

## SỬ DỤNG KỸ THUẬT “LƯỢNG TỬ HÓA BÀI TOÁN” TRONG DẠY HỌC PHÂN HÓA: MỘT SỐ VÍ DỤ TRONG DẠY HỌC GIẢI TÍCH 12

Huỳnh Phú Sĩ<sup>1+</sup>,  
Trần Lê Nam<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Trường THCS-THPT Mỹ Thuận, huyện Bình Tân, tỉnh Vĩnh Long;

<sup>2</sup>Trường Đại học Đồng Tháp

+ Tác giả liên hệ • Email: [huynhphusi@gmail.com](mailto:huynhphusi@gmail.com)

### Article history

Received: 01/11/2022

Accepted: 30/11/2022

Published: 20/01/2023

### Keywords

problem quantization,  
Calculus 12, differentiated  
teaching, students

### ABSTRACT

It is a common practice that students in the same class show many differences, both in terms of needs and competencies. Therefore, teachers' teaching methods need to be differentiated according to the target audience. Math problem quantization is defined as the technique of breaking down a problem into simpler and easier-to-handle problems. The need to quantize the Math problem arises when there is a problem that many students in the class cannot solve. The study presents the problem quantization technique, the process of quantizing the problem, and illustrates this technique in Mathematics differentiated teaching for grade 12 students. With the problem quantization technique, it is possible for teachers to develop a system of differentiation questions and exercises, contributing to the classification of activities, and the evaluation of students' individual ability to apply knowledge and solve Math problems.

## 1. Mở đầu

Trong “Chiến lược phát triển Giáo dục của Việt Nam 2009-2020”, Bộ GD-ĐT đã nêu rõ sự cần thiết phải quan tâm tới từng cá nhân người học: “Vi người học có những mong muốn, nhu cầu khác nhau, điều kiện sống và học tập khác biệt, giáo dục chỉ thực sự có hiệu quả nếu không đồng nhất với tất cả mọi đối tượng. Giáo dục phải chú trọng nhiều hơn đến cơ hội lựa chọn trong học tập cho mỗi người học. Các chương trình, giáo trình và các phương án tổ chức dạy học phải đa dạng hơn, tạo cơ hội cho mỗi người học những gì phù hợp với chuẩn mực chung nhưng gắn với nhu cầu, nguyện vọng và điều kiện học tập của mình...” (Bộ GD-ĐT, 2008). Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán cũng yêu cầu môn Toán phải “Quán triệt tinh thần dạy học theo hướng cá thể hóa người học trên cơ sở bảo đảm đa số HS đáp ứng được yêu cầu cần đạt của chương trình; đồng thời chú ý tới các đối tượng chuyên biệt” (Bộ GD-ĐT, 2018).

Tuy nhiên, một trong những vấn đề còn tồn tại trong dạy học môn Toán hiện nay là chưa giải quyết được tính đa dạng trong lớp học. Theo Phạm Thị Mộng Tường và Nguyễn Thụy Phương Trâm (2013), để đáp ứng nhu cầu của tất cả HS và khuyến khích các em phát huy thế mạnh, ưu điểm của mình, GV cần tiến hành dạy học theo định hướng phân hóa. Tomlinson và Imbeau (2010) đã chỉ ra rằng, việc khai thác các phong cách học tập và loại trí khôn khác nhau sẽ nâng cao hiệu quả dạy học phân hóa (DHPH). DHPH đòi hỏi ngoài việc cung cấp những kiến thức cơ bản, phát triển các năng lực cần thiết cho HS, GV cần lựa chọn nội dung dạy học phù hợp với trình độ, năng lực nhận thức và nguyện vọng của HS. Bài báo trình bày quan niệm về DHPH, kỹ thuật lượng tử hóa bài toán, quy trình lượng tử hóa bài toán và minh họa kỹ thuật lượng tử hóa bài toán trong DHPH Giải tích 12.

