

## PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIAO TIẾP TOÁN HỌC BẰNG LỜI CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC NỘI DUNG “GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ” (TOÁN 11)

Vương Vĩnh Phát

Trường Đại học An Giang - Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh  
Email: [vvphat@agu.edu.vn](mailto:vvphat@agu.edu.vn)

### Article history

Received: 01/02/2023

Accepted: 30/3/2023

Published: 05/5/2023

### Keywords

Competence, verbal mathematical communication competence, students, limits of functions

### ABSTRACT

Mathematical communication competence is one of the five core components of mathematical competence that should be developed for students. The development of verbal mathematical communication capacity for students in teaching Mathematics is crucial, because it is in line with the 2018 General Education Program in Mathematics and educational trends in the world. This study proposes a math teaching process with a scientific debate stage to develop students' verbal mathematical communication competence and illustrates this process through teaching problem solving on the topic “Limits of functions” in grade 11. Through the scientific debate stage, students have the opportunity to develop their ability to communicate mathematically orally and help them understand math concepts deeply. Teachers need to focus on developing verbal communication competence in the process of teaching Math to students to help them practice self-confidence, especially critical thinking.

### 1. Mở đầu

Giao tiếp đóng vai trò quan trọng trong quá trình dạy học bởi thông qua giao tiếp, HS có thể chia sẻ các ý tưởng với HS và GV. Theo Hội đồng Quốc gia GV Toán của Hoa Kỳ (The National Council of Teachers of Mathematics) gọi tắt là NCTM, giao tiếp toán học (GTTH) trong quá trình dạy học Toán bao gồm chia sẻ các ý tưởng, làm rõ sự hiểu biết bằng lời và bằng văn bản cần rõ ràng, thuyết phục, phù hợp khi sử dụng ngôn ngữ toán học (NCTM, 2000). Trong khung NCTM (2000) chứa các từ và cụm từ có liên quan đến GTTH đã đưa ra: “HS lớp dưới cần sự giúp đỡ của GV để chia sẻ các ý tưởng toán học với nhau một cách rõ ràng nhất cho HS khác hiểu” (tr 61). Ba khía cạnh của giao tiếp được chú ý đó là: “chia sẻ” đề cập đến một tác nhân sáng tạo; “ý tưởng” đề cập đến nội dung; “một cách rõ ràng nhất cho HS khác hiểu” đề cập đến chất lượng hay hiệu quả cuộc trao đổi.

Thảo luận và tranh luận là hai yếu tố quan trọng của GTTH bằng lời, giúp HS biết trình bày quan điểm thông qua lập luận của mình, biết xem xét lập luận của người khác, tự tin hơn trong giao tiếp. Còn tương tác xã hội giúp HS có thể hiểu sâu các khái niệm toán học. Thật vậy, trong quá trình tương tác xã hội, người học có nhiều cơ hội trao đổi, giải thích, mô tả, trình bày và chia sẻ các ý tưởng toán học với người khác nên sẽ hiểu sâu sắc hơn các khái niệm toán học.

Ở Việt Nam, có nhiều công trình nghiên cứu về việc phát triển năng lực GTTH cho HS trong dạy học Toán, chẳng hạn như trong các nghiên cứu của Hoa Ánh Tường (2014), Vũ Thị Bình (2016), Nguyễn Phương Thảo và Trần Thị Yến Nhi (2020) đều dựa trên bài toán kết thúc mở, nghiên cứu bài học, biểu diễn toán học để phát triển năng lực GTTH bằng ngôn ngữ viết cho HS. Nguyễn Ái Quốc (2022) cũng dựa trên hình thức dạy học Toán thông qua tranh luận khoa học để phát triển các thành tố của năng lực GTTH cho HS. Trong các nghiên cứu này có đề cập đến lập luận, giải thích và vận dụng quy trình dạy Toán có giai đoạn tranh luận khoa học để phát triển năng lực GTTH cho HS, tuy nhiên chưa nhấn mạnh đến năng lực GTTH bằng lời của HS. Ở nước ngoài, Cathy (1993) nghiên cứu năng lực giao bằng lời của sinh viên đáp ứng các yêu cầu của hiệp hội các trường đại học và trường cao đẳng phía Nam ở Mỹ. Nội dung nghiên cứu của Cathy tập trung vào ba vấn đề chính: Nghiên cứu các quan điểm lí thuyết về năng lực giao tiếp bằng lời, nghiên cứu các phương pháp bảo đảm năng lực giao tiếp bằng lời giữa các sinh viên và phát triển năng lực giao tiếp bằng lời của sinh viên trong học tập. Còn Ping (2001) và Chisu (2016) sử dụng nghiên cứu bài học để nghiên cứu vai trò của giao tiếp bằng lời trong đánh giá và đánh giá hiểu biết toán học của HS. Kilpatrick và cộng sự (2005) nghiên cứu về giao tiếp và xây dựng ý nghĩa toán học thông qua phần mềm toán học.

