

## DAY HỌC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC VIÊN SĨ QUAN THEO CHU TRÌNH BLUM TÍCH HỢP GEOGEBRA

TEACHING MATHEMATICAL MODELLING TO OFFICER CADETS BASED ON BLUM'S MODELLING CYCLE  
INTEGRATED WITH GEOGEBRA

Vi Tiến Dũng

Trường Sĩ quan Lục Quân 1

Email: [dungtienvi@gmail.com](mailto:dungtienvi@gmail.com)

### Article history

Received: 27/01/2026

Accepted: 18/3/2026

Published: 29/4/2026

### Keywords

Mathematical modelling,  
Blum's seven-step modelling  
cycle, GeoGebra, military  
education, technology  
integration

### ABSTRACT

Against the backdrop of digital transformation and its profound impact on education, the innovation of mathematics teaching methods aimed at developing mathematical modelling competence among officer cadets in military educational institutions has become more urgent than ever. This paper proposes the design of applied mathematics lessons based on Blum's seven-step modelling cycle, with digital technology integrated through GeoGebra. The proposed approach was implemented with officer cadets and focused on practice-oriented military problems, including logistics and force coordination, in order to illustrate its effectiveness. The theoretical framework, grounded in recent studies, indicates that the integration of technology provides substantial support for the modelling process, particularly in the stages of model validation, debugging, refinement and feedback. Preliminary findings suggest that the use of Blum's modelling cycle integrated with GeoGebra not only enhances the quality of training but also personalises the learning experience and enables the vivid simulation of strategic situations in the classroom.

### 1. Mở đầu

Sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ số đang đặt ra yêu cầu đổi mới căn bản giáo dục theo hướng phát triển năng lực người học. Nhiều nghiên cứu quốc tế, tiêu biểu là OECD thông qua các chương trình đánh giá PISA cho thấy khả năng vận dụng kiến thức để giải quyết các vấn đề thực tiễn là thước đo quan trọng của chất lượng giáo dục. Trong lĩnh vực giáo dục toán học, Blum và Niss (1991) khẳng định mô hình hóa toán học là năng lực trung tâm, thể hiện mối liên hệ chặt chẽ giữa toán học và thực tiễn. Ở Việt Nam, định hướng dạy học phát triển năng lực trong Chương trình giáo dục phổ thông 2018 đặt ra yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học môn Toán theo hướng này (Bộ GD-ĐT, 2018). Vì vậy, việc chú trọng phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho người học trở thành một yêu cầu mang tính tất yếu trong bối cảnh hiện nay. Trong môi trường quân đội, đặc biệt đối với học viên các trường sĩ quan, năng lực này mang ý nghĩa rất lớn vì mô hình hóa toán học giúp rèn luyện tư duy logic, kỹ năng phân tích và ra quyết định trong môi trường quân sự phức tạp. Thông qua mô hình hóa, học viên có thể áp dụng toán học vào các kịch bản chiến lược; lập kế hoạch tác chiến đến quản lý hậu cần... nhằm tối ưu hóa nguồn lực và nâng cao hiệu quả chỉ huy.

Tuy nhiên, thực trạng dạy học toán ở các trường đại học quân sự cho thấy còn nhiều hạn chế. Nội dung chương trình hiện hành ít tích hợp bài toán thực tế quân sự, phương pháp giảng dạy truyền thống thiên về truyền thụ lý thuyết hơn là phát triển kỹ năng mô hình hóa. Học viên thường chỉ giải quyết các bài toán với mô hình toán học có sẵn, bắt đầu từ bước giải kỹ thuật thay vì tự xây dựng mô hình từ tình huống thực tế. Điều này dẫn đến việc bỏ qua các bước đầu và cuối của quá trình mô hình hóa, làm hạn chế khả năng kết nối toán học với đời sống. Khảo sát 95 học viên tại Trường Sĩ quan Lục quân 1 cho thấy đa số còn yếu trong các bước quan trọng của mô hình hóa: 40% học viên yếu ở khâu đơn giản hóa vấn đề, chưa biết cách xác định yếu tố quan trọng và loại bỏ thông tin không thiết yếu; 33.69% yếu ở khâu giải thích kết quả, tức khó diễn giải kết quả toán học theo ngữ cảnh thực tiễn. Rất ít học viên nhận ra hạn chế của mô hình hiện tại để đề xuất điều chỉnh. Những con số này phản ánh sự thiếu hụt trải nghiệm mô hình hóa trong học tập, đòi hỏi phải có giải pháp sư phạm bù đắp.