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Quan niệm về dạy học phân hóa

Nguyễn Bá Kim (2006) cho rằng, cần kết hợp giữa giáo dục diện “đại trà” với giáo dục diện “mũi nhọn”, đồng thời khuyến khích phát triển tối đa và tối ưu khả năng của từng người học. Theo Đỗ Thị Hồng Minh (2019), DHPH có chức năng làm cho quá trình và hệ thống dạy học thích ứng cao hơn với cá nhân người học, với những đặc điểm của nhóm đối tượng để đảm bảo chất lượng học tập. DHPH thực chất là tạo ra những khác biệt nhất định trong nội dung và phương thức hoạt động của HS bằng cách thiết kế và thực hiện quá trình dạy học theo nhiều hướng khác nhau dựa vào nhóm năng lực, hứng thú hoặc nhu cầu học tập của người học và mục tiêu giáo dục (Đặng Thành Hưng, 1994). Theo Nguyễn Thị Hằng Nga và Trần Thị Thanh Huyền (2020), DHPH là một tiếp cận dạy học mà ở đó, GV phân loại đối tượng giáo dục để thiết kế và điều chỉnh quá trình dạy học cho phù hợp với từng cá nhân hoặc từng nhóm HS nhằm phát triển tối đa năng lực học tập và sở trường của mỗi em. Tomlinson (2000) cho rằng, chiến

lược DHPH đòi hỏi GV cần làm rõ mục đích học tập bắt nguồn từ các tiêu chuẩn về nội dung, nhưng được thực hiện một cách khéo léo để đảm bảo mọi HS đều được tham gia và hiểu bài. Cũng theo Tomlinson (2017), DHPH là quá trình đảm bảo rằng nội dung, cách giải quyết và sản phẩm của quá trình học tập phù hợp với mức độ sẵn sàng, sở thích và phong cách của HS.

Như vậy, DHPH là chiến lược dạy học của GV dựa trên nhu cầu, hứng thú và năng lực của từng HS. DHPH xuất phát từ sự biện chứng giữa thống nhất và phân hóa, từ yêu cầu đảm bảo thực hiện tốt tất cả mục đích dạy học, đồng thời khuyến khích phát triển khả năng của từng HS.

Mục đích của bài tập phân hóa là để cho những HS có trình độ nhận thức, khả năng tiếp thu khác nhau có thể tiến hành các hoạt động phù hợp với năng lực của mình. Đồng thời, GV có thể đo lường, đánh giá được năng lực và trình độ hiện tại của mỗi HS, trên cơ sở đó đề ra giải pháp thích hợp để hỗ trợ, bồi dưỡng cho các em. Theo Phạm Thị Mộng Tường và Nguyễn Thụy Phương Trâm (2013), bài tập phân hóa cần đảm bảo tính khoa học, chính xác, phát huy tính tích cực, sáng tạo, có tính hệ thống và gắn liền với thực tiễn. Vấn đề đặt ra là: làm cách nào để đánh giá được mức độ hiểu biết và năng lực giải quyết vấn đề của mỗi HS trước một bài toán cho trước và làm thế nào để phân bậc hoạt động nhằm dẫn dắt các em từng bước hướng đến việc giải được một bài toán cho trước? Sau đây, chúng tôi đưa ra kỹ thuật lượng tử hóa bài toán để phân tích một bài toán thành các bài toán thành phần nhằm mục đích DHPH.

## 2.2. Quan niệm về kỹ thuật “lượng tử hóa bài toán”

Hầu hết GV khi tiến hành DHPH thường sẽ xây dựng và phân bậc hệ thống câu hỏi tăng dần theo mức độ nhận thức của HS nhằm bố trí hoạt động cho các đối tượng thích hợp, đồng thời làm căn cứ để đánh giá năng lực và khả năng nhận thức của HS đối với bài học. “Lượng tử hóa bài toán” được hiểu như là kỹ thuật phân tích một bài toán thành những bài toán ít phức tạp hơn, đơn giản, dễ thực hiện hơn. Kỹ thuật lượng tử hóa bài toán sẽ hỗ trợ cho GV trong quá trình DHPH, thể hiện rõ qua những lợi ích sau đây: - *Thứ nhất*, việc phân tích từ một bài toán vừa và khó thành những bài toán dễ hơn, cơ bản hơn có tác dụng kích thích, huy động được tất cả HS trong lớp tham gia. Trên cơ sở đó, những HS yếu kém đạt được những tiền đề cần thiết để có thể học tập đồng loạt theo trình độ chung của lớp; - *Thứ hai*, hệ thống bài tập đã được lượng tử hóa giúp GV đánh giá được năng lực giải toán của HS, từ đó có biện pháp hỗ trợ các em khắc phục những thiếu sót, cải thiện kết quả học tập cho HS. Nói cách khác, kỹ thuật lượng tử hóa bài toán như là một công cụ giúp GV chẩn đoán những điểm yếu, thiếu sót về mặt kiến thức và kỹ năng của HS trong quá trình giải một bài toán cụ thể; - *Thứ ba*, phương pháp lượng tử hóa bài toán có tác dụng “đơn giản hóa để khái quát hóa”. Quá trình phân tích bài toán ban đầu thành các bài toán đã tạo ra một hệ thống bài toán phong phú và đa dạng, từ đó rèn luyện và phát triển các năng lực toán học cho HS như: năng lực giao tiếp toán học, năng lực sử dụng công cụ và phương tiện học toán, năng lực giải quyết vấn đề toán học,...