Trong bài báo này, sau phần trình bày khái niệm năng lực GTTH bằng lời, chúng tôi đề xuất quy trình dạy học Toán nhằm phát triển năng lực GTTH bằng lời cho HS, xây dựng thang đánh giá năng lực GTTH bằng lời của HS.

Tiếp đó, một số kết quả sẽ được chỉ ra trong nghiên cứu tập trung vào vấn đề phân tích, đánh giá năng lực GTTH bằng lời của HS trong quá trình tranh luận khoa học.

## 2. Kết quả nghiên cứu

### 2.1. Năng lực giao tiếp toán học bằng lời

Theo Wardhana và Lutfianto (2018), GTTH bằng lời của HS là quá trình truyền đạt những ý tưởng dưới hình thức lời nói. Một người nào đó được cho là GTTH bằng lời nếu họ nói những nội dung liên quan đến toán học.

Trong nghiên cứu này, theo chúng tôi, năng lực GTTH bằng lời là khả năng của một cá nhân:

- Biết đưa ra lập luận và bảo vệ lập luận của mình trước người khác.
- Lí giải được (một cách hợp lí) việc trình bày, diễn đạt, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng, giải pháp toán học trong sự tương tác với người khác.

- Thể hiện được sự tự tin khi trình bày, diễn đạt, thảo luận, tranh luận, giải thích các nội dung toán học trong những tình huống không quá phức tạp.

### 2.2. Quy trình dạy học Toán nhằm phát triển năng lực giao tiếp toán học bằng lời cho học sinh

Từ các nghiên cứu của Vương Vĩnh Phát (2021), Nguyễn Ái Quốc (2022), chúng tôi đề xuất quy trình dạy học Toán có giai đoạn tranh luận khoa học nhằm phát triển năng lực GTTH bằng lời cho HS như sau:

**Giai đoạn 1: Làm việc cá nhân.** Mỗi HS được phát một phiếu học tập số 1 và trả lời câu hỏi trong phiếu học tập này.

**Giai đoạn 2: Làm việc nhóm,** gồm các bước sau:

**Bước 2.1:** Làm việc theo nhóm đôi (hoặc nhóm 3 HS) để soạn câu trả lời theo cặp. Mỗi nhóm đôi được phát một phiếu học tập số 2, nội dung phiếu học tập số 2 giống với nội dung phiếu học tập số 1.

**Bước 2.2:** Các nhóm đôi sẽ trao đổi sản phẩm và nhận xét lời giải của nhau.

**Bước 2.3:** Các nhóm đôi sẽ nhập thành nhóm 4 để soạn một câu trả lời duy nhất của nhóm mình. Các nhóm 4 HS trình bày kết quả vào một tờ giấy A1 và nộp cho GV để chuẩn bị cho giai đoạn tranh luận khoa học.

**Giai đoạn 3: Thảo luận và đánh giá năng lực GTTH của HS.** GV thường chọn bài làm của một nhóm để đưa ra cho cả lớp tiến hành thảo luận thông qua tranh luận khoa học. Khi HS thảo luận, GV cần ghi âm lại nội dung tranh luận của lớp.

Khi đánh giá năng lực GTTH bằng lời của HS, chúng tôi quan tâm đến 3 yếu tố: khuyến khích đối thoại; khả năng lập luận; sự tự tin trong giao tiếp. Bảng đánh giá năng lực GTTH bằng lời của HS (xem bảng 1) được chúng tôi xây dựng gồm 4 mức độ, từ thấp đến cao, mức 1 là mức thấp nhất còn mức 4 là mức cao nhất.