Trước thực tế đó, việc đưa chu trình mô hình hóa 7 bước của Blum (Blum và Leiß, 2007) vào dạy học được kì vọng sẽ giúp học viên trải qua đầy đủ các giai đoạn từ hiểu vấn đề thực tế đến đánh giá và hiệu chỉnh mô hình. Chu trình toàn diện này nhấn mạnh giải quyết vấn đề thực tiễn hơn là chỉ rèn luyện kĩ năng toán học thuần túy, qua đó phát triển năng lực mô hình hóa toàn diện cho người học. Đồng thời việc tích hợp công nghệ số, cụ thể là phần mềm hình học động GeoGebra vào từng bước của chu trình sẽ tạo ra môi trường học tập tương tác và hiệu quả hơn. GeoGebra cho phép mô phỏng trực quan, tính toán nhanh và cung cấp phản hồi tức thì, rất hữu ích trong việc kiểm tra và điều chỉnh mô hình. Nghiên cứu của Aktaş và Hıdıroğlu (2024) cho thấy trong quá trình mô hình hóa có hỗ trợ công nghệ, kĩ năng *debugging* (gỡ lỗi) - tức tìm và sửa sai - của người học thường xuất hiện ở các bước diễn giải, kiểm tra và điều chỉnh kết quả. GeoGebra đóng vai trò như một “cầu nối” bán kí hiệu (semiotic mediator) giúp học viên nhận ra lỗi và cải thiện cách giải quyết vấn đề: Học viên chuyển ý tưởng toán học vào GeoGebra và nhận được phản hồi trực quan, từ đó điều chỉnh suy luận của mình. Điều này gợi ý rằng tích hợp GeoGebra có thể hỗ trợ đắc lực cho học viên ở giai đoạn cuối chu trình mô hình hóa, khi cần đánh giá và hiệu chỉnh mô hình.

Bài báo này trình bày một thiết kế bài học toán ứng dụng định hướng mô hình hóa theo mô hình 7 bước của Blum, có tích hợp GeoGebra ở từng bước. Thiết kế được áp dụng thực nghiệm cho đối tượng học viên đào tạo sĩ quan với các bài toán xuất phát từ bối cảnh quân sự nhằm tăng tính hứng thú và sát thực. Mục tiêu nghiên cứu gồm: (1) Mô tả cách tích hợp GeoGebra trong từng bước của chu trình mô hình hóa để hỗ trợ hoạt động học; (2) Đánh giá hiệu quả bước đầu của phương pháp này đối với năng lực mô hình hóa toán học của học viên. Nghiên cứu kết hợp phương pháp định tính (quan sát lớp học, phỏng vấn học viên) và định lượng (so sánh bài làm, phiếu khảo sát tự đánh giá trước-sau thực nghiệm) để có cái nhìn toàn diện về tác động của giải pháp. Trong các phần sau, bài báo sẽ trình bày cơ sở lí luận, thiết kế sư phạm chi tiết, kết quả thực nghiệm và những kết luận rút ra cùng khuyến nghị cho việc dạy học toán trong kỉ nguyên số.

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Phương pháp nghiên cứu

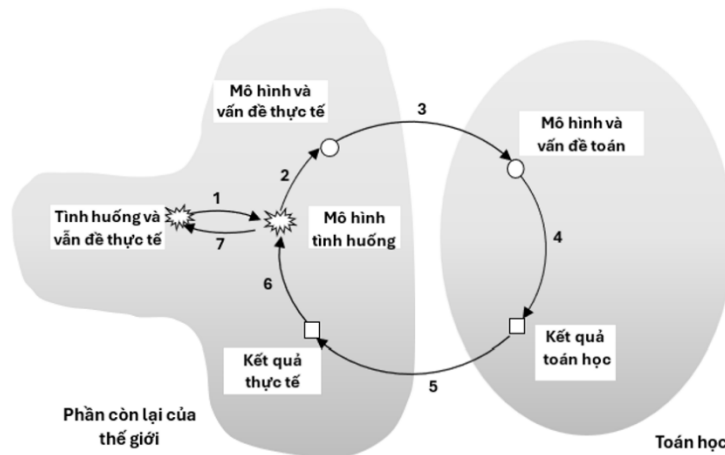
Bài báo sử dụng kết hợp các phương pháp phân tích tài liệu, khảo sát thực trạng, xin ý kiến chuyên gia và thử nghiệm sư phạm bước đầu. Trước hết, tác giả tổng hợp các nghiên cứu về mô hình hóa toán học, chu trình mô hình hóa của Blum và vai trò của công cụ số trong dạy học Toán để xây dựng cơ sở thiết kế bài học. Trên cơ sở đó, khảo sát được thực hiện với 95 học viên tại Trường Sĩ quan Lục quân 1 nhằm nhận diện những khó khăn chủ yếu của học viên ở các khâu hiểu tình huống thực tiễn, đơn giản hóa vấn đề, thiết lập mô hình, diễn giải và kiểm tra kết quả. Tiếp theo, một bài học toán ứng dụng theo chu trình mô hình hóa 7 bước của Blum, có tích hợp GeoGebra, được thiết kế và xin ý kiến 6 giảng viên toán để rà soát tính phù hợp của tình huống, nhiệm vụ học tập và tiêu chí đánh giá.