Quá trình xây dựng những bài toán theo kỹ thuật lượng tử hóa cần tuân theo một số nguyên tắc sau: - Các bài toán được xây dựng cần hướng vào mục tiêu về kiến thức, kỹ năng mà bài toán ban đầu hướng tới; - Đảm bảo tính khoa học, chính xác của nội dung bài toán; - Các bài toán được xây dựng phải có tác dụng làm tiền đề cho việc giải quyết bài toán ban đầu; - Việc phân tích sẽ dừng lại khi bài toán được xây dựng có thể giải được với đa số HS trong lớp.

## 2.3. Quy trình lượng tử hóa bài toán

Chúng tôi đề xuất quy trình lượng tử hóa một bài toán gồm các bước sau:

- *Bước 1. Tìm hiểu bài toán*: Đối với một bài toán, ta cần tìm hiểu mục tiêu và những thành phần kiến thức, kỹ năng mà nó hướng đến. Trên cơ sở đó, “bóc tách” các thành phần kiến thức, kỹ năng này thành từng đơn vị hoặc tổ hợp một số đơn vị với nhau.

- *Bước 2. Xây dựng hệ thống bài tập*: Trên cơ sở những phân tích ở bước 1, ta xây dựng nên các bài toán mới với mức độ khó thấp hơn hoặc kết cấu câu hỏi đơn giản hơn từ một đơn vị hoặc tổ hợp một số đơn vị kiến thức đã được tách ra. Một giải pháp khác, đó là lược bỏ đi một hoặc một số yếu tố cấu thành nên câu hỏi hoặc tường minh hóa những vấn đề còn ẩn tàng trong bài toán.

- *Bước 3. Khoanh vùng đối tượng*: Tùy thời lượng của tiết dạy và điều kiện tổ chức thực hiện DHPH, ta sẽ xây dựng số lượng bài tập nhiều hay ít, phân bậc chi tiết đến mức nào. Nếu bài toán đã được xây dựng vẫn có nhiều HS không giải được, ta tiếp tục thực hiện lại quy trình lượng tử hóa đối với bài toán đó.

## 2.4. Minh họa kỹ thuật lượng tử hóa bài toán trong dạy học phân hóa Giải tích 12

**Ví dụ 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A) 5;      B) 4;      C) 3;      D) 2.

*Lời giải:* Hàm số đã cho xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$ .

Vì  $a = 1 > 0$  nên hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \leq 0$ .

Xét dấu biểu thức  $\Delta' = m^2 - 4$ :

$m$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$		
$m^2 - 4$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Theo đó, hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $m \in [-2; 2]$ .

Vậy, có 5 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn đề bài là  $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$ .

Sau đây là quy trình lượng tử hóa bài toán trên:

*Bước 1.* Đây là một bài toán khảo sát sự đồng biến và nghịch biến của hàm số liên quan đến tham số. Để giải được bài toán này, HS cần biết cách tính ứng dụng đạo hàm để xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số, biết quy tắc xét dấu của tam thức bậc hai, định lý Vi-ét,... Do vậy, nếu chỉ căn cứ vào việc HS không giải được bài toán này, GV rất khó nhận ra HS còn “hổng” kiến thức nào, yếu kỹ năng nào. Để lượng tử hóa bài toán này, trước hết cần tách các thành phần kiến thức và kỹ năng của bài toán, đó là: + Liệt kê các số nguyên trên một khoảng cho trước; + Xét dấu một tam thức bậc hai, điều kiện để tam thức luôn cùng dấu với hệ số  $a$ ; + Ứng dụng đạo hàm để xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số; + Nhận biết sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.