Bảng 1. Bảng mô tả mức độ năng lực GTTH bằng lời của HS

Thành tố	Mức 1	Mức 2	Mức 3	Mức 4
Khuyến khích HS trình bày quan điểm bằng lập luận của mình để làm cho quan điểm toán học được rõ ràng, có liên quan và có chiều sâu	HS trình bày quan điểm bằng lập luận của mình nhưng quan điểm không rõ ràng, không có liên quan và không có chiều sâu.	HS trình bày quan điểm bằng lập luận của mình để làm cho một số quan điểm toán học rõ ràng, có liên quan và có chiều sâu.	HS trình bày quan điểm bằng lập luận của mình để làm cho quan điểm toán học rõ ràng, có liên quan và có chiều sâu.	HS trình bày quan điểm bằng lập luận của mình để làm cho quan điểm toán học rất rõ ràng, có liên quan và có chiều sâu.
HS lắng nghe lập luận hoặc nhận xét lập luận của người khác và có sự phản hồi lại một cách hiệu quả, logic.	HS lắng nghe lập luận hoặc nhận xét lập luận của người khác và có sự phản hồi lại nhưng không hiệu quả, không logic.	HS lắng nghe lập luận hoặc nhận xét lập luận của người khác và có sự phản hồi lại tương đối hiệu quả, logic.	HS lắng nghe lập luận hoặc nhận xét lập luận của người khác và có sự phản hồi lại hiệu quả, logic.	HS lắng nghe lập luận hoặc nhận xét lập luận của người khác và có sự phản hồi lại rất hiệu quả, logic.
Sự tự tin thể hiện được khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến toán học	HS chưa tự tin khi trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến bài toán.	HS có thể trình bày, diễn đạt, nêu câu hỏi, thảo luận, tranh luận các nội dung, ý tưởng liên quan đến bài toán. HS có thể thảo luận theo nhóm nhỏ.	HS chủ động tham gia thảo luận, tranh luận, đặt câu hỏi về các nội dung, ý tưởng liên quan đến bài toán và trình bày, diễn đạt tương đối lưu loát. HS có thể trình bày rõ ràng trước lớp.	HS tự tin khi trình bày, diễn đạt, tích cực và chủ động tham gia thảo luận, tranh luận, nhận xét, đánh giá các ý tưởng liên quan đến bài toán. HS có thể trình bày to, rõ ràng trước lớp.

**Giai đoạn 4: Tổng kết.** HS tự đánh giá nhiệm vụ mà bản thân đã thực hiện, đồng thời rút kinh nghiệm. GV tổng kết lại những nội dung chính và kết luận vấn đề.

### 2.3. Minh họa dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (Toán 11) nhằm phát triển năng lực giao tiếp toán học bằng lời cho học sinh

Để giúp HS hiểu sâu hơn các định lý về giới hạn và phát triển năng lực GTTH bằng lời thông qua dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” (Toán 11), chúng tôi thiết kế một tình huống dạy học để trả lời cho các câu hỏi sau: (1) Tổ chức dạy học nội dung “Giới hạn của hàm số” thông qua thảo luận như thế nào để phát triển năng lực GTTH bằng lời cho HS?; (2) Làm thế nào để đánh giá quá trình hình thành và phát triển năng lực GTTH bằng lời cho HS?

Để trả lời cho hai câu hỏi trên, chúng tôi tổ chức cho HS giải bài toán sau:

**Bài toán:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$ . Khi đó:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  là mệnh đề đúng hay sai? Giải thích.

Trong phần này, chúng tôi sẽ tập trung đề cập giai đoạn 3 trong quy trình dạy học đề xuất ở tiểu mục 2.2 để đánh giá các mức độ phát triển năng lực GTTH của HS trong quá trình dạy học giải bài toán.

- **Phân tích tiên nghiệm:** Việc phân tích tiên nghiệm để dự đoán câu trả lời của HS, từ đó GV đánh giá kết quả thảo luận bằng lời của HS ở giai đoạn 3.

Để giải bài toán, GV có thể hướng dẫn HS thực hiện một số chiến lược sau:

+ **Chiến lược 1:** Dùng lệnh tính giới hạn trên máy tính cầm tay. HS có thể sử dụng máy tính cầm tay để tính giới hạn ở bài toán này. Chẳng hạn đối với máy tính cầm tay VINACAL 570ES PLUS II, HS dùng lệnh:  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$  (Shift/6/5). Kết quả là 0.

Hoặc  $\sqrt{x}/\text{CALC}/0.00001/=$ . Kết quả là  $3.16227766 \cdot 10^{-3}$ .

Từ đó, các em có thể trả lời  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  là mệnh đề đúng.