Thử nghiệm sư phạm được tiến hành với 27 học viên lớp 3 hệ 2 cử tuyển vào tháng 9/2025. Dữ liệu nghiên cứu gồm bài làm trước và sau thử nghiệm, sản phẩm hoạt động nhóm, phiếu phản hồi sau giờ học và ghi chép quan sát lớp học. Dữ liệu định tính được phân tích theo các biểu hiện gắn với các thành phần của năng lực mô hình hóa toán học như: hiểu và đơn giản hóa tình huống, toán học hóa, làm việc với mô hình, diễn giải, kiểm tra và điều chỉnh mô hình. Dữ liệu định lượng chỉ được xử lí bằng thống kê mô tả để ghi nhận xu hướng thay đổi bước đầu, do nghiên cứu không nhằm khẳng định hiệu quả của biện pháp trên diện rộng.

### 2.2. Mô hình hóa toán học và mô hình 7 bước của Blum

Mô hình hóa toán học được hiểu là quá trình chuyển một vấn đề từ thực tế sang dạng toán học, giải quyết bằng các công cụ toán học rồi diễn giải kết quả ngược trở lại bối cảnh ban đầu. Nói cách khác, mô hình hóa chính là cầu nối giữa thế giới thực và thế giới trừu tượng của toán học. Blum và Niss (1991) nhấn mạnh việc xây dựng mô hình bao gồm khâu lựa chọn giả định và đơn giản hóa thực tế để phù hợp mục tiêu phân tích. Quá trình mô hình hóa mang tính chất lặp vòng (tuần hoàn): xuất phát từ một tình huống thực tiễn, người giải quyết trải qua nhiều bước từ hiểu vấn đề đến thiết lập mô hình, giải quyết và kiểm tra, hiệu chỉnh mô hình. Nếu kết quả chưa thỏa đáng, cần điều chỉnh mô hình hoặc giả định và thực hiện lại chu trình cho đến khi có giải pháp chấp nhận được.

Trong nghiên cứu giáo dục toán, quy trình 7 bước của Blum được xem là một mô hình tiêu biểu mô tả chi tiết các giai đoạn của mô hình hóa toán học. Cụ thể, người học cần thực hiện tuần tự các bước sau (hình 1): (1) Kiến tạo vấn đề; (2) Đơn giản hóa vấn đề hoặc cấu trúc hóa vấn đề; (3) Toán học hóa; (4) Làm việc trong môi trường toán học; (5) Giải thích kết quả; (6) Xác nhận kết quả; (7) Làm rõ nghĩa.

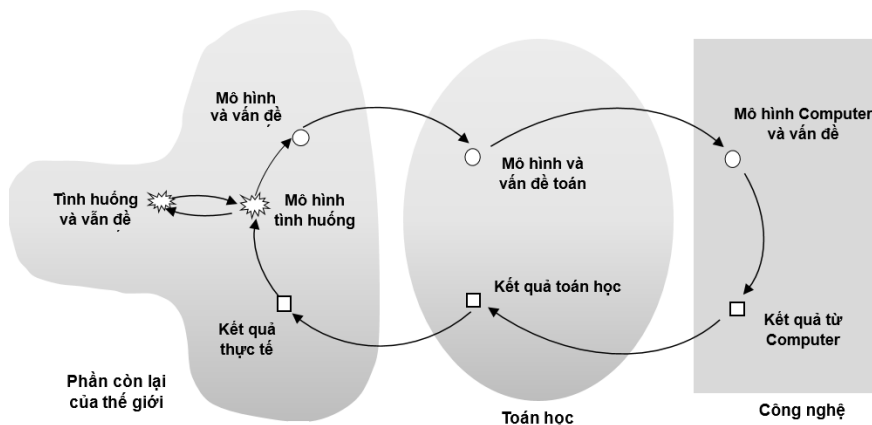


Hình 1. Quy trình Mô hình hóa Toán học theo quan điểm thực tiễn của Blum (Nguồn: Blum và Leiss (2007))

Chu trình trên nhấn mạnh rằng năng lực mô hình hóa toán học thể hiện ở việc người học thực hiện đầy đủ và linh hoạt các bước này một cách thích hợp. Nếu trong dạy học chỉ chú trọng giải bài toán sau khi đã có mô hình toán học (tức bắt đầu từ bước 3 hoặc 4), người học sẽ không phát triển được kĩ năng phân tích tình huống thực hay đánh giá mô hình - những thành tố quan trọng của năng lực mô hình hóa. Do đó, giảng viên cần thiết kế hoạt động để học viên được trải nghiệm trọn vẹn quy trình mô hình hóa: xuất phát từ tình huống thực tiễn đến mô hình toán học, rồi trở lại kết quả thực tiễn, qua đó hiểu sâu sắc mối liên hệ giữa toán học và thực tế.