*Bước 2:* Trên cơ sở những thành tố vừa phân tích được, ta thiết lập các bài toán đơn giản hơn có bao hàm một hoặc một số thành tố trên, chẳng hạn như một số bài toán sau đây:

*Bài toán 1* (lược bỏ yêu cầu đếm số giá trị nguyên của tham số  $m$ ): Tìm tập hợp các tham số  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A)  $[-2; 2]$ ;      B)  $(-2; 2)$ ;      C)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ ;      D)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

*Bài toán 2:* Giá trị nào sau đây của tham số  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A)  $m = 1$ ;      B)  $m = 3$ ;      C)  $m = -3$ ;      D)  $m = 4$ .

*Bài toán 3* (nhận biết một hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  bằng công thức): Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

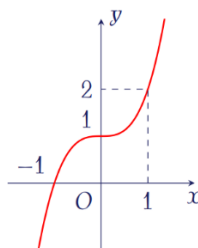
A)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + 3$ ;      B)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4x + 3$ .

C)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 4x + 3$ ;      D)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 4x + 3$ .

*Bài toán 4* (nhận biết một hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  bằng đồ thị): Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây (xem hình 1):

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A)  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ;      B)  $f(x)$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .  
C)  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;      D)  $f(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .



Hình 1

**Bài toán 5** (nhận biết sự biến thiên của một hàm số thông qua bảng biến thiên): Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	-1	0	2	3			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$			5		1		4

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A)  $[-1; 0]$ ;      B)  $[-1; 3]$ ;      C)  $[0; 3]$ ;      D)  $[0; 2]$ .

**Bước 3.** Trong các bài toán trên, ta thấy bài toán 4 và bài toán 5 đều rất cơ bản, đây là yêu cầu và mức độ tối thiểu mà HS khi học chủ đề “Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số” đều phải đạt được. Còn bài toán 1, bài toán 2 và bài toán 3 có mức độ khó cao hơn, hàm chứa nhiều thành tố đã được trình bày ở bước 1, ta có thể tiếp tục lượng tử hóa các bài toán này thành những bài toán đơn giản hơn, ví dụ như bài toán 1 có thể được chia nhỏ thành một số bài toán sau:

**Bài toán 6** (từ yêu cầu xét sự đồng biến của hàm số, cụ thể hóa thành yêu cầu xét dấu của đạo hàm): Cho hàm số

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3 \text{ với } m \text{ là tham số. Tìm các giá trị của } m \text{ sao cho } f'(x) \geq 0, \text{ với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

- A)  $[-2; 2]$ ;      B)  $(-2; 2)$ ;      C)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ ;      D)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Bài toán 7** (lược bỏ tính đơn điệu, chỉ tập trung vào yêu cầu xét dấu của biểu thức): Tìm các giá trị của tham số  $m$  sao cho biểu thức  $f(x) = x^2 + 2mx + 4$  nhận giá trị không âm trên  $\mathbb{R}$ .

- A)  $[-2; 2]$ ;      B)  $(-2; 2)$ ;      C)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ ;      D)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Bài toán 8** (lược bỏ yếu tố tham số và yêu cầu xét tính đơn điệu): Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ ?

- A)  $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$ ;      B)  $f'(x) = x^2 + mx + 4$ .  
 C)  $f'(x) = x^2 + 2mx + 4x$ ;      D)  $f'(x) = x^2 + 2mx + 3$ .

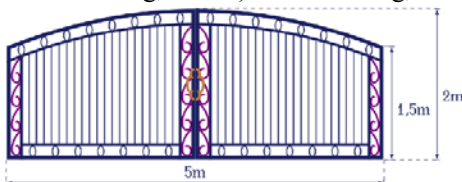
**Bài toán 9** (tái hiện kiến thức về quy tắc xét dấu của tam thức bậc hai): Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  với  $a \neq 0$ , có  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Điều kiện để  $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  là:

- A)  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ ;      B)  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ ;      C)  $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ ;      D)  $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ .