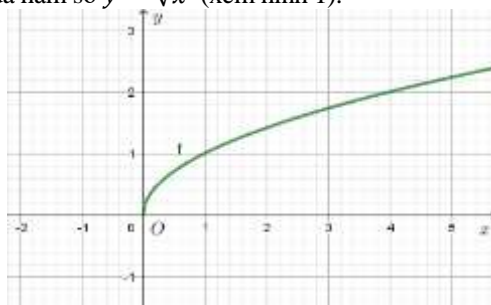
+ **Chiến lược 2:** Lập bảng giá trị của  $f(x)$  bằng máy tính cầm tay (xem bảng 2).

Bảng 2. Bảng giá trị của  $x$  và  $f(x)$

$x$	$f(x) = \sqrt{x}$
0,02	0,1414213562
0,0002	0,004472135955
0	0
-0,2	Math ERROR
-0,02	Math ERROR

Dựa vào bảng 2, suy ra hàm số  $y = \sqrt{x}$  không xác định khi  $x = -0,2$  và  $x = -0,02$  nên dự đoán  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  không tồn tại. Vậy,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  là mệnh đề sai.

+ **Chiến lược 3:** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{x}$  (xem hình 1).



Hình 1. Đồ thị của hàm số  $y = \sqrt{x}$

Dựa vào đồ thị, HS dự đoán  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  không xác định nên  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  không tồn tại. Vậy,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  là mệnh đề sai.

+ **Chiến lược 4:** Dựa vào định lý về giới hạn. Hàm số  $f(x) = \sqrt{x}$  xác định khi  $x \geq 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ . Mặt khác:  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  không xác định nên  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ . Vậy,  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  là mệnh đề sai.

Trong các chiến lược ở trên, chiến lược 1 sai, chiến lược 2 và 3 để dự đoán kết quả, chỉ có chiến lược 4 cho lời giải chính xác.

- *Kết quả thực nghiệm:* Trong thực nghiệm này, chúng tôi tập trung vào giai đoạn 2 và giai đoạn 3 của quy trình dạy học Toán ở tiêu mục 2.2, sau đó dựa vào bảng 1 để đánh giá mức độ GTTH bằng lời của HS.

\* *Đối tượng khảo sát:* Chúng tôi tiến hành thực nghiệm ở học kì 2, tháng 4 năm 2019. Lớp thực nghiệm là 11A3 có 33 HS ở Trường THPT Nguyễn Bình Khiêm, huyện Châu Thành, tỉnh An Giang. Thời điểm khảo sát là HS đã học xong nội dung “Giới hạn của hàm số” trong chương trình môn Toán lớp 11.

\* *Phương pháp thu thập, phân tích dữ liệu và đánh giá kết quả:* Dữ liệu thu thập bao gồm các file ghi âm về quá trình thảo luận và tranh luận khoa học của các nhóm và của lớp. Sau đó, GV phân tích sự phát triển năng lực GTTH bằng lời ở giai đoạn làm việc nhóm và giai đoạn tranh luận chung trong lớp của HS (xem bảng 1) để đánh giá năng lực GTTH bằng lời của HS. Hai HS là HS5 và HS15 đã có rất tích cực trong quá trình lập luận, giải thích, chia sẻ và có câu trả lời ban đầu là sai nên được chúng tôi chọn để đánh giá năng lực GTTH bằng lời.

Kết quả thảo luận và tranh luận khoa học ở nhóm 1 gồm 05 HS (gồm: HS1, HS2, HS3, HS4 và HS5), HS5 nghĩ mệnh đề đã cho là đúng bởi vì hàm số chỉ xác định bên phải của số 0 nên chỉ xét giới hạn phải khi  $x$  tiến tới 0 (xem bảng 3).

Bảng 3. Kết quả thảo luận của nhóm 1

HS	Nội dung thảo luận
HS1	Giá trị $x$ bên phải dần về 0 vì tập xác định của hàm số này là $x \geq 0$ .
HS4	Theo tôi, hàm số này có nghĩa.
HS3	Hàm số này không có giới hạn bên trái, chỉ có giới hạn bên phải.
HS1	Hàm số có khái niệm là “có nghĩa” mà là biểu thức có nghĩa, còn hàm số thì có tập xác định.
HS3	Tôi thấy hàm số phải có giới hạn bên trái và giới hạn bên phải mà giới hạn bên trái của hàm số này lại không tồn tại.
HS5	Theo tôi, hàm số chỉ xét trên tập xác định. Hàm số không xác định bên trái số 0 nên không xét giới hạn trái. Vậy, mệnh đề đã cho là đúng.
HS2	Vậy, ta sẽ không xét giới hạn bên trái của hàm số phải không?