**2.3. Tích hợp công nghệ số và vai trò của GeoGebra trong dạy học mô hình hóa**

Sự phát triển của công nghệ thông tin đã mở ra những cơ hội mới để hỗ trợ quá trình dạy học mô hình hóa toán học. Nhiều công cụ số như phần mềm toán học động, mô phỏng, tính toán (GeoGebra, MATLAB, Maple, ...), bảng tương tác, và gần đây là trí tuệ nhân tạo đã được ứng dụng vào giáo dục toán. Theo Drijvers (2003), sự xuất hiện của các công cụ kĩ thuật số đã làm thay đổi cách học toán, cho phép trực quan hóa và thực nghiệm hóa nhiều khái niệm trừu tượng, đồng thời thúc đẩy người học tương tác tích cực hơn với bài toán. Trong bối cảnh mô hình hóa, công nghệ số có thể tham gia vào hầu hết các giai đoạn của chu trình: từ bước khảo sát, thu thập và xử lý dữ liệu tình huống ban đầu, cho đến việc giải quyết mô hình toán học và trực quan hóa kết quả. Siller và Greefrath (2010) đã đề xuất một mô hình mô hình hóa mở rộng gồm ba “thế giới”: thế giới thực, thế giới toán học và thế giới công nghệ. Theo đó, công nghệ đảm nhận vai trò xử lý mô hình toán học bằng máy tính (tạo mô hình máy tính) và tính toán để cho ra kết quả trên máy tính, trước khi những kết quả này được diễn giải thành kết quả toán học và chuyển về thế giới thực. Ưu điểm của mô hình này là phù hợp với bối cảnh hiện đại khi máy tính có thể giải quyết nhanh các bài toán phức tạp, tăng độ chính xác của kết quả.



Hình 2. Quy trình MHHTH tích hợp công nghệ số của Siller và Greefrath (2010)

Tuy nhiên, tích hợp công cụ số không nên chỉ giới hạn ở giai đoạn tính toán kết quả. Nhược điểm của mô hình Siller và Greefrath (2010) ở trên là chưa khai thác vai trò công nghệ trong các bước đầu như xây dựng mô hình tình

huống hay chuyển đổi mô hình thực sang mô hình toán. Trong khi đó, Schaap và cộng sự (2011) lại chỉ ra rằng công cụ số có tiềm năng hỗ trợ ngay từ các bước đầu tiên của chu trình mô hình hóa. Thật vậy, công nghệ có thể giúp người học hiểu rõ vấn đề thực tiễn (bước 1) thông qua các tư liệu đa phương tiện, mô phỏng trực quan tình huống; hỗ trợ xây dựng mô hình tình huống (bước 2) bằng cách cho phép thử nghiệm với dữ liệu thực hoặc quan sát tương tác giữa các biến số của tình huống; thậm chí trợ giúp một phần trong việc toán học hóa (bước 3) nhờ các công cụ đo đạc, vẽ hình, thống kê dữ liệu, ... Như vậy, khi được tích hợp khéo léo, công nghệ số có thể song hành cùng người học trong toàn bộ quá trình mô hình hóa, chứ không chỉ là “máy tính giải toán” ở giai đoạn giữa.

Trong số các công cụ số hiện nay, thì GeoGebra được nhận định là một phần mềm đa năng và thân thiện cho dạy học toán. GeoGebra hỗ trợ hình học động, đại số, bảng tính, đồ thị, thống kê và tính toán - một môi trường tích hợp rất phù hợp để mô phỏng các mô hình toán học và tình huống thực tế. Nghiên cứu của Flehantov và Ovsiienko (2019) cho thấy việc sử dụng song song Excel và GeoGebra giúp học viên rèn luyện các bước cơ bản của mô hình hóa toán học hiệu quả hơn. Đặc biệt, trong quá trình mô hình hóa có sự hỗ trợ của máy tính, GeoGebra được coi là công cụ kích thích tư duy quan trọng trong thao tác “gỡ lỗi” (debugging) cho người học. *Debugging* vốn là một kỹ năng cốt lõi của tư duy tính toán (computational thinking), được định nghĩa là khả năng nhận biết, định vị và sửa chữa lỗi sai. Trong bối cảnh mô hình hóa toán học, “lỗi” có thể là sai sót tính toán, sai giả định, hoặc sự không phù hợp giữa kết quả mô hình và thực tế. Aktaş và Hıdıroğlu (2024) đã chỉ ra rằng các hành động tư duy liên quan đến debugging thường xuất hiện ở các bước cuối của quá trình mô hình hóa (diễn giải kết quả, kiểm định và điều chỉnh mô hình) khi sử dụng công nghệ. GeoGebra cung cấp môi trường tương tác giúp học viên nhận ra sai lầm của mình: ví dụ, khi kết quả biểu diễn trên GeoGebra không khớp với mong đợi thực tế, người học sẽ nhận biết lỗi (error recognition); họ có thể thử nghiệm chỉnh sửa tham số hoặc biểu thức trên phần mềm để sửa lỗi (error correction), và phần mềm ngay lập tức phản hồi bằng kết quả mới. Qua quá trình này, GeoGebra đóng vai trò trung gian kí hiệu (semiotic mediator) hữu hiệu - nó kết nối suy nghĩ toán học của người học với hiện thực bằng các biểu diễn trực quan, giúp người học điều chỉnh và cải thiện mô hình trong đầu mình. Việc tích hợp GeoGebra do đó không chỉ giúp tự động hóa các phép tính mà quan trọng hơn, nó còn tạo ra một vòng phản hồi liên tục, khuyến khích người học tự kiểm tra và phát hiện bất hợp lí, từ đó nâng cao tính tự điều chỉnh trong học tập.

