.), *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 174-185). IREM.