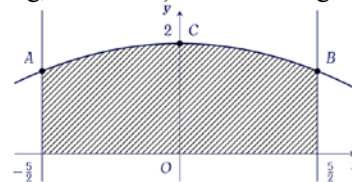
Cần lưu ý rằng, không nhất thiết phải phân tích toàn bộ các bài toán thành phần thành những bài toán nhỏ hơn nữa. Một khi đạt được yêu cầu phân hóa và đáp ứng mục tiêu dạy học, ta có thể kết thúc quá trình lượng tử hóa đối với bài toán như bài toán sau đây:

**Ví dụ 2:** Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá  $1m^2$  của rào sắt là 700000 đồng (xem hình 2). Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A) 6520000 đồng;      B) 6320000 đồng;      C) 6417000 đồng;      D) 6620000 đồng.



Hình 2



Hình 3

**Lời giải:** Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (xem hình 3). Ta có:  $A\left(-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), B\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), C(0; 2)$ .

Giả sử đường cong trên là một Parabol có dạng  $y = ax^2 + bx + c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

Do Parabol đi qua các điểm A, B, C, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + c = \frac{3}{2} \\ c = 2 \\ a \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{5}{2}\right) + c = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{2}{25} \\ c = 2 \end{cases}$$

Khi đó, phương trình Parabol là:  $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$ .

Diện tích  $S$  của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới bởi đồ thị hàm số  $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$ , trục hoành, hai đường thẳng  $x = -\frac{5}{2}$  và  $x = \frac{5}{2}$ . Ta có:  $S = \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2\right) dx = \frac{55}{6}$ .

Vậy, ông An phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là:  $S = \frac{55}{6} \cdot 700000 \approx 6417000$  (đồng).

Sau đây là quy trình lượng tử hóa bài toán trên:

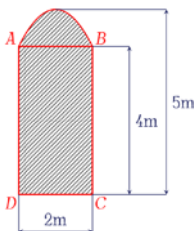
**Bước 1.** Để giải được bài toán này, HS cần biết cách ứng dụng tích phân tính diện tích của hình phẳng, biết cách tính tích phân của một hàm số, biết mô hình hóa một bài toán thực tế thành một vấn đề toán học, biết xác định phương trình của một hàm số bậc hai, ... Bài toán này không khó, nhưng yêu cầu HS phải huy động nhiều kiến thức và kỹ năng liên quan mới có thể giải được bài toán một cách trọn vẹn. Để lượng tử hóa bài toán này, GV cần hướng dẫn HS bóc tách các thành phần kiến thức, đó là: + Ứng dụng tích phân tính diện tích của hình phẳng; + Tính tích phân của một hàm số; + Mô hình hóa một bài toán thực tế thành một bài toán; + Xác định phương trình của một hàm số bậc hai.

**Bước 2.** Trên cơ sở những thành tố vừa phân tích được, ta thành lập các bài toán đơn giản hơn có bao hàm trong đó một hoặc một số thành tố trên, chẳng hạn như một số bài toán sau đây:

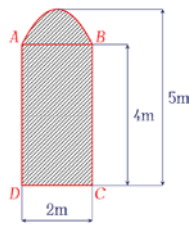
**Bài toán 1:** Ông An muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình 4.

Biết rằng đường cong phía trên là một parabol, tứ giác ABCD là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi hoàn thành là 900000 đồng/m<sup>2</sup>. Số tiền mà ông An phải trả để làm cánh cửa đó bằng:

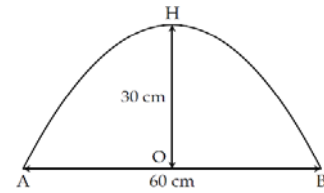
A) 9600000 đồng; B) 15600000 đồng; C) 8160000 đồng; D) 8400000 đồng.



Hình 4



Hình 5



Hình 6

**Bài toán 2** (giới hạn câu hỏi từ vấn đề kinh tế thành dạng toán tính diện tích hình phẳng quen thuộc): Ông An muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình 5. Biết rằng đường cong phía trên là một parabol, tứ giác ABCD là hình chữ nhật. Hãy tính diện tích bề mặt của cánh cửa.

A)  $\frac{28}{3}m^2$ ; B)  $\frac{14}{3}m^2$ ; C)  $\frac{4}{3}m^2$ ; D)  $8m^2$ .

**Bài toán 3** (thu hẹp mức độ phức tạp của hình phẳng cần tính diện tích): Ông An cần mua một chiếc gương có viền là đường parabol bậc hai (xem hình 6).

Biết rằng đoạn  $AB = 60$  cm,  $OH = 30$  cm. Diện tích của chiếc gương ông An mua là:

A)  $1000m^2$ ; B)  $1400m^2$ ; C)  $1200m^2$ ; D)  $900m^2$ .