Tóm lại, cơ sở lí luận cho cách tiếp cận đề xuất trong bài báo này là: (1) Chu trình mô hình hóa 7 bước của Blum đảm bảo học viên được rèn luyện đầy đủ các thành phần của năng lực mô hình hóa toán học; (2) Việc tích hợp công nghệ (điển hình là GeoGebra) vào chu trình này sẽ hỗ trợ người học ở từng bước, đặc biệt giúp trực quan hóa vấn đề, tính toán hiệu quả và tự phát hiện - sửa sai trong quá trình giải quyết. Phần tiếp theo sẽ trình bày chi tiết cách thiết kế bài học cụ thể theo định hướng trên.

#### 2.4. Thiết kế bài học theo chu trình Blum tích hợp GeoGebra

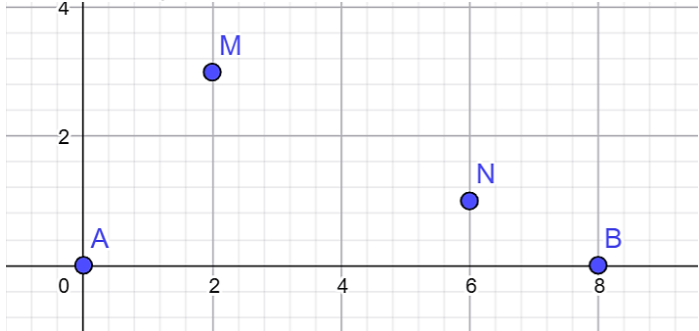
Dựa trên cơ sở lí luận đã trình bày, chúng tôi tiến hành thiết kế một bài học môn Toán ứng dụng theo định hướng mô hình hóa, dành cho học viên năm thứ nhất hệ đào tạo sĩ quan. Bài học được xây dựng xoay quanh một tình huống thực tiễn quân sự để đảm bảo tính hấp dẫn và ý nghĩa đối với người học với tình huống: “*Xác định vị trí đặt trạm hậu cần tiền phương tối ưu phục vụ đơn vị cơ động*”. Tình huống này được lồng ghép vào bối cảnh học viên phải vận dụng kiến thức hình học giải tích và tối ưu (khoảng cách, tọa độ, đạo hàm tìm cực trị).

**Mục tiêu bài học:** Học viên có thể (1) hiểu và mô hình hóa được vấn đề tối ưu hóa trong bối cảnh quân sự, (2) thiết lập và giải quyết được mô hình toán học tương ứng, (3) sử dụng công cụ GeoGebra để hỗ trợ giải quyết bài toán và trực quan hóa kết quả, (4) kiểm tra và phân tích tính hợp lí của kết quả, từ đó rút ra kết luận và đề xuất điều chỉnh nếu cần.

**Tiến trình dạy học theo mô hình 7 bước của Blum tích hợp GeoGebra:** Bài học được thiết kế trong 1 tiết (45 phút), trong đó học viên làm việc theo nhóm nhỏ và giảng viên đóng vai trò tổ chức, hỗ trợ, gợi ý. Bảng 1 dưới đây mô tả chi tiết các hoạt động dạy - học tương ứng với 7 bước mô hình hóa của Blum cùng với vai trò của GeoGebra ở từng bước.

Bảng 1. Tích hợp GeoGebra trong quy trình 7 bước của Blum (minh họa với bài toán đặt trạm hậu cần).

Các bước thực hiện chu trình	Hoạt động dạy học và tích hợp GeoGebra
Bước 1: Xác định vấn đề	- Học viên đọc kĩ yêu cầu, thảo luận nhóm để xác định: bài toán hỏi gì, dữ liệu nào đã cho (tọa độ các điểm, số liệu khoảng cách) và cần tìm đại lượng nào (tọa độ điểm đặt trạm). GeoGebra hỗ trợ bước này qua việc trực quan hóa: học viên quan sát mô phỏng vị trí các đơn vị M, N trên màn hình, hiểu ngay bài toán là tìm điểm K trên đoạn AB tối ưu về khoảng cách tổng.