Ở nhóm 3, HS15 cũng cho rằng mệnh đề đã cho là đúng bởi khi bấm máy tính cầm tay thì kết quả  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0$  (xem bảng 4).

Bảng 4. Kết quả thảo luận của nhóm 3

HS	Nội dung thảo luận
HS15	Theo tôi, mệnh đề là đúng do tôi bấm máy tính cũng ra kết quả như vậy.
HS14	Theo tôi, mệnh đề này cũng đúng.
HS13	Theo tôi, mệnh đề này là sai vì khi tính giới hạn trái, giới hạn phải không bằng nhau, do đó $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0$ không tồn tại.
HS12	Theo tôi là mệnh đề là đúng.
HS11	Theo tôi mệnh đề này sai vì giới hạn trái không tồn tại, chỉ có giới hạn phải nên mệnh đề đã cho là sai.

Khi thảo luận cả lớp: HS15 đã trình bày và giải thích được kết quả của bài toán. Như vậy, kết quả thảo luận nhóm ở HS5 và HS15 đều có câu trả lời ban đầu là sai; tuy nhiên, sau quá trình thảo luận, các em đã có câu trả lời đúng và hiểu sâu sắc bài toán đưa ra. Hơn nữa, HS cũng xác định được khi giới hạn trái không xác định thì giới hạn đã cho không tồn tại. Năng lực GTTH bằng lời của HS5 và HS15 được nâng lên sau quá trình thảo luận và tranh luận khoa học.

### 3. Kết luận

Giai đoạn thảo luận và tranh luận khoa học đã tạo cho HS nhiều cơ hội phát triển năng lực GTTH bằng lời, giúp các em hiểu sâu các khái niệm toán học. Như vậy, tranh luận khoa học là một hình thức dạy học phù hợp với xu hướng đổi mới trong giáo dục, giúp HS phát triển năng lực GTTH, nhất là năng lực GTTH bằng lời. GV cần chú trọng phát triển năng lực GTTH bằng lời trong quá trình dạy học Toán cho HS nhằm giúp các em rèn luyện sự tự tin,

đặc biệt là phát triển tư duy phản biện. Một điểm cần lưu ý nữa là GV cần thiết kế các tình huống dạy học phong phú nhằm mục tiêu thúc đẩy HS phát triển năng lực GTTH bằng lời.

#### Tài liệu tham khảo

- Cathy, A. F. (1993). *The oral communication competency dilemma: A documentary analysis of the fulfillment of the oral communication competency requirement by universities and colleges accredited by the southern association of colleges and schools*. Texas: Doctoral Dissertation, The University of Texas at Austin.
- Chisu, C. K. (2016). *The Role of Oral Communication in Assessing Mathematical Understanding: Case Studies of Primary School Teachers' Perceptions of Teaching Mathematics and Teaching Literacy*. Canada: Doctoral Dissertation, The University of Toronto in Canada.
- Hoa Ánh Tường (2014). *Sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trung học cơ sở*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- Kilpatrick, J., Hoyles, C., Skovsmose, O., & Valero, P. (2005). *Meaning in mathematics education*. Springer.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nguyễn Ái Quốc (2022). Dạy học Toán thông qua tranh luận khoa học nhằm phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 22(16), 6-11.
- Nguyễn Phương Thảo, Trần Thị Yên Nhi (2020). Phát triển năng lực giao tiếp toán học cho học sinh: Thực trạng và thiết kế một số tình huống dạy học ở lớp 8. *Tạp chí Giáo dục*, 478, 25-29.
- Ping, M. C. (2001). *Supporting the discourse: first graders communicate mathematics*. Doctor of philosophy of University Toronto. Dissertation Doctor of Philosophy of University Cincinnati.
- Vũ Thị Bình (2016). *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn Toán lớp 6, lớp 7*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
- Vương Vĩnh Phát (2021). *Phát triển năng lực giao tiếp toán học của học sinh bằng hình thức tranh luận khoa học trong dạy học giải tích ở trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- Wardhana, I. R., & Lutfianto, M. (2018). Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Siswa. *Journal Pendidikan Matematika*, 6(2), 173-184.