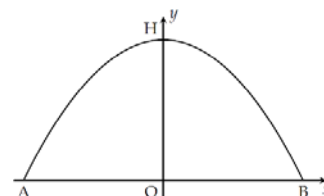
**Bài toán 4** (lược bỏ tính thực tiễn của bài toán, chỉ giữ lại yêu cầu xác định hàm số bậc hai chưa biết): Biết rằng hàm số bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có đồ thị là một parabol đi qua các điểm  $A(-1;4)$ ,  $B(1,4)$  và  $E(0,5)$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol đã cho với trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 1$ .

- A)  $\frac{28}{3}$ ; B)  $\frac{14}{3}$ ; C)  $\frac{4}{3}$ ; D) 8.

**Bài toán 5** (lược bỏ tính thực tiễn của bài toán 3): Biết rằng hàm số bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có đồ thị là một parabol đi qua các điểm  $A(-30;0)$ ,  $B(30,0)$  và  $H(0,30)$  như hình vẽ (xem hình 7).

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol đã cho với trục hoành.

- A)  $1000m^2$ ; B)  $1400m^2$ ; C)  $1200m^2$ ; D)  $900m^2$ .



Hình 7

**Bài toán 6** (lược bỏ các yếu tố ẩn tàng, tường minh hóa yêu cầu bài toán): Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x$ , Ox và  $x = 0$ ,  $x = 2$ .

- A)  $S = 9$ ; B)  $S = \frac{16}{3}$ ; C)  $S = \frac{32}{3}$ ; D)  $S = \frac{5}{3}$ .

Sau quá trình lượng tử hóa ở bước 2, ta đã thu được một hệ thống bài tập phân hóa xoay quanh và hướng mục tiêu vào việc giải bài toán ban đầu. Đến đây, hệ thống bài tập này hầu như đã đáp ứng nhu cầu phân bậc hoạt động nhằm hỗ trợ quá trình DHPH, là cơ sở để rèn luyện và đánh giá năng lực học tập của HS, nên GV không nhất thiết phải thực hiện tiếp bước 3, cũng như không cần thiết phải chia nhỏ tiếp các bài tập đã được xây dựng.

### 3. Kết luận

Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, hệ thống câu hỏi và bài tập là một trong những công cụ hữu ích cho GV trong quá trình DHPH, góp phần nâng cao hiệu quả giáo dục. Với kỹ thuật lượng tử hóa bài toán đề xuất trong nghiên cứu này, GV có thể xây dựng được hệ thống câu hỏi và bài tập phân hóa, vừa góp phần thực hiện quá trình phân bậc hoạt động, vừa có thể đánh giá được khả năng vận dụng kiến thức và kỹ năng giải toán của từng HS.

### Tài liệu tham khảo

- Bộ GD-ĐT (2008). *Chiến lược phát triển giáo dục của Việt Nam 2009-2020*.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).
- Đặng Thành Hưng (1994). Những vấn đề về phương pháp luận của giờ học phân hóa theo nhịp độ ở bậc tiểu học. *Tạp chí Nghiên cứu giáo dục*, 4, 6-8.
- Đỗ Thị Hồng Minh (2019). Dạy học phân hóa nội dung viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (Giải tích 11). *Tạp chí Giáo dục*, 457, 41-44, 59.
- Nguyễn Bá Kim (2006). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- Nguyễn Thị Hằng Nga, Trần Thị Thanh Huyền (2020). Nâng cao năng lực dạy học phân hóa cho giáo viên đáp ứng chương trình giáo dục phổ thông 2018. *Tạp chí Giáo dục*, 480, 5-9.
- Phạm Thị Mộng Tường, Nguyễn Thụy Phương Trâm (2013). Xây dựng bộ câu hỏi, bài tập phân hóa trong dạy học môn Toán cho học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 314, 46-48.
- Tomlinson, C. A. (2000). *Differentiation of Instruction in the Elementary Grades*, ERIC Digest. University of Illinois, Chicago, US.
- Tomlinson, C. A. (2017). *How to differentiate instruction in academically diverse classrooms* (3rd Ed). Alexandria, Virginia. ASCD.
- Tomlinson, C. A., & Imbeau, M. B. (2010). *Leading and Managing A Differentiated Classroom*. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia USA.