	<p>- Giảng viên giới thiệu tình huống bằng mô tả sinh động: Hai trung đội M và N đang đóng quân tại hai vị trí khác nhau trên bản đồ; cần đặt một trạm y tế dã chiến dọc theo trục đường AB sao cho tổng quãng đường từ trạm tới hai trung đội là ngắn nhất. Giảng viên chiếu hình ảnh bản đồ địa hình hoặc sử dụng GeoGebra vẽ sơ đồ để minh họa tình huống.</p> 
<p>2. Xây dựng mô hình tình huống (Đơn giản hóa, xác định yếu tố chính)</p>	<p>- Học viên thảo luận về những yếu tố quan trọng của tình huống: khoảng cách từ trạm đến M và N là những yếu tố ảnh hưởng trực tiếp. Các yếu tố khác (địa hình, thời tiết...) tạm thời bỏ qua để đơn giản hóa mô hình. Học viên xác định biến số cần tìm: vị trí điểm K dọc theo AB (có thể biểu diễn bằng một ẩn số, chẳng hạn khoảng cách từ A đến K).</p> <p>- Giảng viên hướng dẫn học viên biểu diễn các đối tượng trên GeoGebra: đặt điểm A, B cố định; chèn hai điểm M, N với tọa độ cho trước. Sau đó, để học viên tự đưa ra cách biểu diễn một điểm K trên đoạn AB. GeoGebra ở bước này hỗ trợ mô phỏng tương tác: học viên có thể kéo thả điểm K dọc theo đoạn AB và quan sát trực tiếp sự thay đổi tổng khoảng cách KM + KN. Điều này giúp học viên nhận thức định tính về bài toán (ví dụ thấy khi K ở giữa AB thì tổng khoảng cách giảm, nếu K quá gần A hoặc B thì tổng khoảng cách tăng).</p>
<p>3. Chuyển hóa sang mô hình toán học (Thiết lập mô hình toán học)</p>	<p>- Học viên từ mô hình tình huống sẽ thiết lập công thức toán học cho “tổng khoảng cách từ K đến M và N” theo biến số đã chọn. Với sự hỗ trợ của GeoGebra, học viên có thể xác định tọa độ các điểm: giả sử <math>A(0,0)</math>, <math>B(8,0)</math>, <math>M(2,3)</math>, <math>N(6,1)</math>. Nếu đặt <math>K(x,0)</math> trên AB (với <math>0 \leq x \leq 8</math>), thì độ dài CM và CN có thể biểu diễn bởi công thức khoảng cách. GeoGebra cho phép học viên quan sát trực quan và phát hiện ra được kết quả tối ưu cho bài toán.</p> <p>- Giảng viên gợi ý học viên viết:</p> $d_{KM} = \sqrt{(x-2)^2 + (0-3)^2}; d_{KN} = \sqrt{(x-6)^2 + (0-1)^2}$ <p>Tổng khoảng cách <math>f(x) = d_{KM} + d_{KN}</math>. Đây chính là mô hình toán học của vấn đề (một hàm số cần tìm giá trị nhỏ nhất trên đoạn <math>[0,8]</math>). GeoGebra hỗ trợ bước này bằng giao diện đại số: Học viên nhập các công thức trên vào GeoGebra để kiểm tra tính đúng đắn (phần mềm sẽ hiện biểu thức hoặc giá trị tính toán).</p>
<p>4. Giải quyết mô hình toán học (Giải bài toán tìm cực trị)</p>	<p>- Học viên áp dụng kiến thức toán (đạo hàm và tìm cực trị của hàm một biến) để giải bài toán. học viên tính đạo hàm <math>f'(x)</math>, giải phương trình <math>f'(x) = 0</math> (bằng tay hoặc dùng công cụ tính toán của GeoGebra). Chẳng hạn, <math>f(x) = \sqrt{(x-2)^2 + 9} + \sqrt{(x-6)^2 + 1}</math>. Để tìm cực tiểu, học viên có thể bình phương rồi đạo hàm, hoặc sử dụng ngay lệnh tối ưu của GeoGebra. GeoGebra có công cụ CAS cho phép giải phương trình phi tuyến, hoặc lệnh tìm Min trên đoạn. học viên thử sử dụng lệnh <math>Min(f, 0, 8)</math> trong GeoGebra, phần mềm trả về giá trị <math>x = 5</math> và <math>f(x)_{\min} \approx 5.56</math>.</p>

	- Giảng viên lưu ý học viên kiểm tra lại bằng cách thử dịch chuyển điểm K trên màn hình: khi K ở khoảng $x = 5$ , tổng khoảng cách hiển thị đạt giá trị nhỏ nhất. Bằng cách này, học viên đã tìm được kết quả toán học: vị trí tối ưu C(5,0) và tổng khoảng cách tối thiểu 5.56 km. GeoGebra ở bước này đóng vai trò công cụ tính toán và hình học động giúp tìm lời giải nhanh và kiểm chứng trực quan lời giải đó.
5. Diễn giải kết quả ( <i>Kết quả toán học → kết quả thực tiễn</i> )	- Học viên cùng thảo luận ý nghĩa của kết quả vừa tìm được ở ngữ cảnh bài toán thực tế: Điểm K(5,0) tương ứng vị trí trên đoạn AB cách A là 5 km (cách B là 3km do AB dài 8 km). Tổng quãng đường từ trạm tại K đến hai trung đội M, N là khoảng 5.56 km. - Giảng viên đặt câu hỏi: “Kết quả này cho chúng ta điều gì? Vì sao vị trí K lại hợp lý?” để hướng dẫn học viên kết nối với thực tiễn. Học viên trả lời: Điểm đặt trạm cách đều tương đối hai trung đội (K nằm giữa A và B) giúp cân bằng khoảng cách, giảm thời gian tiếp cận thương binh từ cả hai phía.
6. Kiểm tra kết quả trong thực tiễn ( <i>Xác nhận và đánh giá giải pháp</i> )	Ở bước này, Giảng viên và học viên cùng thảo luận tính khả thi của kết quả trong bối cảnh thực tế quân sự. - Giảng viên đặt vấn đề: “Liệu điểm K tìm được có chắc chắn là phương án tối ưu trên thực địa? Có yếu tố nào thực tế có thể ảnh hưởng không?” - Học viên phân tích: Kết quả toán học dựa trên giả định địa hình phẳng và quãng đường tính theo đường thẳng. Trong thực tế, địa hình có thể phức tạp (đồi núi, sông ngòi) khiến quãng đường di chuyển không thể là đường thẳng tuyệt đối. Học viên cũng kiểm tra độ nhạy của kết quả: sử dụng GeoGebra thay đổi nhẹ tọa độ M, N (ví dụ giả sử M dịch chuyển hoặc khoảng cách AB dài hơn) để xem vị trí tối ưu K thay đổi ra sao.
7. Điều chỉnh mô hình (nếu cần) ( <i>Hiệu chỉnh và mở rộng vấn đề</i> )	Sau khi thảo luận: Giảng viên dẫn dắt học viên suy nghĩ về khả năng mở rộng hoặc điều chỉnh mô hình để phù hợp hơn với thực tiễn. Ví dụ: “Nếu xét đến yếu tố địa hình đồi núi thì mô hình sẽ thay đổi thế nào?”.

### 2.5. Kết quả thực nghiệm sơ phạm bước đầu và bàn luận

Kết quả quan sát cho thấy bài học giúp học viên tham gia rõ hơn vào các bước đầu và cuối của quá trình mô hình hóa. Trước thực nghiệm, nhiều học viên có xu hướng đi ngay vào tính toán, bỏ qua việc nêu giả định và kiểm tra kết quả. Trong giờ học, tất cả các nhóm đều hoàn thành đến bước kiểm tra tính hợp lý; một số nhóm tiếp tục đề xuất điều chỉnh mô hình khi xét thêm địa hình hoặc đường cơ động. Điều này cho thấy việc tổ chức hoạt động theo chu trình Blum đã tạo khung làm việc rõ ràng hơn cho học viên. GeoGebra tạo tác động tích cực ở ba điểm: Thứ nhất, công cụ trực quan giúp học viên hiểu nhanh hơn quan hệ giữa vị trí K và tổng quãng đường. Thứ hai, khi nhập công thức hoặc kéo điểm K, học viên nhận được phản hồi tức thời, từ đó dễ phát hiện kết quả bất thường. Thứ ba, phần mềm làm cho hoạt động kiểm tra và điều chỉnh mô hình trở nên cụ thể hơn: học viên có thể thay đổi tọa độ, quan sát vị trí tối ưu dịch chuyển và thảo luận nguyên nhân. Trong quá trình thực nghiệm, có ít nhất 3 nhóm tự phát hiện và sửa lỗi nhập công thức hoặc nhầm lẫn khoảng cách sau khi kết quả hiển thị trên GeoGebra không phù hợp với dự đoán.

Kết quả định lượng cũng cho thấy xu hướng cải thiện. Tiêu chí đơn giản hóa và cấu trúc hóa vấn đề có chuyển biến rõ: trước thực nghiệm chỉ khoảng 30% học viên đạt mức khá/tốt và 40% ở mức yếu; sau thực nghiệm, 67% đạt mức khá/tốt và không còn học viên ở mức quá yếu. Tiêu chí diễn giải kết quả theo ngữ cảnh cũng được cải thiện: trước thực nghiệm 33,69% học viên ở mức yếu; sau thực nghiệm tỉ lệ này giảm còn 10%, trong khi 60% đạt mức khá. Điểm trung bình bài kiểm tra tăng từ 6,5 lên 7,8 trên thang 10; kiểm định T-test cho cặp mẫu phụ thuộc cho thấy sự khác biệt có ý nghĩa thống kê ở mức  $p < 0,05$ . Kết quả khảo sát cảm nhận sau thực nghiệm cho thấy 93% học viên thích cách học theo tiếp cận mô hình hóa có hỗ trợ GeoGebra và 90% cho rằng cách học này giúp hiểu rõ hơn ý nghĩa của toán học so với cách học truyền thống. Những con số này phù hợp với ghi chép quan sát: học viên tích cực trao đổi hơn, mạnh dạn nêu giả định và dễ tham gia vào hoạt động kiểm tra kết quả hơn khi có công cụ trực quan hỗ trợ.

Bảng 2. Một số kết quả trước và sau thực nghiệm

Nội dung đánh giá	Trước thực nghiệm	Sau thực nghiệm	Nhận xét
Đơn giản hóa và cấu trúc hóa vấn đề	Khoảng 30% đạt khá/tốt; 40% ở mức yếu	67% đạt khá/tốt; không còn học viên quá yếu	Cải thiện rõ ở NL1, phù hợp với vai trò trực quan hóa và thảo luận giả định.

Diễn giải kết quả theo ngữ cảnh	33,69% ở mức yếu	10% ở mức yếu; 60% đạt khá	Cải thiện ở NL4, cho thấy học viên biết liên hệ kết quả toán học với bối cảnh hậu cần.
Điểm trung bình bài kiểm tra	6,5/10	7,8/10	Tăng sau tác động; kiểm định T-test cặp mẫu phụ thuộc cho kết quả $p < 0,05$ .
Cảm nhận của học viên	Chưa khảo sát sau bài học	93% thích cách học; 90% thấy hiểu rõ ý nghĩa toán học hơn	Tín hiệu tích cực về hứng thú và nhận thức giá trị thực tiễn của toán học.

Tuy vậy, kết quả cần được nhìn nhận trong giới hạn của nghiên cứu. Thực nghiệm mới tiến hành với một lớp gồm 27 học viên, chưa có nhóm đối chứng và thời lượng bài học còn ngắn. Một số học viên thao tác với GeoGebra còn chậm nên giảng viên phải hỗ trợ kỹ thuật trong giai đoạn đầu. Do đó, nghiên cứu chưa đủ căn cứ để khẳng định mức độ tác động lâu dài của phương pháp, mà mới cho thấy tính khả thi và hiệu quả bước đầu của thiết kế bài học.

Từ góc độ sư phạm, kết quả gợi ý rằng việc tích hợp GeoGebra chỉ phát huy hiệu quả khi gắn với mục tiêu phát triển năng lực và được đặt trong một quy trình mô hình hóa rõ ràng. Nếu chỉ dùng GeoGebra như công cụ tính toán, học viên có thể tìm được đáp số nhanh nhưng chưa chắc phát triển được năng lực mô hình hóa. Ngược lại, khi phần mềm được dùng để hỗ trợ nêu giả định, kiểm tra, phát hiện sai sót và điều chỉnh mô hình, học viên có nhiều cơ hội hơn để phát triển các thành tố năng lực cốt lõi.

### 3. Kết luận

Bài báo đã đề xuất một thiết kế bài học toán ứng dụng cho học viên sĩ quan theo chu trình mô hình hóa 7 bước của Blum, có tích hợp GeoGebra trong tổ chức hoạt động học. Thiết kế này góp phần làm rõ khả năng sử dụng công cụ số để hỗ trợ học viên ở các giai đoạn trực quan hóa tình huống, thiết lập mô hình, giải quyết mô hình và kiểm tra kết quả. Kết quả thử nghiệm bước đầu cho thấy bài học có tính khả thi trong bối cảnh lớp học được khảo sát và giúp ghi nhận một số biểu hiện tích cực của học viên trong quá trình mô hình hóa toán học. Tuy nhiên, do nghiên cứu được thực hiện trên một lớp học với quy mô còn hạn chế, kết quả mới chỉ có ý nghĩa minh họa bước đầu. Những nghiên cứu tiếp theo cần được triển khai trên quy mô lớn hơn, với công cụ đánh giá được mô tả rõ ràng hơn, để có thêm căn cứ đánh giá tác động của cách tiếp cận này đối với năng lực mô hình hóa toán học của học viên.

### Tài liệu tham khảo

- Aktaş, S. E., & Hıdıroğlu, Ç. N. (2024). Prospective mathematics teachers' mental actions related to debugging in technology supported mathematical modeling. *Journal of Pedagogical Research*, 8(4), 397-419. <https://doi.org/10.33902/JPR.202430276>
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems. *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 222-231. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects - State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68. <https://doi.org/10.1007/BF00302716>
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Drijvers, P. H. M. (2003). *Algebra on screen, on paper and in the mind*. Annual Meeting NCTM. NCTM.
- Flephantov, L., & Ovsienko, Y. (2019). *The simultaneous use of Excel and GeoGebra to training the basics of mathematical modeling*. Proceedings of the 15th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer (Vol. 2, No. 2393, pp. 864-879). CEUR Workshop Proceedings.
- Siller, H. S., & Greefrath, G. (2010). *Mathematical modelling in class regarding to technology*. Proceedings of the sixth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 2136-2145).
- Schaap, S., Vos, P., Goedhart, M. (2011). Students overcoming blockages while building a mathematical model: Exploring a framework. In: Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., Stillman, G. (eds) *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, vol 1. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2\\_15](https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_15)